

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Соловьев Дмитрий Александрович

Должность: ректор ФГБОУ ВО Вавиловский университет

Дата подписания: 2023.11.21 15:00:00

Уникальный программный ключ:

528682d78e671e566ab07f01fe1ba2172f735a12

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский государственный университет
генетики, биотехнологии и инженерии имени Н.И. Вавилова»
МАРКСОВСКИЙ ФИЛИАЛ**



Утверждаю

Директор филиала

И.А. Кучеренко

21 ноября 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Математика

программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО

**35.02.08 Электротехнические системы в агропромышленном комплексе
(АПК)**

Квалификация выпускника

Техник

Нормативный срок обучения

2 года 10 месяцев

Форма обучения

очная

Маркс, 2023г.

Организация-разработчик: Марковский сельскохозяйственный техникум - филиал ФГБОУ ВО «Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии имени Н.И. Вавилова».

Разработчики: Абрамова Ю.Б., преподаватель специальных дисциплин

Рассмотрена на заседании предметной (цикловой) комиссии специальности 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, протокол № 4 от «17» ноября 2023 года.

Рекомендована Методическим советом филиала к использованию в учебном процессе по специальности 35.02.08 Электротехнические системы в агропромышленном комплексе (АПК), протокол № 3 от «21» ноября 2023 года.

Утверждена Директором и Советом филиала, протокол № 2 от «21» ноября 2023 года.

1. Паспорт фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины «Математика» по специальности среднего профессионального образования 35.02.08 Электротехнические системы в агропромышленном комплексе (АПК) укрупненной группы специальностей 35.00.00 Сельское, лесное и рыбное хозяйство. В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Общие компетенции	Общие ¹	Планируемые результаты обучения
		Дисциплинарные ²
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	- готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; - готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; - интерес к различным сферам профессиональной деятельности; Овладение универсальными учебными познавательными действиями: а) базовые логические действия: - самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; - устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствия результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - развивать креативное мышление при решении жизненных проблем б) базовые исследовательские действия: - владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; - выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; -- уметь переносить знания в познавательную и практическую области	- владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; - уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисления значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; - применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; - уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; уметь извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства

	жизнедеятельности; - уметь интегрировать знания из разных предметных областей; - выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения; и способность их использования в познавательной и социальной практике	реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятность реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; - уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники; - уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; - уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических
--	--	---

	открытий российской и мировой математической науки. - уметь оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; - уметь оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений при решении задач, в том числе из других учебных предметов; - уметь оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач; - уметь свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; - уметь оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; - уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;
--	--

	умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем; - уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; - уметь оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений; - уметь оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; - уметь свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии; - уметь находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать
--	--

	вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основание, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения; - уметь свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объема куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов,
--	---

		произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3, определитель - матрицы, геометрический смысл определителя; - уметь моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера; - умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки
ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	В области ценности научного познания: - сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире; - совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира; - осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Овладение универсальными учебными познавательными действиями: в) работа с информацией: - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации; - оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;	- уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства; и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни

	- использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; - владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности	
ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях	В области духовно-нравственного воспитания: -- сформированность нравственного сознания, этического поведения; - способность оценивать ситуацию и принимать решения, ориентируясь на морально- нравственные нормы и ценности; - осознание личного вклада в построение устойчивого будущего; - ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России; Овладение универсальными регулятивными действиями: а) самоорганизация: - самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; - давать оценку новым ситуациям; способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень; б) самоконтроль: использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; - уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей;	- уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники; - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками
	в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; - эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное	

	состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию; - социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты	
ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению; -овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: б) совместная деятельность: - понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы; - принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы; - координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия; - осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным. Овладение универсальными регулятивными действиями: г) принятие себя и других людей: - принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности; - признавать свое право и право других людей на ошибки; - развивать способность понимать мир с позиции другого человека	- уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятность реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; - уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции; - уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом	В области эстетического воспитания: - эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений; - способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства;	- уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

особенностей социального и культурного контекста	- убежденность в значимости для личности и общества отечественного и мирового искусства, этнических культурных традиций и народного творчества; - готовность к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: а) общение: - осуществлять коммуникации во всех сферах жизни; - распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты; - развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств	- уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; - уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира
ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения	- осознание обучающимися российской гражданской идентичности; - целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения, правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы; В части гражданского воспитания: - осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка; - принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей; - готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам; - готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общеобразовательной организации и детско-юношеских организациях; - умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; - готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности; - патриотического воспитания: - сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и	- уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; - уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки. - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях

	культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России; - ценностное отношение к государственному символу, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде; - идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); - способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; - овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности	
ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях	- не принимать действия, причиняющие вред окружающей среде; - уметь прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их; - расширить опыт деятельности экологической направленности; - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов; - осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду; - уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости; - давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать	- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать - практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы
ПК 2.2. Планировать основные показатели в области обеспечения работоспособности электрического хозяйства	- уметь вычислять основные показатели в области обеспечения работоспособности электрического хозяйства сельскохозяйственных потребителей, автоматизированных и роботизированных систем. - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся показателей; - осуществлять целенаправленный поиск средств и способов расчета показателей; - уметь переносить полученные показатели в практическую область сельскохозяйственн	- Уметь измерять сопротивление изоляции кабелей, обмоток электродвигателей, аппаратов, вторичных цепей и электропроводок - Уметь выполнять слесарные работы при монтаже электроконструкций, уметь делать разметку электроконструкций с помощью геометрии и черчения по образцам и чертежам, устанавливать электрооборудование - составлять план размещения силового питания и электропроводки - уметь делать математический расчет необходимого количества материала для монтажа электрооборудования

ых потребителей, автоматизированных и роботизированных систем.	электрического хозяйства;	уметь делать математический расчет размера кабелей для силового питания оборудования, уметь производить расчёт длин и площадей.
--	---------------------------	---

Объекты оценивания	Показатели	Критерии	Контролируемые разделы (темы дисциплины)	Форма аттестации (в соответствии с учебным планом)
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	- готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; - готовность к активной деятельности и технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; - интерес к различным сферам профессиональной деятельности;	- готов к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; - готов к активной деятельности и технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; - проявлен интерес к различным сферам профессиональной деятельности;	Повторение курса математики основной школы,	Экзамен
ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	- Овладение универсальными учебными познавательными действиями: а) базовые логические действия: - самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; - устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - развивать креативное мышление при решении жизненных проблем	а) базовые логические действия: - самостоятельно формулирует и актуализирует проблему, рассматривает ее всесторонне; - устанавливает существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - определяет цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - выявляет закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - вносит коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - развивает креативное мышление при решении жизненных проблем	Прямые и плоскости в пространстве, Координаты и векторы, Основы тригонометрии	
ОК 03 Планировать и	б) базовые исследовательские действия: - владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;	б) базовые исследовательские действия: - владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;	Тригонометрические функции, Комплексные числа, Производная функции, ее применение,	

реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимать личную деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях	- выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; -- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - уметь интегрировать знания из разных предметных областей; - выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения; - способность их использования в познавательной и социальной практике - владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; - умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;	- выявляет причинно-следственные связи и актуализирует задачу, выдвигает гипотезу ее решения, находить аргументы и доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализирует полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; -- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - уметь интегрировать знания из разных предметных областей; - выдвигает новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения; - способность их использования в познавательной и социальной практике - владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; - умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;	Многогранник и тела вращения, Первообразная функции, ее применение, Степени и корни. Степенная функция, Показательная функция, Логарифмы. Логарифмическая Функция, Множества. Элементы теории графов, Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей, Уравнения и неравенства.
ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	- уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая	- уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая	
ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей	- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая	- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая	

[illegible]

	цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач; - уметь свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бинომ Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; -уметь оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; - уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; -уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; - умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции,	цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач; - умеет свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; -умеет оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; - умеет свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - умеет оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; -умеет свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; - умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции,
--	--	--

	монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем; - уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; - уметь оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений; - уметь оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; - уметь свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;	монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем; - уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; - уметь оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений; - уметь оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; - уметь свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;
--	---	---

	- уметь находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения; - уметь свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы,	- умеет находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - умеет свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулирует определения изучаемых фигур, выдвигает гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения; - умеет свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы,
--	--	--

	конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3, определитель - матрицы, геометрический смысл определителя; - уметь моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера; - умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки В области ценности научного познания: -сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики,	конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур; - умеет свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; - умеет свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3, определитель - матрицы, геометрический смысл определителя; - умеет моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера; - умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки В области ценности научного познания: -сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики,
--	---	---

	основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире; - совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира; - осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Овладение универсальными учебными познавательными действиями: в) работа с информацией: - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации; - оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам; - использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; - владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства;	основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире; - совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира; - осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Владет универсальными учебными познавательными действиями: в) работа с информацией: - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации; - оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам; - использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; - владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства;	
--	---	--	--

	и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни В области духовно-нравственного воспитания: -- сформированность нравственного сознания, этического поведения; - способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально- нравственные нормы и ценности; - осознание личного вклада в построение устойчивого будущего; - ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России; Овладение универсальными регулятивными действиями: а) самоорганизация: - самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; - давать оценку новым ситуациям; способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень; б) самоконтроль:	и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни В области духовно-нравственного воспитания: -- сформированность нравственного сознания, этического поведения; - способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально- нравственные нормы и ценности; - осознание личного вклада в построение устойчивого будущего; - ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России; Владеет универсальными регулятивными действиями: а) самоорганизация: - самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявляет проблемы, ставить и формулирует собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; - давать оценку новым ситуациям; способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень; б) самоконтроль:	
--	---	---	--

	использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; - уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; - эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию; - социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники; - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению; и владеет навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;	использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; - умеет оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; - эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию; - социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты - умеет оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - умеет оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умеет распознавать симметрию в пространстве; умеет распознавать правильные многогранники; - умеет оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками готов к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению; и владеет навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;
--	---	--

	-овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: б) совместная деятельность: - понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы; - принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы; - координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия; - осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным. Овладение универсальными регулятивными действиями: г) принятие себя и других людей: - принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности; - признавать свое право и право других людей на ошибки; - развивать способность понимать мир с позиции другого человека - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические	Владеет универсальными коммуникативными действиями: б) совместная деятельность: - понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы; - принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы; - координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия; - осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным. Владеет универсальными регулятивными действиями: г) принятие себя и других людей: - принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности; - признавать свое право и право других людей на ошибки; - развивает способность понимать мир с позиции другого человека - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь	
--	--	--	--

	функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; - уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции; - уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем В области эстетического воспитания: - эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений; - способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства; - убежденность в значимости для личности и общества отечественного и мирового искусства, этнических культурных традиций и народного творчества; - готовность к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: а) общение: - осуществлять коммуникации во всех сферах жизни; - распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты; - развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств - уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать,	строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; - уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции; - уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем В области эстетического воспитания: - эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений; - способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства; - убежденность в значимости для личности и общества отечественного и мирового искусства, этнических культурных традиций и народного творчества; - готов к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности; Владеет универсальными коммуникативными действиями: а) общение: - осуществлять коммуникации во всех сферах жизни; - распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты; - развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств - уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать,	
--	---	--	--

	интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; - уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира - осознание обучающимися российской гражданской идентичности; - целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, - антикоррупционного мировоззрения, правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы; В части гражданского воспитания: - осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка; - принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей; - готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам; - готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общегосударственной организации и детско-юношеских организациях; - умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;	интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; - уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира - осознание обучающимися российской гражданской идентичности; - целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, - антикоррупционного мировоззрения, правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы; В части гражданского воспитания: - осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка; - принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей; - готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам; - готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общегосударственной организации и детско-юношеских организациях; - умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;
--	--	--

	- готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности; патриотического воспитания: - сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России; - ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде; - идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); - способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; - овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; - уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки. - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности	- готов к гуманитарной и волонтерской деятельности; патриотического воспитания: - сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России; - ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде; - идейная убежденность, готов к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); - способность их использования в познавательной и социальной практике, готов к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; - владеет навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; - умеет выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки. - умеет оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умеет вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности	
--	--	---	--

	реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях - не принимать действия, приносящие вред окружающей среде; - уметь прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их; - расширить опыт деятельности экологической направленности; - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов; - осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду; - уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости; - давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы - уметь вычислять основные показатели в области обеспечения работоспособности электротехнического хозяйства	реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях - не принимать действия, приносящие вред окружающей среде; - уметь прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их; - расширить опыт деятельности экологической направленности; - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов; - осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду; - уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости; - давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы - уметь вычислять основные показатели в области обеспечения работоспособности электротехнического хозяйства
--	---	---

	сельскохозяйственных потребителей, автоматизированных и роботизированных систем. - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся показателей; -осуществлять целенаправленный поиск средств и способов расчета показателей; -уметь переносить полученные показатели в практическую область электрического хозяйства; Уметь измерять сопротивления изоляций кабелей, обмоток электродвигателей, аппаратов, вторичных цепей и электропроводок Уметь выполнять слесарные работы при монтаже электроконструкций, уметь делать разметку электроконструкций с помощью геометрии и черчения по образцам и чертежам, устанавливает электрооборудование составлять план размещения силового питания и электропроводки уметь делать математический расчет необходимого количества материала для монтажа электрооборудования уметь делать математический расчет размера кабелей для силового питания оборудования, уметь производить расчёт длин и площадей.	сельскохозяйственных потребителей, автоматизированных и роботизированных систем. - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся показателей; -осуществлять целенаправленный поиск средств и способов расчета показателей; -уметь переносить полученные показатели в практическую область электрического хозяйства; Умеет измерять сопротивления изоляций кабелей, обмоток электродвигателей, аппаратов, вторичных цепей и электропроводок Умеет выполнять слесарные работы при монтаже электроконструкций, умеет делать разметку электроконструкций с помощью геометрии и черчения по образцам и чертежам, устанавливает электрооборудование составлять план размещения силового питания и электропроводки умеет делать математический расчет необходимого количества материала для монтажа электрооборудования умеет делать математический расчет размера кабелей для силового питания оборудования, умеет производить расчёт длин и площадей.	
--	---	---	--

2. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1. Примерный перечень теоретических заданий

ТЗ1

Тема 1.1 Развитие понятия о числе

- Какое число называется приближенным?
- Что называется истинной погрешностью и истинной абсолютной погрешностью?
- Что называется границей абсолютной погрешности?
- Какие цифры приближенного числа называются верными?
- Какие цифры называются сомнительными?
- Сформулируйте правило записи приближенных чисел. Приведите примеры.
- Как округляются приближенные числа?
- Что называется границей абсолютной погрешности приближенного числа?
- Что называется границей относительной погрешности приближенного числа?
- Перечислите правила действий с приближенными числами. Приведите примеры.
- Дайте определение мнимой единицы.
- Как вычисляют степени мнимой единицы?
- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
- Какие комплексные числа называются равными?
- Какие комплексные числа называются сопряженными?
- Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
- Как геометрически изображаются комплексные числа?
- Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
- Запишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
- Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?

ТЗ2

Тема 1.2 Корни, степени, логарифмы

- Что значит возвести число в степень n ?
- Сформулируйте правило знаков.
- Как перемножить две степени с одинаковыми основаниями?
- Как разделить две степени с одинаковыми основаниями?
- Как возвести степень в степень?
- Как извлечь корень из степени?
- Как найти степень с отрицательным показателем?
- Как найти степень с дробным показателем?
- Какое уравнение называется показательным?
- Сформулируйте правило решения простейших показательных уравнений.
- Дайте определение логарифма.
- Сформулируйте теоремы о логарифмах произведения, частного степени и корня.
- Какие уравнения называются логарифмическими?
- Какие корни уравнения называются посторонними?
- Чем обязательно следует заканчивать решение любого логарифмического уравнения?
- Сформулируйте основное свойство корня.
- Как извлечь корень из произведения?
- Как извлечь корень из дроби?
- Как извлечь корень из степени?
- Как производится умножение корней одинаковой степени?
- Как производится умножение корней разных степеней?
- Как производится деление корней одинаковой степени?
- Какие уравнения называются иррациональными?
- Как возникает в решении посторонний корень?

ТЗ3

Тема 1.3 Прямые и плоскости в пространстве

Что такое стереометрия?

Назовите основные фигуры в пространстве.

Сформулируйте три аксиомы стереометрии.

Докажите, что через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.

Докажите, что если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит плоскости.

Докажите, что через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.

Какие прямые в пространстве называются параллельными?

Какие прямые называются скрещивающимися?

Докажите, что через точку вне данной прямой можно провести прямую, параллельную этой прямой, и притом только одну.

Докажите признак параллельности прямых.

Что значит: прямая и плоскость параллельны?

Докажите признак параллельности прямой и плоскости.

Какие плоскости называются параллельными?

Докажите признак параллельности плоскостей.

Докажите, что через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну.

Докажите, что если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны.

Докажите, что отрезки параллельных прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны.

Перечислите свойства параллельного проектирования.

Что такое центральное проектирование и чем оно отличается от параллельного проектирования?

Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?

Докажите, что пересекающиеся прямые, соответственно параллельные перпендикулярным прямым, сами перпендикулярны.

Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.

Докажите признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Докажите, что если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

Докажите, что две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?

Что называется расстоянием от точки до плоскости?

Что такое наклонная, проведенная из данной точки к плоскости? Что такое проекция наклонной?

Докажите теорему о трех перпендикулярах.

Какие плоскости называются перпендикулярными?

Докажите признак перпендикулярности плоскостей.

Что такое общий перпендикуляр скрещивающихся прямых?

Докажите, что скрещивающиеся прямые имеют общий перпендикуляр, и притом только один. Он является общим перпендикуляром параллельных плоскостей, проходящих через эти прямые.

Что называется расстоянием между скрещивающимися прямыми?

Объясните, как определяются координаты точки в пространстве.

Выразите расстояние между двумя точками через координаты этих точек.

Выведите формулы для координат середины отрезка через координаты его концов.

Что такое преобразование симметрии относительно точки?

Какая фигура называется центрально-симметричной?

Объясните, что такое преобразование симметрии относительно плоскости. Что такое плоскость симметрии фигуры?

Какое преобразование фигуры называется движением?

Докажите, что движение в пространстве переводит плоскость в плоскость.

Какие фигуры в пространстве называются равными?

Дайте определение параллельного переноса.

Перечислите свойства параллельного переноса.

Докажите, что при параллельном переносе в пространстве каждая плоскость переходит либо в себя, либо в параллельную плоскость.

Что такое преобразование подобия? Перечислите его свойства.

Какое преобразование называется гомотетией? Докажите, что преобразование гомотетии в пространстве переводит любую плоскость, не проходящую через центр гомотетии, в параллельную плоскость (или в себя).

Дайте определение угла между скрещивающимися прямыми.

Дайте определение угла между прямой и плоскостью.

Дайте определение угла между плоскостями.

Докажите, что площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна произведению его площади на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью его проекции.

Что такое абсолютная величина вектора? Какие векторы называются одинаково направленными?

Дайте определение координат вектора с началом в точке $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и концом в точке $A_2(x_2; y_2; z_2)$.

Дайте определение действий над векторами: сложения, умножения на число, скалярного произведения.

Какие векторы в пространстве называются коллинеарными, компланарными?

Докажите, что любой вектор в пространстве можно разложить по трем некомпланарным векторам.

Выведите уравнение плоскости.

Т34

Тема 1.4 Координаты и векторы

Что называется вектором?

Что называется длиной вектора?

Какие векторы называются равными?

Как сложить два вектора?

Как найти разность двух векторов?

Как умножить вектор на число?

Какие векторы называются коллинеарными?

Как разложить вектор в декартовой системе координат?

Что называется базисом?

Что называется координатами вектора?

Что можно сказать о базисе $(\vec{i}, \vec{j})$?

Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?

Как найти длину вектора, заданного двумя точками?

Как выполняются сложение и вычитание векторов,

Запишите формулы деления отрезка в заданном отношении.

Запишите формулы деления отрезка на две равные части.

Что называется скалярным произведением векторов?

Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?

Какими свойствами обладает скалярное произведение векторов?

Чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов?

Чему равно скалярное произведение коллинеарных векторов?

Что называется уравнением линии?

Каким уравнением описывается прямая на плоскости?

Запишите уравнения осей координат.

Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.

Сформулируйте условие параллельности прямых.

Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.

Как найти угол между прямыми?

Т35

Тема 1.5 Основы тригонометрии

Что называется единичной окружностью?

Что называется градусом?

Каковы соотношения между градусом, минутой и секундой?

Какие тригонометрические функции называются периодическими?

Чему равен период функции $y = \sin x$; $y = \cos x$?

Чему равен период функции $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$?

Какие тригонометрические функции являются четными?

Какие тригонометрические функции являются нечетными?

Перечислите основные тригонометрические тождества.

Запишите формулы сложения аргументов.

Сформулируйте правило написания формул приведения.

Перечислите формулы двойных углов.

Перечислите формулы половинных углов.

Запишите формулы сложения функций.

Что называется арксинусом угла?

Что называется арккосинусом угла?

Что называется арктангенсом угла?

Т36

Тема 2.1 Элементы комбинаторики

Что называется n -факториалом?

Перечислите основные задачи комбинаторики.

Что называется перестановками?

Запишите формулу для числа перестановок из m элементов.

Что называется размещениями?

Запишите формулу числа размещений из m элементов по n .

Что называется сочетаниями?

Запишите формулу для числа сочетаний из m элементов по n .

Т37

Тема 2.2. Функция и их графики

Какие существуют способы задания функции?

Дайте определения возрастающей и убывающей функции.

Какая функция называется сложной?

Перечислите виды основных элементарных функций, запишите их математические выражения, изобразите их графически.

Т38

Тема 2.3. Многогранники и круглые тела

Что такое двугранный угол (грань угла, ребро угла)?

Что такое линейный угол двугранного угла?

Почему мера двугранного угла не зависит от выбора линейного угла?

Объясните, что такое трехгранный угол (грани и ребра трехгранного угла).

Объясните, что такое плоские и двугранные углы трехгранного угла.

Что такое многогранник?

Какой многогранник называется выпуклым?

Что такое грань выпуклого многогранника, ребро, вершина, развертка?

Что такое призма (основания призмы, боковые грани, ребра)?

Докажите, что у призмы основания лежат в параллельных плоскостях и равны, боковые ребра параллельны и равны, боковые грани — параллелограммы.

Что такое высота призмы?

Что такое диагональ призмы?

Что представляет собой сечение призмы плоскостью, параллельной боковым ребрам, в частности диагональное сечение?

Как строится сечение призмы плоскостью, проходящей через данную прямую в плоскости основания призмы и данную точку на одной из боковых граней?

Какая призма называется прямой (наклонной)?

Какая призма называется правильной?

Что такое боковая (полная) поверхность призмы?

Докажите, что боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.

Что такое параллелепипед?

Докажите, что у параллелепипеда противоположные грани параллельны и равны.

Докажите, что диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Докажите, что точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.

Какой параллелепипед называется прямоугольным? Что такое линейные размеры прямоугольного параллелепипеда?

Что такое куб?

Докажите, что в прямоугольном параллелепипеде квадрат диагонали равен сумме квадратов трех его измерений.

Сколько плоскостей симметрии у прямоугольного параллелепипеда?

Что такое пирамида (основание пирамиды, боковые грани, ребра, высота)?

Что представляют собой сечения пирамиды плоскостями, проходящими через ее вершину?

Что такое диагональное сечение пирамиды?

Как построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через данную прямую в плоскости основания пирамиды и заданную точку на одной из боковых граней?

Докажите, что плоскость, пересекающая пирамиду и параллельная ее основанию, отсекает подобную пирамиду.

Объясните, что такое усеченная пирамида.

Какая пирамида называется правильной? Что такое ось правильной пирамиды?

Что такое апофема правильной пирамиды?

Докажите, что боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на апофему.

Какой многогранник называется правильным?

Объясните, что такое круговой цилиндр (образующая цилиндра, основания цилиндра, боковая поверхность цилиндра).

Какой цилиндр называется прямым?

Что такое радиус цилиндра, высота цилиндра, ось цилиндра, осевое сечение цилиндра?

Докажите, что плоскость, параллельная плоскости основания цилиндра, пересекает его боковую поверхность по окружности, равной окружности основания.

Что такое призма, вписанная в цилиндр (описанная около цилиндра)? Что такое касательная плоскость к цилиндру?

Что такое круговой конус, вершина конуса, образующая конуса, основание конуса, боковая поверхность конуса?

Какой конус называется прямым?

Что такое высота конуса, ось конуса, осевое сечение конуса?

Докажите, что плоскость, параллельная плоскости основания конуса, пересекает боковую поверхность по окружности с центром на оси конуса.

Что такое усеченный конус?

Какая пирамида называется вписанной в конус (описанной около конуса)? Что такое касательная плоскость к конусу?

Что такое шар (шаровая поверхность или сфера)?

Что такое радиус шара, диаметр шара? Какие точки шара называются диаметрально противоположными?

Докажите, что пересечение шара с плоскостью есть круг.

Какая плоскость называется диаметральной плоскостью шара? Что такое большой круг?

Докажите, что любая диаметральная плоскость шара является его плоскостью симметрии; центр шара является его центром симметрии.

Какая плоскость называется касательной к шару?

Докажите, что касательная плоскость имеет с шаром только одну общую точку — точку касания.

Какая прямая называется касательной к шару?

Линия пересечения двух сфер есть окружность. Докажите.

Какой многогранник называется вписанным в шар (описанным около шара)?

Сформулируйте основные свойства объема.

Докажите, что объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его линейных размеров.

Докажите, что объем любого параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

Докажите, что объем треугольной призмы равен произведению площади ее основания на высоту.

Докажите, что объем любой призмы равен произведению площади ее основания на высоту.

Докажите, что треугольные пирамиды с равными площадями оснований и равными высотами равновелики.

Выведите формулу для объема треугольной пирамиды.

Докажите, что объем любой пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту.

Докажите, что объемы подобных тел относятся как кубы соответствующих линейных размеров.

Выведите формулу для объема цилиндра.

Выведите формулу для объема конуса.

Выведите формулу для объема тел вращения.

Выведите формулу для объема шара.

Что такое шаровой сегмент? Выведите формулу для объема шарового сегмента.

Что такое шаровой сектор? По какой формуле вычисляется объем шарового сектора?

По какой формуле вычисляется площадь боковой поверхности цилиндра?

По какой формуле находится площадь боковой поверхности конуса (боковой поверхности усеченного конуса)?

По какой формуле вычисляется площадь сферы?

ТЗ9

Тема 2.4 Предел функции. Непрерывность функции.

Дайте определение предела переменной величины. Перечислите свойства пределов.

Как прочитать запись $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$? Дайте определение предела функции в точке.

Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?

Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?

Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$

Сформулируйте и запишите первый и второй замечательные пределы. Как найти мгновенную скорость прямолинейного неравномерного движения?

Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?

Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.

Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.

T310

Тема 2.5 Понятие производной

Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?

Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?

Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.

Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную? Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?

В чем заключается механический смысл производной?

Что называется производной второго порядка и каков ее механический смысл?

Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?

Чем можно оправдать, что при малых значениях Δx приращение функции приближенно равно ее дифференциалу? Что выражает геометрически формула $\Delta y \approx dy$?

T311

Тема 2.6 Производная и ее применение

Повторите определения возрастающей и убывающей функций. Каковы знаки приращений аргумента и функции в интервалах возрастания и убывания? В чем заключается признак возрастания и убывания функции?

В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.

Как отыскивают экстремумы функций с помощью второй производной? Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума — положительна?

В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?

Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?

Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?

Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.

Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

T312

Тема 2.7 Неопределенный интеграл. Определенный интеграл

Что является основной задачей интегрального исчисления?

Какая функция называется первообразной для заданной функции?

Если $F(x)$ — первообразная для $f(x)$, то каким равенством связаны они между собой?

Первообразная определяется неоднозначно. Как это нужно понимать?
 Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
 Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
 Как записать всю совокупность первообразных функций?
 Что называется неопределенным интегралом?
 Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
 Почему интеграл называется неопределенным?
 Как называются все элементы равенства $\int f(x)dx = F(x) + C$?
 Чем отличаются друг от друга подынтегральная функция и подынтегральное выражение?
 Что означает постоянная C в определении неопределенного интеграла?
 Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?
 В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
 В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
 Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
 Напишите основные формулы интегрирования.
 Как доказать справедливость каждой формулы интегрирования?
 Как проверить результат интегрирования?
 В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
 Что такое определенный интеграл?
 Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
 В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
 Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?

T313

Тема 2.8 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Какие события называются достоверными? Приведите примеры.
 Какие события называются невозможными? Приведите примеры.
 Что называется вероятностью события?
 Что называется относительной частотой события?
 Какие события называются несовместными? Приведите примеры.
 Чему равна сумма несовместных событий?
 Какие события называются противоположными?
 Как формулируется теорема сложения вероятностей?
 Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
 Что называется условной вероятностью?
 Как формулируется теорема умножения вероятностей?
 Какая величина называется случайной?
 Какая случайная величина называется дискретной?

T314

Тема 2.9 Уравнения и неравенства

Дайте понятие равносильного уравнения;
 Дайте понятие равносильного неравенства;
 Дайте понятие уравнения-следствия;
 Перечислите основные теоремы равносильности.
 Методы решения иррациональных уравнений и неравенств.
 Решение тригонометрических уравнений и неравенств разного вида. Решение тригонометрических уравнений.
 Показательные уравнения и неравенства. Основные виды и методы их решения.
 Логарифмические уравнения и неравенства. Способы и методы их решения.
 Решение всех видов неравенств.

2.2. Примерный перечень практических заданий

1 1. Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности.

Создайте и заполните таблицу «Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности». Запишите по 5 примеров применения математики в различных сферах деятельности.

2 2. Математика – часть мировой культуры.

Составьте краткий опорный конспект «Взаимосвязь математики и мировой культуры»

3 1. Целые числа. Рациональные числа. Действия над обыкновенными и десятичными дробями.

Записать в виде десятичной дроби:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{8}{11}$; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $-\frac{3}{4}$; 5) $-8\frac{2}{7}$; 6) $\frac{13}{99}$.

Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:

1) $\frac{2}{11} + \frac{1}{9}$; 2) $\frac{8}{13} + \frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{3} + 1,25$;
4) $\frac{1}{6} + 0,33$; 5) $\frac{3}{14} \cdot 1,05$; 6) $\frac{7}{9} \cdot 1,7$.

Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

1) 0,(6); 2) 1,(55); 3) 0,1(2);
4) -0,(8); 5) -3,(27); 6) -2,3(82).

Вычислить:

1) $(20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95)$;
2) $\frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18}$.

4 2. Действительные числа. Арифметический квадратный корень. Иррациональные числа.

Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое значение выражения:

1) $(\sqrt{8} - 3)(3 + 2\sqrt{2})$; 2) $(\sqrt{27} - 2)(2 - 3\sqrt{3})$;
3) $(\sqrt{50} + 4\sqrt{2})\sqrt{2}$; 4) $(5\sqrt{3} + \sqrt{27}) : \sqrt{3}$;
5) $(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2$; 6) $(\sqrt{5} - 1)^2 - (2\sqrt{5} + 1)^2$.

Вычислить:

1) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{28}$; 2) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$; 3) $\sqrt{50} : \sqrt{8}$; 4) $\sqrt{12} : \sqrt{27}$.

Сравнить числовые значения выражений:

1) $\sqrt{3,9} + \sqrt{8}$ и $\sqrt{1,1} + \sqrt{17}$; 2) $\sqrt{11} - \sqrt{2,1}$ и $\sqrt{10} - \sqrt{3,1}$.

Вычислить:

1) $\sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{10} + \sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{5}}$; 2) $\sqrt{(\sqrt{16} - 6\sqrt{7} + \sqrt{7}) \cdot 3}$;
3) $\sqrt{(\sqrt{8} + 2\sqrt{15} - \sqrt{8} - 2\sqrt{15}) \cdot 2 + 7}$.

5 3. Приближенные вычисления. Абсолютная и относительная погрешности.

2—9. Найти истинные абсолютные погрешности чисел:

2. $a_0 = 348$; $a = 347,289$. 3. $a_0 = 64,28$; $a = 64,32$.
4. $a_0 = 14,262$; $a = 14,261983$. 5. $a_0 = 0,135$; $a = 0,13512$.
6. $a_0 = 12\,487\,856$; $a = 12\,400\,000$. 7. $a_0 = 3,528$; $a = 3,5281$.
8. $a_0 = 854\,000$; $a = 853\,997$. 9. $a_0 = 647\,398$; $a = 647\,500$.

73—83. Округлить с точностью до 0,01 следующие числа:

73. 0,428. 74. 2,645. 75. 8,993.
76. 16,452. 77. 25,689. 78. 81,341.
79. 10,328. 80. 76,645. 81. 62,8428.
82. 15,1613. 83. 17,8975. 84. 22,1488.

85—93. Округлить с точностью до 1 следующие числа:

85. 16,285. 86. 17,349. 87. 34,931.
88. 60,605. 89. 0,785. 90. 2,501.
91. 31,499. 92. 785,501. 93. 0,499.

104—111. Определить границы относительных погрешностей следующих чисел:

104. $a = 6,93$; $\Delta a = 0,02$. 105. $a = 12,79$; $\Delta a = 2$.
 106. $a = 648,5$; $\Delta a = 0,05$. 107. $a = 792,3$; $\Delta a = 0,05$.
 108. $a = 2,372$; $\Delta a = 0,004$. 109. $a = 4,25$; $\Delta a = 0,02$.
 110. $a = 34,27$; $\Delta a = 0,005$. 111. $a = 1,9345$; $\Delta a = 0,0005$.

6 4. Комплексные числа и формы их представления.

151—157. Вычислить:

151. i^{66} ; i^{143} ; i^{216} ; i^{137} .
 152. $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.
 153. $(i^{36} + i^{17})i^{23}$.
 154. $(i^{133} + i^{115} + i^{200} + i^{142})(i^{17} + i^{36})$.
 155. $i^{145} + i^{147} + i^{264} + i^{345} + i^{117}$.
 156. $(i^{13} + i^{14} + i^{15})i^{32}$.
 157. $(i^{64} + i^{17} + i^{13} + i^{82})(i^{72} - i^{34})$.

7 5. Действия с комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа.

166—173. Произвести сложение и вычитание комплексных чисел:

166. $(3 + 5i) + (7 - 2i)$. 167. $(6 + 2i) + (5 + 3i)$.
 168. $(-2 + 3i) + (7 - 2i)$. 169. $(5 - 4i) + (6 + 2i)$.
 170. $(3 - 2i) - (5 + i)$. 171. $(4 + 2i) - (-3 + 2i)$.
 172. $(-5 + 2i) - (5 + 2i)$. 173. $(-3 - 5i) - (7 - 2i)$.

174—181. Произвести умножение комплексных чисел:

174. $(2 + 3i)(5 - 7i)$. 175. $(6 + 4i)(5 + 2i)$.
 176. $(3 - 2i)(7 - i)$. 177. $(-2 + 3i)(3 + 5i)$.
 178. $(1 - i)(1 + i)$. 179. $(3 + 2i)(1 + i)$.
 180. $(6 + 4i)3i$. 181. $(2 - 3i)(-5i)$.

267—273. Произвести действия, предварительно записав комплексные числа в тригонометрической форме:

267. Найти $z_1 z_2$; z_1 / z_2 , если $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -2 - 2i$.
 268. Найти $z_1 z_2$; z_1 / z_2 , если $z_1 = 2\sqrt{3} - 2i$; $z_2 = \sqrt{3} + i$.
 269. Найти $z_1 z_2$; z_1 / z_2 , если $z_1 = 0,5 - 0,5i\sqrt{3}$, $z_2 = 0,5\sqrt{3} - 0,5i$.
 270. Найти z^5 , если $z = 3 - 3i$.
 271. Найти $\sqrt[3]{z}$, если $z = -27$.
 272. Найти $\sqrt[4]{z}$, если $z = -1$.
 273. Найти z^3 , если $z = -5 + 5i$.

199—210. Выполнить деление:

199. $\frac{5i}{3 + 2i}$. 200. $\frac{-2i}{5 - i}$. 201. $\frac{2 - 3i}{5 + 2i}$.
 202. $\frac{3 - i}{5 - 3i}$. 203. $\frac{3 + 2i}{1 - 5i}$. 204. $\frac{3 - 7i}{3 + 2i}$.
 205. $\frac{3 + 2i}{5i}$. 206. $\frac{6 - 7i}{i}$. 207. $\frac{2 + 3i}{2 - 3i}$.
 208. $\frac{5 - 7i}{5 + 7i}$. 209. $\frac{1 - i}{1 + i}$. 210. $\frac{1 + i}{1 - i}$.

211—216. Выполнить действия:

211. $\frac{(2 + 3i) - (5 + 7i)}{2 + 3i}$. 212. $\frac{3 + 2i}{3 - 2i} + \frac{5 + 2i}{3 + 2i}$.
 213. $\frac{6 + 2i}{3 - 7i} - \frac{2 + 3i}{2 + 5i}$. 214. $\frac{6 + 2i}{1 - i} - i^{27}$.
 215. $\left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)^{12} + \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^{12}$. 216. $i^{123} + (1 - i)^6 - (1 + i)^8$.

8 1. Корень n-ой степени с натуральным показателем. Свойства арифметического корня n-ой степени.

Назовите подкоренное число и показатель корня:

а) $\sqrt[4]{3}$; б) $\sqrt[7]{5}$; в) $\sqrt{11}$; г) $\sqrt[15]{37}$.

Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt{361} = 19$; в) $\sqrt[3]{343} = 7$;

б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$.

Объясните, почему неверно равенство:

а) $\sqrt{25} = -5$; в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$;

б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; г) $\sqrt[4]{625} = -25$.

Вычислите:

а) $\sqrt[3]{0,125}$; б) $\sqrt[4]{0,0625}$; в) $\sqrt[4]{0,0081}$; г) $\sqrt[3]{0,027}$.

а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$; в) $\sqrt{\frac{100}{121}}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$.

а) $\sqrt[7]{-128}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt[3]{-64}$; г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$.

а) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$; в) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$;

б) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$; г) $12 - 6\sqrt[3]{0,125}$.

9 2. Преобразование выражений, содержащих корни n-ой степени. Обобщение понятия степени.

Найдите значение числового выражения:

а) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$; в) $\sqrt[4]{625 \cdot 16}$;

б) $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$; г) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 243}$.

а) $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; в) $\sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$.

а) $\sqrt[3]{24 \cdot 9}$; б) $\sqrt[5]{48 \cdot 162}$; в) $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$; г) $\sqrt[4]{54 \cdot 24}$.

а) $\sqrt[4]{\frac{125}{0,2}}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}}$; в) $\sqrt[3]{\frac{27}{0,125}}$; г) $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}}$.

а) $\sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9}$; в) $\sqrt[3]{0,2^3 \cdot 5^6}$;

б) $\sqrt[5]{0,2^{10} \cdot 10^{10}}$; г) $\sqrt[6]{36^3 \cdot 2^6}$.

а) $\sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{5^6}{3^9}}$; в) $\sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}}$; г) $\sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}}$.

Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{20}$; б) $\sqrt{147}$; в) $\sqrt{108}$; г) $\sqrt{245}$.

а) $\sqrt[3]{24}$; б) $\sqrt[4]{160}$; в) $\sqrt[3]{512}$; г) $\sqrt[4]{486}$.

Вынесите множитель из-под знака корня, считая, что переменные принимают только неотрицательные значения:

а) $\sqrt{x^3}$; б) $\sqrt[3]{a^4}$; в) $\sqrt[5]{m^7}$; г) $\sqrt[4]{n^{13}}$.

а) $\sqrt{25a^3}$; б) $\sqrt[4]{405a^5}$; в) $\sqrt[3]{24x^3}$; г) $\sqrt[5]{160m^{10}}$.

а) $\sqrt{75t^4r^3}$; в) $\sqrt[3]{250x^4y^7}$;

б) $\frac{x^2}{b}\sqrt[3]{\frac{72a^4b^3}{343x^3}}$; г) $3mn\sqrt[4]{\frac{80x^3}{243m^5n^9}}$.

Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

а) $c^{\frac{3}{4}}$; б) $p^{5\frac{1}{2}}$; в) $x^{\frac{3}{4}}$; г) $y^{2\frac{2}{3}}$.

а) $0,2^{0,5}$; б) $t^{0,8}$; в) $b^{1,5}$; г) $8,5^{0,6}$.

Представьте заданное выражение в виде степени с рациональным показателем:

а) $\sqrt{1,3}$; б) $\sqrt[7]{\frac{3}{5}}$; в) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$; г) $\sqrt[3]{4,3}$.

а) $\sqrt[5]{b^4}$; б) $\sqrt[3]{a^2}$; в) $\sqrt[11]{c^2}$; г) $\sqrt[5]{a}$.

Вычислите:

а) $49^{\frac{1}{2}}$; б) $1000^{\frac{1}{3}}$; в) $27^{\frac{1}{3}}$; г) $25^{\frac{1}{2}}$.

а) $9^{2\frac{1}{2}}$; б) $0,16^{1\frac{1}{2}}$; в) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}}$; г) $0,001^{\frac{2}{3}}$.

10 3. Степень с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Найдите значение выражения 2^x при указанных значениях переменной x :

а) $x = 3$; б) $x = -2$; в) $x = 5$; г) $x = -4$.

а) $x = \frac{3}{2}$; б) $x = -\frac{1}{2}$; в) $x = \frac{4}{3}$; г) $x = -\frac{2}{3}$.

Определите, какое из чисел 5^{x_1} или 5^{x_2} больше, если:

- а) $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = \frac{4}{5}$; в) $x_1 = \frac{3}{5}$, $x_2 = \frac{4}{7}$;
 б) $x_1 = -\frac{7}{3}$, $x_2 = -\frac{6}{5}$; г) $x_1 = -\frac{3}{8}$, $x_2 = -\frac{11}{9}$.

11 4. Преобразование выражений, содержащих степень с действительным показателем.

Найдите значение выражения:

- а) $2^{5,3} \cdot 2^{-0,3}$; в) $3^{6,8} \cdot 3^{-5,8}$;
 б) $7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{3,5}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3,7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-0,7}$.
 а) $4^{3,5} : 4^3$; в) $8^{\frac{2}{3}} : 8^2$;
 б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3}$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6}$.
 а) $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6$; б) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$; в) $\left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2$; г) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$.
 а) $(2^{-3})^2 \cdot 2^5$; в) $(3^{2,7})^3 : 3^{5,1}$;
 б) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{4,1}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{20,6}$; г) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$.

12 5. Решение иррациональных уравнений различными методами

322. $x - 5 = \sqrt{x} + 1$. 323. $\sqrt{3x-5} - 4 = 5$.
 324. $\sqrt{x^2-3x-1} + 7 = 2x$. 325. $x - \sqrt{25-x^2} = 7$.
 326. $\sqrt{x-9} = \frac{36}{\sqrt{x-9}} - \sqrt{x}$. 327. $5\sqrt{x} - 7 = 3\sqrt{x} - 1$.
 328. $\frac{15}{\sqrt{10-x}} - \sqrt{3x+5} = \sqrt{10-x}$. 329. $\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{x-\sqrt{1+x^2}} = -2$.
 330. $\sqrt{4x-3} \cdot \sqrt{3x-5} = 3x-1$. 331. $7x-2 = 3\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{3x-8}$.
 332. $\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{2x+2} = x+1$. 333. $\sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2$.
 334. $\sqrt{x+7} + \sqrt{3x-2} - 9 = 0$. 335. $\sqrt{x+8} - \sqrt{5x+20} + 2 = 0$.

13 6. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Решение иррациональных неравенств.

114—119. Произвести указанные действия:

114. $\sqrt[3]{a} : a^{3/4}$. 115. $\sqrt[3]{3a^2b} : 4ab^3$.
 116. $\sqrt[12]{x^3} : x^{1/4}$. 117. $\sqrt{a^{1/2}} : \sqrt{a^{-1/3}}$.
 118. $2a^{1/2}x^{1/2} \cdot 5a^{1/3}x^{1/2}$.
 119. $20a^{-2}b^{1/2}c^{2/3} : 4a^{-3}b^{1/2}c^{3/4}$.

14 7. Преобразование выражений, содержащих степени.

130—136. Упростить выражения:

$$130. \frac{a}{a^{1/2}b^{1/2}+b} + \frac{b}{a^{1/2}b^{1/2}+a} - \frac{a+b}{a^{1/2}b^{1/2}}.$$

$$131. \frac{x^{1/2}}{x^{1/2}-6} - \frac{3}{x^{1/2}+6} + \frac{x}{36-x}.$$

$$132. \left(\frac{1-y^{1.5}}{1-y^{0.5}} + y^{0.5} \right) \left(\frac{1+y^{1.5}}{1+y^{0.5}} - y^{0.5} \right).$$

$$133. \frac{2}{p^{1/2}-q^{1/2}} - \frac{2p^{1/2}}{p^{3/2}+q^{3/2}} \cdot \frac{p-p^{1/2}q^{1/2}+q}{p^{1/2}-q^{1/2}}.$$

$$134. \left[(a^{1/3} - x^{1/3})^{-1}(a-x) - \frac{a+x}{a^{1/3}+x^{1/3}} \right] \cdot 2(ax)^{-1/3}.$$

$$135. \left[\frac{(a^{3/4} - b^{3/4})(a^{3/4} + b^{3/4})}{a^{1/2} - b^{1/2}} - \sqrt{ab} \right] \cdot \frac{2\sqrt{2.5}(a+b)^{-1}}{\sqrt{10}}.$$

$$136. \left[x(1-x)^{-2/3} + \frac{x}{(1-x)^{5/3}} \right] : [(1-x)^{1/3}(1-2x+x^2)^{-1}].$$

15 8. Решение показательных уравнений, неравенств различными методами.

Решите уравнение:

а) $3^x = 9;$

в) $3^x = 27;$

б) $3^x = \frac{1}{3};$

г) $3^x = \frac{1}{81}.$

а) $5^x = \sqrt{5};$

в) $8^x = \sqrt[5]{8};$

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81;$

г) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{25}.$

а) $2^{3x} = 128;$

в) $3^{2x} = \frac{1}{27};$

б) $6^{3x} = 216;$

г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x} = \frac{1}{343}.$

Решите графически уравнение:

а) $3^x = 4 - x;$

в) $5^x = 6 - x;$

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 3;$

г) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = x + 8.$

а) $2^x = -2x + 8;$

в) $3^x = -x + 1;$

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 11;$

г) $0,2^x = x + 6.$

16 9. Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы.

Вычислите:

а) $\log_2 2^4$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-7}$; в) $\log_8 8^{-3}$; г) $\log_{0,1} (0,1)^5$.

а) $\log_3 \frac{1}{27}$; в) $\lg 0,0001$;

б) $\log_{0,1} 0,0001$; г) $\log_{\frac{1}{3}} 81$.

а) $\log_{\sqrt{7}} 49$; в) $\log_{\frac{1}{15}} (225\sqrt{15})$;

б) $\log_{\sqrt{2}} (2\sqrt{8})$; г) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729}$.

17 10.Свойства логарифмов.

а) $3^{\log_3 8}$; б) $4^{\log_4 23}$; в) $12^{\log_{12} 1,3}$; г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 7}$.

а) $2^{3+\log_2 9}$; б) $7^{1+\log_7 4}$; в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_{\frac{1}{6}} 20}$; г) $(\sqrt{7})^{4+\log_{\sqrt{7}} 0,5}$.

а) $8^{2\log_8 3}$; б) $6^{-3\log_6 2}$; в) $3^{4\log_3 2}$; г) $5^{-2\log_5 3}$.

Вычислите:

а) $\log_6 12 + \log_6 3$; в) $\log_{26} 2 + \log_{26} 13$;

б) $\lg 25 + \lg 4$; г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$.

а) $\log_{144} 3 + \log_{144} 4$; в) $\log_{216} 2 + \log_{216} 3$;

б) $\log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2$; г) $\log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72}$.

а) $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$; в) $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7$;

б) $\log_2 15 - \log_2 30$; г) $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$.

а) $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}$; в) $\log_{\frac{2}{3}} 32 - \log_{\frac{2}{3}} 243$;

б) $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14$; г) $\log_{0,1} 0,003 - \log_{0,1} 0,03$.

18 11.Приведение логарифма к новому основанию.

Вычислите:

а) $\log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9$;

в) $\log_{25} 9 - \log_5 3$;

б) $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2}$;

г) $\log_{16} 4 - \log_4 8$.

Известно, что $\log_2 3 = a$. Найдите:

а) $\log_3 2$; б) $\log_3 \frac{1}{2}$; в) $\log_3 4$; г) $\log_3 \frac{1}{4}$.

Известно, что $\log_5 2 = b$. Найдите:

а) $\log_2 25$; б) $\log_2 \frac{1}{25}$; в) $\log_2 125$; г) $\log_2 \frac{1}{625}$.

Известно, что $\log_2 3 = a$. Найдите:

а) $\log_4 9$; б) $\log_8 18$; в) $\log_4 81$; г) $\log_8 54$.

Сравните числа:

а) $\log_2 7$ и $\log_7 4$;

в) $\log_3 5$ и $\log_5 4$;

б) $\log_6 9$ и $\log_9 8$;

г) $\log_{11} 14$ и $\log_{14} 13$.

а) $\log_2 6$ и $\log_4 5$;

в) $\log_9 6$ и $\log_3 7$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ и $\log_{\frac{1}{4}} 1,5$;

г) $\log_{\frac{1}{3}} 4$ и $\log_{\frac{1}{9}} 7$.

Решите уравнение:

а) $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7$;

б) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$.

Вычислите:

а) $\log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9$; в) $\log_{25} 9 - \log_5 3$;

б) $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2}$; г) $\log_{16} 4 - \log_4 8$.

Известно, что $\log_2 3 = a$. Найдите:

а) $\log_3 2$; б) $\log_3 \frac{1}{2}$; в) $\log_3 4$; г) $\log_3 \frac{1}{4}$.

Известно, что $\log_5 2 = b$. Найдите:

а) $\log_2 25$; б) $\log_2 \frac{1}{25}$; в) $\log_2 125$; г) $\log_2 \frac{1}{625}$.

Известно, что $\log_2 3 = a$. Найдите:

а) $\log_4 9$; б) $\log_8 18$; в) $\log_4 81$; г) $\log_8 54$.

Сравните числа:

а) $\log_2 7$ и $\log_7 4$; в) $\log_3 5$ и $\log_5 4$;

б) $\log_6 9$ и $\log_9 8$; г) $\log_{11} 14$ и $\log_{14} 13$.

а) $\log_2 6$ и $\log_4 5$; в) $\log_9 6$ и $\log_3 7$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ и $\log_{\frac{1}{4}} 1,5$; г) $\log_{\frac{1}{3}} 4$ и $\log_{\frac{1}{9}} 7$.

Решите уравнение:

а) $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7$;

б) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$.

20 13. Логарифмирование и потенцирование выражений.

Решите уравнение:

а) $\lg x = 1$; б) $\lg x = -2$; в) $\lg x = 3$; г) $\lg x = -4$.

а) $\log_9 x = \frac{1}{2}$; в) $\log_8 x = \frac{1}{3}$;

б) $\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$; г) $\log_{0,25} x = \frac{3}{2}$.

а) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$; в) $\log_{32} x = -\frac{4}{5}$;

б) $\log_{0,125} x = -\frac{2}{3}$; г) $\log_{0,01} x = -\frac{3}{2}$.

а) $\log_x 4 = 2$; в) $\log_x 49 = 2$;

б) $\log_x 27 = 3$; г) $\log_x 125 = 3$.

21 14. Приближенные вычисления и решения прикладных задач. Решение логарифмических уравнений.

Решите уравнение:

а) $\log_x \frac{1}{27} = -3$; в) $\log_x \frac{1}{16} = -4$;

б) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$; г) $\log_x 8 = -\frac{1}{3}$.

а) $2^x = 9$; б) $12^x = 7$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 4$; г) $(0,2)^x = 5$.

а) $3^{x+1} = 14$; в) $\left(\frac{2}{7}\right)^{3-x} = 11$;

б) $4^{5x-4} = 10$; г) $(\sqrt{5})^{8-9x} = 6$.

а) $4^x - 5 \cdot 2^x = -6$; в) $9^x - 7 \cdot 3^x = -12$;

б) $16^x = 6 \cdot 4^x - 5$; г) $-9 \cdot 7^x + 14 = -49^x$.

22 15. Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Решите уравнение:

а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3)$;

б) $\log_6 (14 - 4x) = \log_6 (2x + 2)$;

в) $\log_{\frac{1}{6}} (7x - 9) = \log_{\frac{1}{6}} x$;

г) $\log_{0,2} (12x + 8) = \log_{0,2} (11x + 7)$.

а) $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 5x$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} (7x^2 - 200) = \log_{\frac{1}{2}} 50x$;

в) $\lg (x^2 - 6) = \lg (8 + 5x)$;

г) $\lg (x^2 - 8) = \lg (2 - 9x)$.

а) $\log_{0,1} (x^2 + 4x - 20) = 0$; в) $\log_7 (x^2 - 12x + 36) = 0$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 10x + 10) = 0$; г) $\log_{12} (x^2 - 8x + 16) = 0$.

23 1. Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них

○ 34.13. Изобразите:

- а) три прямые, пересекающиеся в одной точке;
- б) две непересекающиеся прямые;
- в) плоскость и непересекающую ее прямую;
- г) плоскость и лежащие в ней две пересекающиеся прямые;
- д) три плоскости, пересекающиеся по общей прямой;
- е) три плоскости, попарно пересекающиеся по прямым, которые пересекаются в одной точке.

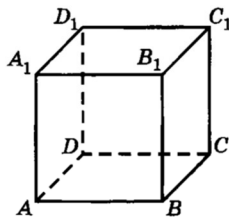


Рис. 239

○ 34.14. Из прямых и плоскостей, проходящих через вершины куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ ($A...D_1$) (рис. 239), выберите:

- а) пары пересекающихся прямых;
- б) тройки прямых, пересекающихся в одной точке;
- в) пары пересекающихся плоскостей;
- г) тройки плоскостей, пересекающихся в одной точке.

24 2. Взаимное расположение двух прямых в пространстве

36.1. Как могут быть расположены относительно друг друга две прямые в пространстве?

36.2. Будут ли противоположные ребра AB и CD тетраэдра $ABCD$ параллельны?

36.3. В каких пирамидах имеются параллельные ребра?

36.4. Используя модели правильных многогранников, установите, имеются ли параллельные ребра (если имеются, то сколько пар):

- а) в тетраэдре; в) октаэдре; д) додекаэдре.
- б) кубе; г) икосаэдре;

○ 43.9. В кубе $A...D_1$ докажите перпендикулярность прямых:

- а) AD и A_1B_1 ; б) AC и B_1D_1 ; в) AC и DD_1 .

○ 43.10. Чему равен угол между пересекающимися ребрами:

- а) куба; б) правильного тетраэдра?

25 3. Параллельность прямой и плоскости.

○ 37.9. В кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите параллельные ребра и грани.

○ 37.10. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ найдите параллельные ребра и грани.

26 4. Параллельность плоскостей

38.2. Укажите параллельные грани:

- а) параллелепипеда $A...D_1$;
- б) призмы $ABCA_1B_1C_1$.

38.3. Имеются ли параллельные грани (если имеются, то сколько пар):

- а) у правильного тетраэдра;
- б) гексаэдра;
- в) октаэдра?

38.4. Могут ли быть параллельными:

- а) две боковые грани призмы;
- б) три боковые грани призмы?

27 5. Перпендикулярность прямой и плоскости

44.1. Верно ли, что если прямая перпендикулярна каким-нибудь двум прямым плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости?

44.2. Прямая параллельна плоскости. Может ли она быть перпендикулярной какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости?

44.3. Верно ли, что прямая, пересекающая круг в центре и перпендикулярная:

- а) его диаметру;
- б) двум его диаметрам, перпендикулярна плоскости круга?

44.4. Справедливо ли утверждение, что прямая, пересекающая круг в центре и перпендикулярная:

- а) радиусу;
- б) двум радиусам, перпендикулярна плоскости круга?

44.5. Как расположена относительно плоскости круга прямая, перпендикулярная к двум его хордам?

44.6. Прямая и плоскость параллельны. Верно ли, что прямая, перпендикулярная данной прямой:

- а) перпендикулярна данной плоскости;
- б) параллельна данной плоскости?

44.7. Прямая и плоскость параллельны. Верно ли утверждение, что прямая, перпендикулярная данной плоскости, перпендикулярна данной прямой?

28 6. Перпендикуляр и наклонная.

45.1. Можно ли угол между наклонной и ее ортогональной проекцией на плоскость считать углом между наклонной и плоскостью?

45.2. С какими прямыми, лежащими в плоскости, наклонная образует углы, равные углу между этой наклонной и плоскостью?

45.3. Даны две параллельные наклонные, проведенные к одной и той же плоскости. Что можно сказать о величинах углов, которые они образуют с плоскостью?

45.4. Прямые a и b образуют с плоскостью α равные углы. Будут ли эти прямые параллельны?

45.5. Как найти угол наклона бокового ребра правильного тетраэдра к плоскости основания?

45.6. Будут ли в пирамиде боковые ребра равны, если они образуют равные углы с плоскостью основания? Сформулируйте обратное утверждение. Верно ли оно?

29 7. Угол между прямой и плоскостью.

○ 45.13. Основание $ABCD$ пирамиды $SABCD$ — прямоугольник, $AB < BC$. Ребро SD перпендикулярно плоскости основания. Среди отрезков SA , SB , SC найдите наименьший и наибольший.

○ 45.14. Из точки A , не принадлежащей плоскости α , проведена наклонная к этой плоскости. Определите угол между этой наклонной и плоскостью α , если расстояние от точки A до плоскости α :

- а) равно ортогональной проекции наклонной;
- б) в два раза меньше самой наклонной.

○ 45.15. Из точки A к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках B и C . Найдите отрезок AC , если $AB = 6$ см, $\angle BAC = 60^\circ$.

30 8. Двугранный угол. Угол между плоскостями.

46.4. Треугольник MAV и квадрат $ABCD$ заданы таким образом, что MB — перпендикуляр к плоскости квадрата. Какой угол можно считать углом между плоскостями AMD и ABC ?

46.5. Тот же вопрос, что и в предыдущей задаче, с той лишь разницей, что $ABCD$ — параллелограмм и угол BAD острый.

46.6. Верно ли, что две плоскости, перпендикулярные третьей, параллельны?

46.7. Верно ли, что прямая и плоскость, перпендикулярные другой плоскости, параллельны между собой?

46.8. Сколько плоскостей, перпендикулярных данной плоскости, можно провести через данную прямую?

31 9. Перпендикулярность двух плоскостей

Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN .

В плоскости β из точки A проведен перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведен перпендикуляр AC к плоскости α .

Докажите, что $\angle ABC$ — линейный угол двугранного угла $AMNC$.

Плоскости α и β взаимно перпендикулярны и пересекаются по прямой s . Докажите, что любая прямая плоскости α , перпендикулярная к прямой s , перпендикулярна к плоскости β .

32 10. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Найдите координаты точек, в которые переходят точки $A(0; 1; 2)$, $B(3; -1; 4)$, $C(1; 0; -2)$ при: а) центральной симметрии относительно начала координат; б) осевой симметрии относительно координатных осей; в) зеркальной симметрии относительно координатных плоскостей.

Докажите, что при центральной симметрии: а) прямая, не проходящая через центр симметрии, отображается на параллельную ей прямую; б) прямая, проходящая через центр симметрии, отображается на себя.

33 11. Параллельное проектирование

39.1. В каком случае параллельной проекцией прямой будет точка?

39.2. Справедливо ли утверждение: «Параллельные прямые, не параллельные направлению проектирования, проектируются в параллельные прямые»?

39.3. Справедливо ли утверждение: «Параллельные прямые проектируются в параллельные прямые или в одну прямую»?

39.4. В пространстве задана прямая. Может ли ее параллельная проекция быть параллельной этой прямой?

39.5. Можно ли по проекции точки на плоскость определить положение самой точки в пространстве?

39.6. В каких случаях положение прямой в пространстве определяется заданием ее проекции на плоскость?

39.7. Сохраняются ли при параллельном проектировании величины углов?

39.8. Сохраняются ли при параллельном проектировании длины отрезков?

34 12. Площадь ортогональной проекции

1) Найдите площадь ортогональной проекции треугольника ABC из задачи 46 на плоскость треугольника ABD .

2) Найдите площадь ортогональной проекции треугольника ABD из задачи 46 на плоскость треугольника ABC .

35 1. Векторы на плоскости и в пространстве

В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и K — середины ребер AC , BC и CD соответственно, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $BD = 5$ см. Найдите длины векторов:

а) $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{BD}$, $\vec{NM}$, $\vec{BN}$, $\vec{NK}$;

б) $\vec{CB}$, $\vec{BA}$, $\vec{DB}$, $\vec{NC}$, $\vec{KN}$.

Измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ имеют длины: $AD = 8$ см, $AB = 9$ см и $AA_1 = 12$ см. Найдите длины векторов:

а) $\vec{CC_1}$, $\vec{CB}$, $\vec{CD}$;

б) $\vec{DC_1}$, $\vec{DB}$, $\vec{DB_1}$.

36 2. Прямоугольная система координат в пространстве.

Даны точки $A(3; -1; 0)$, $B(0; 0; -7)$, $C(2; 0; 0)$, $D(-4; 0; 3)$, $E(0; -1; 0)$, $F(1; 2; 3)$, $G(0; 5; -7)$, $H(-\sqrt{5}; \sqrt{3}; 0)$. Какие из этих точек лежат на: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) оси аппликат; г) плоскости Oxy ; д) плоскости Oyz ; е) плоскости Oxz ?

Найдите координаты проекций точек $A(2; -3; 5)$, $B\left(3; -5; \frac{1}{2}\right)$ и $C\left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{5} - \sqrt{3}\right)$ на: а) координатные плоскости Oxz , Oxy и Oyz ; б) оси координат Ox , Oy и Oz .

37 3. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарные векторы.

Дан прямоугольный параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Докажите, что: а) $|\vec{MK} + \vec{MM}_1| = |\vec{MK} - \vec{MM}_1|$; б) $|\vec{K}_1\vec{L}_1 - \vec{NL}_1| = |\vec{ML} + \vec{MM}_1|$; в) $|\vec{NL} - \vec{M}_1\vec{L}| = |\vec{K}_1\vec{N} - \vec{LN}|$.

Упростите выражение: а) $\vec{AB} + \vec{MN} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{PQ} + \vec{NM}$; б) $\vec{FK} + \vec{MQ} + \vec{KP} + \vec{AM} + \vec{QK} + \vec{PF}$; в) $\vec{KM} + \vec{DF} + \vec{AC} + \vec{FK} + \vec{CD} + \vec{CA} + \vec{MP}$; г) $\vec{AB} + \vec{BA} + \vec{CD} + \vec{MN} + \vec{DC} + \vec{NM}$.

Даны точки A, B, C и D . Представьте вектор $\vec{AB}$ в виде алгебраической суммы следующих векторов: а) $\vec{AC}, \vec{DC}, \vec{BD}$; б) $\vec{DA}, \vec{DC}, \vec{CB}$; в) $\vec{DA}, \vec{CD}, \vec{BC}$.

38 4. Компланарные векторы

Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Какие из следующих трех векторов компланарны: а) $\vec{AA}_1, \vec{CC}_1, \vec{BB}_1$; б) $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AA}_1$; в) $\vec{B_1B}, \vec{AC}, \vec{DD_1}$; г) $\vec{AD}, \vec{CC_1}, \vec{A_1B_1}$?

Точки E и F — середины ребер AC и BD тетраэдра $ABCD$. Докажите, что $2\vec{FE} = \vec{BA} + \vec{DC}$. Компланарны ли векторы $\vec{FE}, \vec{BA}$ и $\vec{DC}$? Даны параллелограммы $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$. Докажите, что векторы $\vec{BB_1}, \vec{CC_1}$ и $\vec{DD_1}$ компланарны.

39 5. Разложение вектора по направлениям

Медианы грани ABC тетраэдра $OABC$ пересекаются в точке M .

Разложите вектор $\vec{OA}$ по векторам $\vec{OB}, \vec{OC}, \vec{OM}$.

Высоты AM и DN правильного тетраэдра $ABCD$ пересекаются в точке K . Разложите по векторам $\vec{a} = \vec{DA}, \vec{b} = \vec{DB}, \vec{c} = \vec{DC}$ вектор:

а) $\vec{DN}$; б) $\vec{DK}$; в) $\vec{AM}$; г) $\vec{MK}$.

40 6. Скалярное произведение векторов

Даны векторы $\vec{a} \{1; -1; 2\}$, $\vec{b} \{-1; 1; 1\}$ и $\vec{c} \{5; 6; 2\}$. Вычислите $\vec{a} \vec{c}$, $\vec{a} \vec{b}$, $\vec{b} \vec{c}$, $\vec{a} \vec{a}$, $\sqrt{\vec{b} \vec{b}}$.

Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$. Вычислите: а) $\vec{a} \vec{b}$; б) $\vec{a} \vec{i}$; в) $\vec{b} \vec{j}$; г) $(\vec{a} + \vec{b}) \vec{k}$; д) $(\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{k} + \vec{i} - 2\vec{j})$.

Даны векторы $\vec{a} \{3; -1; 1\}$, $\vec{b} \{-5; 1; 0\}$ и $\vec{c} \{-1; -2; 1\}$. Выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) между векторами: а) $\vec{a}$ и $\vec{b}$; б) $\vec{b}$ и $\vec{c}$; в) $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

Дан вектор $\vec{a} \{3; -5; 0\}$. Докажите, что: а) $\widehat{\vec{a} \vec{i}} < 90^\circ$; б) $\widehat{\vec{a} \vec{j}} > 90^\circ$; в) $\widehat{\vec{a} \vec{k}} = 90^\circ$.

Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 3\}$ и $\vec{b} \{5; x; -1\}$. При каком значении x выполняется условие: а) $\vec{a} \vec{b} = 3$; б) $\vec{a} \vec{b} = -1$; в) $\vec{a} \perp \vec{b}$?

41 7. Формулы для вычисления длины вектора, угла между векторами

Даны точки $A(3; -1; 5)$, $B(2; 3; -4)$, $C(7; 0; -1)$ и $D(8; -4; 8)$. Докажите, что векторы $\vec{AB}$ и $\vec{DC}$ равны. Равны ли векторы $\vec{BC}$ и $\vec{AD}$?

Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если: а) $A(-1; 0; 2)$, $B(1; -2; 3)$; б) $A(-35; -17; 20)$, $B(-34; -5; 8)$.

Найдите длины векторов: $\vec{a} \{5; -1; 7\}$, $\vec{b} \{2\sqrt{3}; -6; 1\}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{d} = -2\vec{k}$, $\vec{m} = \vec{i} - 2\vec{j}$.

Даны векторы $\vec{a} \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} \{-2; 3; 1\}$ и $\vec{c} \{-3; 2; 1\}$. Найдите: а) $|\vec{a} + \vec{b}|$; б) $|\vec{a}| + |\vec{b}|$; в) $|\vec{a}| - |\vec{b}|$; г) $|\vec{a} - \vec{b}|$; д) $|3\vec{c}|$; е) $\sqrt{14} |\vec{c}|$; ж) $|2\vec{a} - 3\vec{c}|$.

42 8.Вычисление угла между векторами

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между векторами: а) $\overrightarrow{B_1 B}$ и $\overrightarrow{B_1 C}$; б) $\overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{B_1 D_1}$; в) $\overrightarrow{A_1 C_1}$ и $\overrightarrow{A_1 B}$; г) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AC}$; д) $\overrightarrow{BB_1}$ и $\overrightarrow{AC}$; е) $\overrightarrow{B_1 C}$ и $\overrightarrow{AD_1}$; ж) $\overrightarrow{A_1 D_1}$ и $\overrightarrow{BC}$; з) $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{C_1 C}$.

Вычислите угол между векторами: а) $\vec{a} \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b} \{3; 0; -3\}$; б) $\vec{a} \{\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2\}$ и $\vec{b} \{-3; -3; 0\}$; в) $\vec{a} \{0; 5; 0\}$ и $\vec{b} \{0; -\sqrt{3}; 1\}$; г) $\vec{a} \{-2, 5; 2, 5; 0\}$ и $\vec{b} \{-5; 5; 5\sqrt{2}\}$; д) $\vec{a} \{-\sqrt{2}; -\sqrt{2}; -2\}$ и $\vec{b} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; -1 \right\}$.

43 9.Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач

35. Отрезок AB задан точками $A(2; 3)$, $B(10; 11)$. Найти координаты точки C , если известно, что $|AC| : |CB| = 3 : 5$.

36. Отрезок AB , заданный точками $A(-5; -2)$, $B(4; 2,5)$, разделен в отношении $|AM| : |MN| : |NB| = 3 : 4 : 2$. Найти точки деления.

37. Началом отрезка служит точка $A(-3; -5)$, а серединой — точка $C(3; -2)$. Найти конец отрезка — точку B .

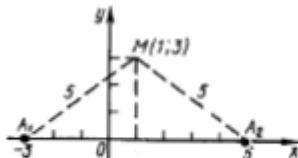
38. Найти длину медианы AM треугольника с вершинами $A(7; -4)$, $B(-1; 8)$, $C(-12; -1)$.

39. Отрезок AB разделен на 5 равных частей. Найти точки деления, если $A(6; -2)$, $B(12; -6)$.

44 10.Простейшие задачи в координатах

31. На оси ординат найти точку, которая находится на расстоянии 13 единиц от точки $M(12; 14)$.

32. Найти координаты точки, расстояние от которой до оси ординат и до точки $A(8; 6)$ равно 5.



45 11.Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.

Из точек A и B , лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB , если: 1) $AC = 6$ м, $BD = 7$ м, $CD = 6$ м; 2) $AC = 3$ м, $BD = 4$ м, $CD = 12$ м; 3) $AD = 4$ м, $BC = 7$ м, $CD = 1$ м; 4) $AD = BC = 5$ м, $CD = 1$ м; 5) $AC = a$, $BD = b$, $CD = c$; 6) $AD = a$, $BC = b$, $CD = c$.

Точка находится на расстояниях a и b от двух перпендикулярных плоскостей. Найдите расстояние от этой точки до прямой пересечения плоскостей (рис. 66).

Плоскости α и β перпендикулярны. В плоскости α взята точка A , расстояние от которой до прямой c (линии пересечения плоскостей) равно 0,5 м. В плоскости β проведена прямая b , параллельная прямой c и отстоящая на 1,2 м от нее. Найдите расстояние от точки A до прямой b .

46 12.Векторное уравнение прямой и плоскости.

Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку A и перпендикулярна прямой AB , если:

- 1) $A(-1; 1; 2)$, $B(2; 0; 1)$;
- 2) $A(1; 0; -1)$, $B(4; 6; -3)$;
- 3) $A(3; -4; 5)$, $B(2; 1; -3)$.

47 1. Радианная мера угла. Вращательное движение.

Найдите на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:

- а) $\frac{2\pi}{3}$; б) $\frac{3\pi}{4}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $\frac{5\pi}{4}$.
- а) $\frac{4\pi}{3}$; б) $\frac{5\pi}{3}$; в) $\frac{7\pi}{6}$; г) $\frac{11\pi}{6}$.
- а) $-\frac{\pi}{2}$; б) $-\frac{2\pi}{3}$; в) -2π ; г) $-\frac{3\pi}{4}$.
- а) $\frac{25\pi}{4}$; б) $-\frac{26\pi}{3}$; в) $-\frac{25\pi}{6}$; г) $\frac{16\pi}{3}$.

Переведите из градусной меры в радианную:

- а) 120° ; б) 220° ; в) 300° ; г) 765° .
- а) 210° ; б) 150° ; в) 330° ; г) 675° .

Переведите из радианной меры в градусную:

- а) $\frac{3\pi}{4}$; б) $\frac{11\pi}{3}$; в) $\frac{6\pi}{5}$; г) $\frac{46\pi}{9}$.
- а) $\frac{5\pi}{8}$; б) $\frac{7\pi}{12}$; в) $\frac{11\pi}{12}$; г) $\frac{47\pi}{9}$.

Вычислите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ для заданного значения угла α :

- а) 90° ; б) 180° ; в) 270° ; г) 360° .
- а) 30° ; б) 150° ; в) 210° ; г) 240° .

Найдите на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:

- а) $\frac{\pi}{2}$; б) π ; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) 2π .
- а) 7π ; б) 4π ; в) 10π ; г) 3π .
- а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{\pi}{6}$; г) $\frac{\pi}{8}$.

Запишите все числа, которым соответствует на числовой окружности точка:

- а) $M_1\left(\frac{\pi}{4}\right)$; б) $M_2(5)$; в) $M_3\left(\frac{3\pi}{4}\right)$; г) $M_4(-3)$.

Центр числовой окружности совпадает с началом координат на координатной плоскости xOy . Найдите декартовы координаты заданной точки:

а) $M\left(\frac{\pi}{4}\right)$; б) $M\left(\frac{\pi}{3}\right)$; в) $M\left(\frac{\pi}{6}\right)$; г) $M\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

а) $M(2\pi)$; б) $M\left(\frac{7\pi}{2}\right)$; в) $M\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$; г) $M(15\pi)$.

а) $M\left(\frac{15\pi}{4}\right)$; б) $M\left(\frac{16\pi}{3}\right)$; в) $M\left(-\frac{31\pi}{4}\right)$; г) $M\left(-\frac{26\pi}{3}\right)$.

48 2. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Найдите $\sin t$, $\cos t$ и $\operatorname{tg} t$, если:

а) $t = 0$; б) $t = \frac{\pi}{2}$; в) $t = \frac{3\pi}{2}$; г) $t = \pi$.

а) $t = -2\pi$; б) $t = -\frac{\pi}{2}$; в) $t = -\frac{3\pi}{2}$; г) $t = -\pi$.

Найдите $\sin t$, $\cos t$ и $\operatorname{tg} t$, если:

а) $t = \frac{5\pi}{6}$; б) $t = \frac{5\pi}{4}$; в) $t = \frac{7\pi}{6}$; г) $t = \frac{7\pi}{4}$.

а) $t = -\frac{7\pi}{4}$; б) $t = -\frac{4\pi}{3}$; в) $t = -\frac{5\pi}{6}$; г) $t = -\frac{5\pi}{3}$.

а) $t = \frac{13\pi}{6}$; б) $t = -\frac{8\pi}{3}$; в) $t = \frac{23\pi}{6}$; г) $t = -\frac{11\pi}{4}$.

$$\text{а) } \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{2} + \cos 0 \cdot \sin\frac{\pi}{2};$$

$$\text{б) } \cos\frac{5\pi}{3} + \cos\frac{4\pi}{3} + \sin\frac{3\pi}{2} \cdot \sin\frac{5\pi}{8} \cdot \cos\frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{а) } \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \operatorname{ctg}\frac{5\pi}{4}; \quad \text{в) } \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6};$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tg}\frac{\pi}{6}; \quad \text{г) } \operatorname{tg}\frac{9\pi}{4} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{а) } \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6};$$

$$\text{б) } 2 \sin \pi + 3 \cos \pi + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2};$$

$$\text{в) } 2 \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3};$$

$$\text{г) } 2 \operatorname{tg} 0 + 8 \cos \frac{3\pi}{2} - 6 \sin^2 \frac{\pi}{3}.$$

Вычислите:

$$\text{а) } \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\frac{\pi}{3} + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right);$$

$$\text{б) } \cos\frac{\pi}{6} \cdot \cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{2};$$

$$\text{в) } \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \cos(-\pi) + \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right);$$

$$\text{г) } \sin\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{4} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \cdot \sin\frac{\pi}{2}.$$

49 3. Тригонометрические функции числового аргумента

По заданному значению функции найдите значения остальных тригонометрических функций:

$$\text{а) } \sin t = \frac{4}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi; \quad \text{в) } \sin t = -0,6, \quad -\frac{\pi}{2} < t < 0;$$

$$\text{б) } \sin t = \frac{5}{13}, \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}; \quad \text{г) } \sin t = -0,28, \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{а) } \cos t = 0,8, \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}; \quad \text{в) } \cos t = 0,6, \quad \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi;$$

$$\text{б) } \cos t = -\frac{5}{13}, \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi; \quad \text{г) } \cos t = -\frac{24}{25}, \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{а) } \operatorname{tg} t = \frac{3}{4}, \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}; \quad \text{в) } \operatorname{tg} t = -\frac{3}{4}, \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi;$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} t = 2,4, \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}; \quad \text{г) } \operatorname{tg} t = -\frac{5}{12}, \quad \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi.$$

50 4. Знаки, числовые значения и свойства четности и нечетности тригонометрических функций

Определите знак числа:

а) $\sin \frac{4\pi}{7}$; б) $\cos \left(-\frac{5\pi}{7}\right)$; в) $\sin \frac{9\pi}{8}$; г) $\sin \left(-\frac{3\pi}{8}\right)$.

а) $\operatorname{tg} \frac{6\pi}{7}$; б) $\operatorname{ctg} \frac{10\pi}{9}$; в) $\operatorname{tg} \frac{8\pi}{11}$; г) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{5}$.

а) $\sin(-2)$; б) $\cos 3$; в) $\sin 5$; г) $\cos(-6)$.

а) $\sin 10$; б) $\cos(-12)$; в) $\sin(-15)$; г) $\cos 8$.

а) $\sin 1 \cdot \cos 2$; в) $\cos 2 \cdot \sin(-3)$;

б) $\sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \left(-\frac{7\pi}{5}\right)$; г) $\cos \left(-\frac{14\pi}{9}\right) \cdot \sin \left(-\frac{4\pi}{9}\right)$.

51 5. Периодичность числовых функций

На рисунке 86 изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на отрезке $[-1; 1]$, длина которого равна периоду функции. Постройте график функции:

- а) на отрезке $[1; 3]$;
- б) на отрезке $[-3; -1]$;
- в) на отрезке $[3; 7]$;
- г) на всей числовой прямой.

На рисунке 87 изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на отрезке $[0; 3]$, длина которого равна периоду функции. Постройте график функции:

- а) на отрезке $[3; 6]$;
- б) на отрезке $[-3; 0]$;
- в) на отрезке $[6; 12]$;
- г) на всей числовой прямой.

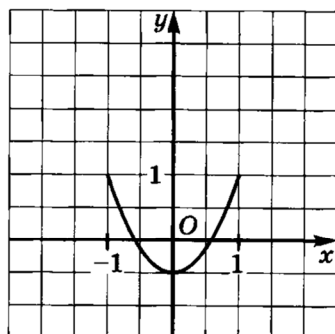


Рис. 86

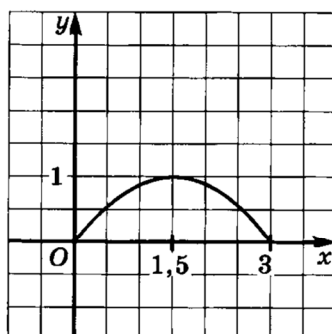


Рис. 87

Постройте график периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 4$, если известно, что $f(x) = \frac{x^2}{2}$ на отрезке $[-2; 2]$.

Постройте график периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 2$, если известно, что $f(x) = x^4$ на отрезке $[-1; 1]$.

52 6. Формулы приведения, формулы сложения

Упростите выражение:

а) $\sin \left(\frac{\pi}{2} - t \right);$ в) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + t \right);$

б) $\cos (2\pi - t);$ г) $\sin (\pi + t).$

а) $\sin (\pi - t);$ в) $\cos (2\pi + t);$

б) $\cos \left(\frac{\pi}{2} + t \right);$ г) $\sin \left(\frac{3\pi}{2} - t \right).$

а) $\cos (90^\circ - \alpha);$ в) $\sin (270^\circ - \alpha);$

б) $\sin (360^\circ - \alpha);$ г) $\cos (180^\circ - \alpha).$

а) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - t \right);$ в) $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} + t \right);$

б) $\operatorname{ctg} (180^\circ - \alpha);$ г) $\operatorname{ctg} (360^\circ - \alpha).$

Вычислите с помощью формул приведения:

а) $\sin 240^\circ;$ в) $\cos 330^\circ;$

б) $\operatorname{tg} 300^\circ;$ г) $\operatorname{ctg} 315^\circ.$

а) $\cos \frac{5\pi}{3};$ в) $\sin \frac{7\pi}{6};$

б) $\sin \left(-\frac{11\pi}{6} \right);$ г) $\cos \left(-\frac{7\pi}{3} \right).$

а) $\cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ;$

б) $\sin (-7\pi) + 2 \cos \frac{31\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4};$

в) $\operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ;$

г) $\cos (-9\pi) + 2 \sin \left(-\frac{49\pi}{6} \right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{21\pi}{4} \right).$

Упростите выражение:

а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta$;

б) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2} \sin \alpha$;

в) $\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)$;

г) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha$.

а) $\sin\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right) - \frac{1}{2} \cos \alpha$;

б) $\sqrt{3} \cos \alpha - 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$;

в) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{3}\right)$;

г) $\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \alpha$.

Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$;

в) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}$;

б) $\operatorname{tg} 105^\circ$;

г) $\operatorname{tg} 165^\circ$.

а) $\frac{\operatorname{tg} 25^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ}{1 - \operatorname{tg} 25^\circ \operatorname{tg} 20^\circ}$;

в) $\frac{\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 51^\circ}{1 - \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{tg} 51^\circ}$;

б) $\frac{1 - \operatorname{tg} 70^\circ \operatorname{tg} 65^\circ}{\operatorname{tg} 70^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ}$;

г) $\frac{1 + \operatorname{tg} 54^\circ \operatorname{tg} 9^\circ}{\operatorname{tg} 54^\circ - \operatorname{tg} 9^\circ}$.

а) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$;

б) $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5}$;

в) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$;

г) $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 1,6$.

53 7. Формулы двойного аргумента Формулы половинного угла

Упростите выражение:

а) $\frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t$;

в) $\cos^2 t - \cos 2t$;

б) $\frac{\sin 6t}{\cos^2 3t}$;

г) $\frac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t$.

а) $\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ}$;

в) $\frac{\sin 100^\circ}{2 \cos 50^\circ}$;

б) $\frac{\cos 80^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ}$;

г) $\frac{\cos 36^\circ + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ}$.

Вычислите:

а) $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$; в) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$;

б) $(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2$; г) $(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)^2$.

а) $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$; в) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$;

б) $\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2$.

54 8. Основные тригонометрические тождества

387. $(1 + \cos \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha (1 - \cos \alpha)$.

388. $1 - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha$.

389. $\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \operatorname{ctg} \beta \operatorname{tg} \alpha + 1$.

390. $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$.

391. $\sqrt{\frac{2}{1 + \sin \alpha} + \frac{2}{1 - \sin \alpha}}$.

392. $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha$.

393. $\sin^4 \beta - \cos^4 \beta + \cos^2 \beta$.

394. $\cos^4 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \sin^2 \beta$.

55 9. Преобразование выражений, содержащих тригонометрические функции

405—409. Упростить выражения:

405. $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}$.

406. $\frac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)}$.

407. $\frac{\cos 65^\circ \cos 40^\circ + \sin 65^\circ \sin 40^\circ}{\sin 37^\circ \cos 12^\circ - \cos 37^\circ \sin 12^\circ}$.

408. $\cos 3\alpha \cos \alpha + \sin 3\alpha \sin \alpha$.

409. $\sin 5\alpha \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 5\alpha$.

410—414. Доказать тождества:

410. $\sin 15^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \cos 15^\circ = \sqrt{6}/3$.

411. $\cos \alpha + \cos(120^\circ - \alpha) + \cos(120^\circ + \alpha) = 0$.

56 10. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведения

Представьте в виде произведения:

а) $\sin 40^\circ + \sin 16^\circ$; в) $\sin 10^\circ + \sin 50^\circ$;

б) $\sin 20^\circ - \sin 40^\circ$; г) $\sin 52^\circ - \sin 36^\circ$.

а) $\cos 15^\circ + \cos 45^\circ$; в) $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ$;

б) $\cos 46^\circ - \cos 74^\circ$; г) $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$.

- a) $\sin \frac{\pi}{5} - \sin \frac{\pi}{10}$;
- б) $\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{7}$;
- в) $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$;
- г) $\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{11}$.
- а) $\cos \frac{\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{20}$;
- б) $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{11}$;
- в) $\cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{3\pi}{4}$;
- г) $\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{4}$.
- а) $\sin 3t - \sin t$;
- б) $\cos (\alpha - 2\beta) - \cos (\alpha + 2\beta)$;
- в) $\cos 6t + \cos 4t$;
- г) $\sin (\alpha - 2\beta) - \sin (\alpha + 2\beta)$.

6) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{10};$ 7) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}.$

б) $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{8}$; г) $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{5}$.

$$\text{a) } \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta); \quad \text{b) } \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right);$$

б) $\cos (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta)$; р) $2 \sin (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta)$.

479. $3\sin^2 x + 4\cos^2 x =$
 $= 13\cos x \sin x.$

$$\text{б) } \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \quad \text{г) } \arccos\left(-\frac{1}{2}\right).$$

Решите уравнение:

а) $\cos t = \frac{1}{2}$;

в) $\cos t = 1$;

б) $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

г) $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

а) $\cos t = -1$;

в) $\cos t = -\frac{1}{2}$;

б) $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

а) $\cos t = \frac{1}{3}$;

в) $\cos t = -\frac{3}{7}$;

б) $\cos t = -1,1$;

г) $\cos t = 2,04$.

Вычислите:

а) $\cos \left(2 \arccos \frac{1}{2} - 3 \arccos 0 - \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) \right)$;

б) $\frac{1}{3} \left(\arccos \frac{1}{3} + \arccos \left(-\frac{1}{3} \right) \right)$.

60 14.Простейшие тригонометрические уравнения $\sin x = a$.

Вычислите:

а) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\arcsin 1$;

г) $\arcsin 0$.

а) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$;

в) $\arcsin (-1)$;

б) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right)$;

г) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

Решите уравнение:

а) $\sin t = -1$;

в) $\sin t = -\frac{1}{2}$;

Решите уравнение:

а) $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\sin t = 1$;

б) $\sin t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

г) $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

г) $\sin t = \frac{1}{2}$.

а) $\sin t = \frac{1}{4}$;

в) $\sin t = -\frac{1}{7}$;

б) $\sin t = 1,02$;

г) $\sin t = \frac{\pi}{3}$.

61 15.Простейшие тригонометрические уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Вычислите:

а) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

б) $\operatorname{arctg} 1$; г) $\operatorname{arctg} 0$.

а) $\operatorname{arctg} (-1)$; в) $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$;

б) $\operatorname{arctg} (-\sqrt{3})$; г) $\operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} x = 1$; в) $\operatorname{tg} x = -1$;

б) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

а) $\operatorname{tg} x = 0$; в) $\operatorname{tg} x = -3$;

б) $\operatorname{tg} x = -2$; г) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$.

62 16. Простейшие тригонометрические уравнения $\operatorname{ctg} x = a$.

а) $\operatorname{arccctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\operatorname{arccctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$;

б) $\operatorname{arccctg} 1$; г) $\operatorname{arccctg} 0$.

а) $\operatorname{ctg} x = 1$; в) $\operatorname{ctg} x = 0$;

б) $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$; г) $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

63 17. Решение тригонометрических уравнений и неравенств

Найдите корни заданного уравнения на заданном промежутке:

а) $\sin x = \frac{1}{2}$, $x \in [0; 2\pi]$;

б) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x \in [-\pi; \pi]$;

в) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \in [-\pi; 2\pi]$;

г) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in [-2\pi; \pi]$.

Решите уравнение:

а) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$;

б) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$;

г) $\cos 4x = 0$.

а) $\sin \left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\operatorname{tg}(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

б) $\cos(-2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$.

а) $2 \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$;

в) $2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{3} \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 3$;

г) $\sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$.

64 18. Тригонометрические неравенства

Решите неравенство:

а) $\cos t > \frac{1}{2}$;

в) $\cos t \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\cos t \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

г) $\cos t < \frac{1}{2}$.

Решите неравенство:

а) $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\sin t < \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\sin t > -\frac{1}{2}$;

г) $\sin t \leq -\frac{1}{2}$.

65 1. Основные понятия комбинаторики

Вычислите:

а) $\frac{7! + 8!}{5! + 6!}$;

в) $\frac{1}{6!} + \frac{1}{5!} - \frac{49}{7!}$;

б) $\frac{1}{4!} + \frac{10}{5!} + \frac{630}{6!}$;

г) $\frac{7}{11} \cdot \frac{(10!)^2 - (9!)^2}{(8!)^2 - (7!)^2}$.

66 2. Формулы подсчета числа размещений

20—25. Вычислить любым способом:

20. A_{10}^3 . 21. A_{12}^5 . 22. A_6^4 .

23. A_{25}^2 . 24. A_{13}^5 . 25. $\frac{A_8^5 - A_8^4}{A_8^3}$.

26. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?

27. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, ..., 8, 9?

28. Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется 8 учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

29. Сколько вариантов распределения трех путевок в санатории различного профиля можно составить для пяти претендентов?

67 3. Формулы подсчета числа перестановок

Раскройте скобки в выражении:

а) $(x + 1)^7$; в) $(x^2 + 2)^5$;
б) $(2x - y)^6$; г) $(1 - x^3)^4$.

Найдите коэффициент при первой степени переменной x у многочлена $P(x)$:

а) $P(x) = (1 + x)^7$; в) $P(x) = (3 - 2x)^5$;
б) $P(x) = (1 + 3x)^4$; г) $P(x) = (x + 2)^5 - (2x + 1)^4$.

Найдите коэффициент при x^3 у многочлена $P(x)$:

а) $P(x) = (1 + 3x)^4$; в) $P(x) = (x + 2)^5 - (2x + 1)^4$;
б) $P(x) = (3 - 2x)^5$; г) $P(x) = (x^2 - x)^4 + \left(3 - \frac{x}{3}\right)^4$.

73 1. Понятие функции. Основные свойства функции.

Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3x - 2}{5x + 3}$; в) $y = \frac{5 + 6x}{2x - 4}$;
б) $y = \frac{6}{x^2 - 16}$; г) $y = \frac{7}{25 - x^2}$.

а) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$; в) $y = \sqrt{x^2 + 4x - 12}$;
б) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$; г) $y = \sqrt{\frac{3}{49 - x^2}}$.

Постройте график заданной функции, найдите область определения и область значений функции:

а) $y = 2x - 3$; в) $y = \frac{x}{2} + 4$;
б) $y = 6 - 3x$; г) $y = -\frac{2x}{3} - 3$.

74 2. Элементарные функции, их свойства и графики.

Постройте график функции:

а) $y = \sqrt[3]{x}$; б) $y = \sqrt[6]{x}$; в) $y = \sqrt[4]{x}$; г) $y = \sqrt[5]{x}$.

а) $y = 2\sqrt[3]{x}$; в) $y = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$;

б) $y = -\frac{1}{3}\sqrt[6]{x}$; г) $y = 3\sqrt[4]{x}$.

а) $y = \sqrt[4]{x + 1}$; в) $y = \sqrt[7]{x + 3}$;

б) $y = \sqrt[5]{x - 2}$; г) $y = \sqrt[6]{x - 4}$.

а) $y = \sqrt{x} + 2$; в) $y = \sqrt[5]{x} + 1$;

б) $y = \sqrt[3]{x} - 4$; г) $y = \sqrt[4]{x} - \frac{1}{2}$.

а) $y = \sqrt{x + 2} - 3$; в) $y = \sqrt[4]{x - 1} + 3$;

б) $y = \sqrt[3]{x - 1} + 2$; г) $y = \sqrt[5]{x + 4} - 4$.

Для заданной функции найдите обратную функцию:

а) $y = 3x - 1$; в) $y = 5x + 2$;

б) $y = 2 + 4x$; г) $y = 3 - x$.

а) $y = \frac{x+1}{2x-3}$; в) $y = \frac{3-2x}{5x+1}$;

б) $y = \frac{4-3x}{1+x}$; г) $y = \frac{2x-5}{1+2x}$.

Для заданной функции найдите обратную; постройте график заданной функции и обратной функции:

а) $y = x^2, x \geq 0$; в) $y = (x-1)^2, x \leq 1$;

б) $y = \sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{-x}$.

а) $y = x^3$; в) $y = 1 - x^3$;

б) $y = (x-2)^3$; г) $y = (x+3)^3 - 1$.

Исследуйте функцию на четность:

а) $y = x^2 + 2x^4 + 1$; в) $y = \frac{-3x^2 + 1}{1 - x^4}$;

б) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$; г) $y = 5 - 3x^3$.

Постройте график функции:

а) $y = 2 \sin x$; в) $y = -\sin x$;

б) $y = -\cos x$; г) $y = 3 \cos x$.

а) $y = -2 \sin x$; в) $y = 1,5 \sin x$;

б) $y = -3 \cos x$; г) $y = -1,5 \cos x$.

Найдите значение функции $y = \operatorname{tg} x$ при заданном значении аргумента x :

а) $x = \frac{\pi}{4}$; б) $x = \frac{2\pi}{3}$; в) $x = \frac{3\pi}{4}$; г) $x = \pi$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \operatorname{tg} x$ на заданном промежутке:

а) на интервале $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$;

б) на полуинтервале $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$;

в) на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{6}\right]$;

г) на полуинтервале $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Решите графически уравнение:

а) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$; б) $\operatorname{tg} x = 1$; в) $\operatorname{tg} x = -1$; г) $\operatorname{tg} x = 0$.

Постройте график функции:

а) $y = x^{10}$; б) $y = x^{-3}$; в) $y = x^5$; г) $y = x^{-4}$.

а) $y = x^{\frac{3}{2}}$; б) $y = x^{\frac{1}{4}}$; в) $y = x^{-\frac{1}{2}}$; г) $y = x^{\frac{5}{4}}$.

Исследуйте степенную функцию на четность:

а) $y = x^{10}$; б) $y = x^{-\frac{1}{3}}$; в) $y = x^{-15}$; г) $y = x^{\frac{4}{3}}$.

Исследуйте степенную функцию на ограниченность:

а) $y = x^8$; б) $y = x^{-\frac{3}{4}}$; в) $y = x^{-5}$; г) $y = x^{\frac{2}{5}}$.

Исследуйте степенную функцию на монотонность:

а) $y = x^{12}$; б) $y = x^{-\frac{1}{6}}$; в) $y = x^{-11}$; г) $y = x^{\frac{1}{7}}$.

77 5. Показательная функция, ее свойства и график

Построить график функции:

1) $y = 3^x$; 2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Используя график функции $y = 3^x$, найти приближенное значение:

1) $\sqrt{3}$; 2) $3^{\frac{2}{3}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 4) $3^{-1,5}$.

Изобразить схематически график функции:

1) $y = 0,4^x$; 2) $y = (\sqrt{2})^x$; 3) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$; 4) $y = (\sqrt{3})^x$.

Используя графики функций, решить неравенство:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 1$; 3) $5^x > 5$; 4) $5^x < \frac{1}{5}$.

Построить график функции:

1) $y = 3^x - 2$; 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$; 3) $y = 2^{x-1}$; 4) $y = 3^{x-2}$.

78 6. Тригонометрические функции

Для функции $y = f(x)$, где $f(x) = \sin x$, найдите:

а) $f(\pi)$; б) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; в) $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$; г) $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

а) $f(-x)$; б) $f(2x)$; в) $f(x+1)$; г) $f(x)-5$.

Найдите значение функции:

а) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ при $x = \frac{4\pi}{3}$;

б) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ при $x = -\frac{\pi}{2}$;

в) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ при $x = \frac{7\pi}{6}$;

г) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ при $x = -\frac{15\pi}{4}$.

Постройте график функции:

а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = \sin(x - \pi)$;

б) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; г) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

а) $y = \sin x - 2$; в) $y = \sin x + 2$;

б) $y = \sin x + 1$; г) $y = \sin x - 3$.

а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$; б) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

а) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = -\sin x + 3$.

Для функции $y = f(x)$, где $f(x) = \cos x$, найдите:

а) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$; б) $f(-\pi)$; в) $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$; г) $f\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$.

а) $f(-x)$; б) $f(3x)$; в) $f(x+2)$; г) $f(x)-6$.

Найдите значение функции:

$y = 2 \sin x + \cos x$, если:

а) $x = -\frac{\pi}{2}$; б) $x = \frac{\pi}{6}$.

$y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$, если:

а) $x = -\frac{\pi}{2}$; б) $x = \frac{\pi}{4}$.

Постройте график функции:

а) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$; в) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$;

б) $y = \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$; г) $y = \cos\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$.

79 7. Обратные тригонометрические функции

460. $\sin x = \frac{1}{2}$. 461. $\cos x = -\frac{1}{2}$.

462. $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$. 463. $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$.

464. $\sin x = 0$. 465. $\cos x = 0$.

466. $\operatorname{tg} x = 0$. 467. $\operatorname{ctg} x = 0$.

80 8. Логарифмическая функция, ее свойства и график

Найдите значение логарифмической функции $y = \log_2 x$ в указанных точках:

а) $x_1 = 4$, $x_2 = 8$, $x_3 = 16$; в) $x_1 = \frac{1}{8}$, $x_2 = \frac{1}{32}$, $x_3 = \frac{1}{128}$;

б) $x_1 = \frac{2}{\sqrt{8}}$, $x_2 = \frac{4}{\sqrt{2}}$; г) $x_1 = \sqrt{32}$, $x_2 = 16\sqrt{128}$.

Постройте (схематично) график функции:

а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$; в) $y = \lg x$;

б) $y = \log_{\frac{1}{\pi}} x$; г) $y = \log_{0,2} x$.

Постройте график функции:

а) $y = 2 + \log_3 x$; в) $y = -3 + \log_4 x$;

б) $y = -1 + \log_{\frac{1}{3}} x$; г) $y = 0,5 + \log_{0,1} x$.

а) $y = 3 \log_4 x$; в) $y = 5 \log_8 x$;

б) $y = 2 \log_{\frac{1}{3}} x$; г) $y = \frac{1}{2} \log_{0,5} x$.

81 9. Разрывные периодические функции

Исследовать функции на непрерывность и определить тип точек разрыва:

$$2) f(x) = \sin \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

82 10. Решение уравнений, систем уравнений и неравенств графическим методом

Решить графически уравнение:

$$1) 2^{-x} = 3x + 10; \quad 2) \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 2x + 5.$$

Решить графически уравнение:

$$1) \log_2 x = -x + 1; \quad 2) \log_{\frac{1}{2}} x = 2x - 5;$$

$$3) \lg x = \sqrt{x}; \quad 4) \lg x = 2^{-x}.$$

83 11. Применение свойств функций для решения уравнений

Решите уравнение

$$2 \cdot \arcsin 2x = 3 \cdot \arccos x$$

Решите уравнение

$$x^{\log_3 9} = x^2 \cdot 3^{\log_3 x} - x^{\log_3 3}$$

84 12. Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций

Сравнить значения выражений:

$$1) \sin 0,7 \text{ и } \sin 4; \quad 2) \cos 1,3 \text{ и } \cos 2,3.$$

85 1. Геометрическое тело. Понятие многогранника.

48.1. Приведите примеры многогранников, у которых грани, пересекаясь в вершинах, образуют только:

- а) трехгранные углы;
- б) четырехгранные углы;
- в) пятигранные углы.

48.2. Определите виды многогранных углов:

- а) у четырехугольной призмы;
- б) пятиугольной пирамиды.

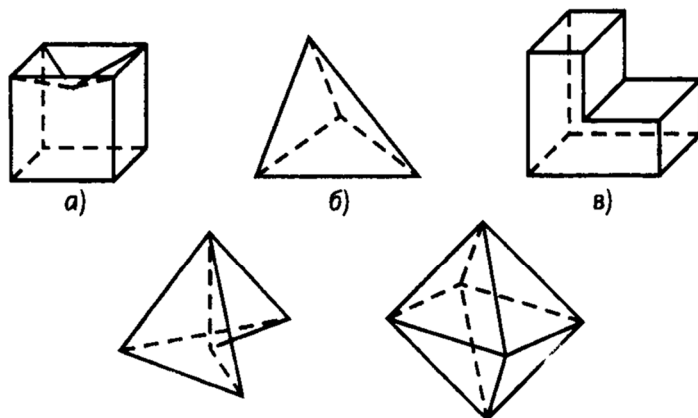
48.3. По скольким прямым попарно пересекаются плоскости граней:

- а) трехгранного;
- б) четырехгранного;
- в) пятигранного угла?

48.4. Сколько многогранных углов:

- а) в 4-угольной пирамиде;
- б) 7-угольной призме;
- в) 10-угольной усеченной пирамиде?

49.12. Назовите выпуклый многогранник с 5 гранями.

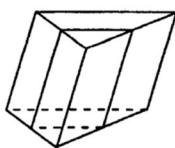


50.1. Перечислите правильные многогранники и объясните, почему они так названы.

50.2. Почему правильные многогранники называются также телами Платона?

86 2. Призма.

10. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 48, проведена плоскость, параллельная боковому ребру (см. рис. 250). Найдите объём отсечённой треугольной призмы.



87 3. Площадь боковой и полной поверхности призмы.

11. Основанием прямой треугольной призмы (см. рис. 251) служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12. Площадь её поверхности равна 180. Найдите высоту призмы.

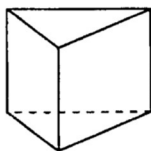


Рис. 251.

88 4. Пирамида. Усеченная пирамида.

Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.

Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна 360 см^2 . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

89 5. Площадь боковой и полной поверхности пирамиды.

12. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды (см. рис. 256) равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

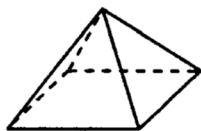


Рис. 256.

90 6. Вычисление площади поверхности многогранников.

5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке 244 (все двугранные углы прямые).

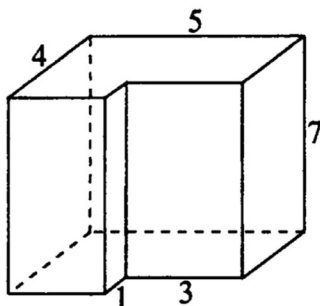


Рис. 244.

4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке 243 (все двугранные углы прямые).

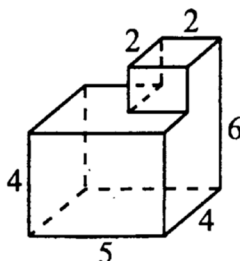


Рис. 243.

91 7. Понятие объема.

Найдите объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10 см, 10 см и 12 см, а боковое ребро, равное 8 см, составляет с плоскостью основания угол в 60° .

Найдите объем наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $AB = BC = CA = a$, ABB_1A_1 — ромб, $AB_1 < BA_1$, $AB_1 = b$, двугранный угол с ребром AB прямой.

92 8. Объем прямоугольного параллелепипеда

Тело R состоит из тел P и Q , имеющих соответственно объемы V_1 и V_2 . Выразите объем V тела R через V_1 и V_2 , если:

а) тела P и Q не имеют общих внутренних точек;

б) тела P и Q имеют общую часть, объем которой равен $\frac{1}{3} V_1$.

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны a и b , а высота равна h , если:

а) $a = 11$, $b = 12$, $h = 15$; б) $a = 3\sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$, $h = 10\sqrt{10}$;

в) $a = 18$, $b = 5\sqrt{3}$, $h = 13$; г) $a = 3\frac{1}{3}$, $b = \sqrt{5}$, $h = 0,96$.

93 9. Объем призмы Объем пирамиды.

Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если: а) $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = 5$ см, $AC = 3$ см и наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2 ; б) $\angle AB_1C = 60^\circ$, $AB_1 = 3$, $CB_1 = 2$ и двугранный угол с ребром BB_1 прямой.

Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $AB = BC = m$, $\angle ABC = \varphi$ и $BB_1 = BD$, где BD — высота треугольника ABC .

Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник, в котором $AB = 20$ см, $AC = 29$ см, $BC = 21$ см. Грани DAB и DAC перпендикулярны к плоскости основания, а грань DBC составляет с ней угол в 60° . Найдите объем пирамиды.

Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды равны a и $0,5a$, апофема боковой грани равна a . Найдите объем усеченной пирамиды.

94 10. Тело вращения. Цилиндр

Докажите, что осевое сечение цилиндра является прямоугольником, две противоположные стороны которого — образующие, а две другие — диаметры оснований цилиндра. Найдите диагональ осевого сечения, если радиус цилиндра равен $1,5$ м, а высота равна 4 м.

Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите: а) высоту цилиндра; б) радиус цилиндра; в) площадь основания цилиндра.

29.1. Сколько образующих имеет цилиндр?

29.2. Что можно принять в цилиндре за его высоту?

29.3. Какой фигурой является сечение цилиндра плоскостью, параллельной основаниям?

29.4. Какой фигурой является осевое сечение цилиндра?

29.5. Какой фигурой является сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра?

29.6. Можно ли в сечении цилиндра плоскостью получить: а) прямоугольник; б) равнобедренный треугольник; в) круг?

29.7. Сколько существует плоскостей, рассекающих данный цилиндр: а) на два равных цилиндра; б) на две равные фигуры?

95 11. Площадь боковой и полной поверхности цилиндра.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 6 (см. рис. 285).

Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, делённую на π .

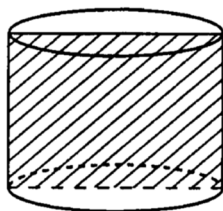


Рис. 285.

96 12. Объем цилиндра

Площадь основания цилиндра равна Q , а площадь его осевого сечения равна S . Найдите объем цилиндра.

Свинцовая труба (плотность свинца $11,4 \text{ г/см}^3$) с толщиной стенок 4 мм имеет внутренний диаметр 13 мм. Какова масса трубы, если ее длина равна 25 м?

В цилиндр вписана правильная n -угольная призма. Найдите отношение объемов призмы и цилиндра, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$; г) $n = 8$; д) n — произвольное целое число.

97 13. Конус. Усеченный конус.

29.8. Какой фигурой является сечение конуса плоскостью, параллельной основанию?

29.9. Какой фигурой является осевое сечение конуса?

29.10. Сколько образующих имеет конус?

29.11. Может ли осевым сечением конуса быть: а) прямоугольник; б) равносторонний треугольник?

29.12. Может ли в сечении конуса плоскостью получиться равнобедренный треугольник, отличный от осевого сечения?

Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.

Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите площадь основания конуса, если: а) $\alpha = 30^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 60^\circ$.

98 14. Площадь боковой и полной поверхности конуса.

4. Длина окружности основания конуса равна 4, образующая равна 5. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

99 15. Объем конуса.

Пусть h , r и V соответственно высота, радиус основания и объем конуса. Найдите:

а) V , если $h = 3$ см, $r = 1,5$ см;

б) h , если $r = 4$ см, $V = 48\pi$ см³;

в) r , если $h = m$, $V = p$.

Высота конуса равна 5 см. На расстоянии 2 см от вершины его пересекает плоскость, параллельная основанию. Найдите объем исходного конуса, если объем меньшего конуса, отсекаемого от исходного, равен 24 см³.

100 16. Сфера. Шар. Площадь сферы.

Точка M — середина отрезка AB , концы которого лежат на сфере радиуса R с центром O . Найдите: а) OM , если $R = 50$ см, $AB = 40$ см; б) OM , если $R = 15$ мм, $AB = 18$ мм; в) AB , если $R = 10$ дм, $OM = 60$ см; г) AM , если $R = a$, $OM = b$.

Точки A и B лежат на сфере радиуса R . Найдите расстояние от центра сферы до прямой AB , если $AB = m$.

Напишите уравнение сферы радиуса R с центром A , если:

а) $A(2; -4; 7)$, $R = 3$; б) $A(0; 0; 0)$, $R = \sqrt{2}$; в) $A(2; 0; 0)$, $R = 4$.

Найдите площадь сферы, радиус которой равен: а) 6 см; б) 2 дм; в) $\sqrt{2}$ м; г) $2\sqrt{3}$ см.

101 17. Объем шара и его частей.

6. Объем шара равен $36\,000\pi$. Найдите площадь его поверхности, деленную на π .

102 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.

По заданной формуле n -го члена вычислите первые пять членов последовательности:

а) $y_n = 3 - 2n$;

в) $y_n = n^3 - 1$;

б) $y_n = 2n^2 - n$;

г) $y_n = \frac{3n - 1}{2n}$.

Составьте одну из возможных формул n -го члена последовательности по первым пяти ее членам:

- а) 0, 1, 2, 3, 4, ... ; в) 5, 6, 7, 8, 9, ... ;
 б) -1, -2, -3, -4, -5, ... ; г) 10, 9, 8, 7, 6,

- а) 5, 10, 15, 20, 25, ... ; в) 4, 8, 12, 16, 20, ... ;
 б) 6, 12, 18, 24, 30, ... ; г) 3, 6, 9, 12, 15,

- а) 3, 9, 27, 81, 243, ... ; в) 1, 8, 27, 64, 125, ... ;
 б) 9, 16, 25, 36, 49, ... ; г) 2, 9, 28, 65, 126,

Какие из заданных последовательностей ограничены снизу?

- а) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$; в) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$;
 б) -1, 2, -3, 4, -5, ...; г) 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1,

Какие из заданных последовательностей ограничены сверху?

- а) -3, -2, -1, 0, 1, ...; в) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$;
 б) 1, -1, 1, -2, 1, -3, ...; г) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$.

Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, если:

а) $x_n = \frac{5}{n^2}$; в) $x_n = \frac{-15}{n^2}$;

б) $x_n = \frac{-17}{n^3}$; г) $x_n = \frac{3}{\sqrt{n}}$.

а) $x_n = \frac{7}{n} + \frac{8}{\sqrt{n}} + \frac{9}{n^3}$;

б) $x_n = 6 - \frac{7}{n^2} - \frac{3}{n} - \frac{3}{\sqrt{n}}$;

в) $x_n = \frac{3}{n} + \frac{7}{n^2} - \frac{5}{n^3} + \frac{13}{n^4}$;

г) $x_n = \frac{1}{n} + \frac{3}{\sqrt{n}} - 4 + \frac{7}{n^2}$.

Постройте эскиз графика какой-нибудь функции $y = f(x)$, обладающей указанным свойством:

- а) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -5$;
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -2$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

Постройте эскиз графика какой-нибудь функции $y = f(x)$, обладающей указанными свойствами:

- а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ и $f(x) > 0$ на $(-\infty, +\infty)$;
 б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ и $f(x) < 0$ на $(-\infty, +\infty)$.

Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right);$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{x^3} + 1 \right) \cdot \left(-\frac{8}{x^2} - 2 \right);$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x^2} + \frac{8}{x^3} \right);$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7}{x^6} - 2 \right) \cdot \left(-\frac{6}{x^{10}} - 3 \right).$

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x-2};$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-4}{x+3};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-4}{2x+7};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x+9}{6x-1}.$

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+9}{x^2+2};$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x-1}{3x^2-4x+1};$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{x^2+7x+5};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2+4x-3}{5x^2+2x+1}.$

103 2. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы
Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 5);$

в) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 6x - 8);$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x+3}{4x+2};$

г) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{7x-14}{21x+2}.$

а) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4};$

в) $\lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{x+3};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3+4x}{2x^2+6x-3};$

г) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5-2x}{3x^2-2x+4}.$

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2-x};$

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x-5};$

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{2+x};$

г) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{x^2-9}.$

а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin 5x + \sin 3x}.$

104 3. Предел функции при x , стремящимся к 0. Предел функции при x , стремящимся к бесконечности

98. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+2}}{2-\sqrt{x}}.$

98—141. Найти пределы:

138. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-x+5}{3x^3+7x+1}.$

139. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+8\cos x}{x}.$

140. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+8x-1}{x^3+7x^2+11}.$

141. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+\cos 2x}{2x+5}.$

142. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}).$

105 4. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел

148—153. Найти пределы:

148. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$.

149. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{8x}$.

150. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}$.

151. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$.

152. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{4x^2}$.

153. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{x}$.

106 5.Вычисление пределов

125—130. Найти пределы:

125. $\lim_{x \rightarrow 3} (5x^2 - 6x + 7)$.

126. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

127. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$.

128. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$.

129. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^4 - 4x^2 + 4}{x^3 - 2x}$.

130. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2}$.

107 1.Приращение аргумента, приращение функции, определение производной функции в точке.

Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = 2t^2 + t$, где t — время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите среднюю скорость движения точки с момента $t_1 = 0$ с до момента t_2 , если:

- а) $t_2 = 0,6$ с; в) $t_2 = 0,5$ с;
б) $t_2 = 0,2$ с; г) $t_2 = 0,1$ с.

Найдите скорость изменения функции в произвольной точке x :

- а) $y = 9,5x - 3$; в) $y = 6,7x - 13$;
б) $y = -16x + 3$; г) $y = -9x + 4$.

Найдите скорость изменения функции $y = f(x)$ в указанной точке x_0 :

- а) $f(x) = x^2$, $x_0 = 2$; в) $f(x) = x^2$, $x_0 = -2$;
б) $f(x) = x^2$, $x_0 = -1$; г) $f(x) = x^2$, $x_0 = 2$.

а) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 2$; в) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 5$;

б) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = -1$; г) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = -0,5$.

108 2.Общие правила нахождения производной. Производные некоторых элементарных функций

Используя свойства числовых неравенств, исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = 8x + 3$; в) $y = \frac{x}{3} + 1$;

б) $y = 5 - 2x$; г) $y = \frac{1}{3} - \frac{2x}{5}$.

а) $y = 2x^3 - 3$; в) $y = \frac{2}{3} - x^3$;

б) $y = 7 - \frac{x^3}{2}$; г) $y = 4 + x^3$.

а) $y = x^2 + 2x + 1, x \geq -1$; в) $y = -x^2 + 6x - 12, x \geq 3$;

б) $y = \frac{1}{x+2}, x < -2$; г) $y = \frac{-2}{x+5}, x > -5$.

Найдите производную функции:

а) $y = x^2 - 7x$; в) $y = 7x^2 + 3x$;

б) $y = \sqrt{x} - 9x^2$; г) $y = \sqrt{x} - 5x^2$.

а) $y = \frac{1}{x} + 4x$; в) $y = \frac{1}{x} - 6x$;

б) $y = -2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$; г) $y = 8\sqrt{x} + \frac{1}{x}$.

а) $y = \sin x + 3$; в) $y = \cos x - 6$;

б) $y = 4 \cos x$; г) $y = -2 \sin x$.

а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x - 3x$;

б) $y = 3 \sin x + \cos x$; г) $y = 2 \cos x + \sin x$.

109 3. Дифференцирование функций.

Найдите производную функции:

а) $y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$; в) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$;

б) $y = (x^3 + 1)\sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$.

а) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$; в) $y = \left(\frac{1}{x} + 8\right)(5x - 2)$;

б) $y = \sqrt{x} \cos x$; г) $y = \sqrt{x} \sin x$.

а) $y = \frac{x^3}{2x + 4}$; в) $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

110 4. Производные показательной, логарифмической, тригонометрической функций.

Найдите значение производной заданной функции в указанной точке:

а) $y = \ln x + x$, $x_0 = \frac{1}{7}$;

б) $y = x^3 \ln x$, $x_0 = e$;

в) $y = x^2 - \ln x$, $x_0 = 0,5$;

г) $y = \frac{\ln x}{x}$, $x_0 = 1$.

а) $y = \ln(2x + 2)$, $x_0 = -\frac{1}{4}$;

б) $y = \ln(5 - 2x)$, $x_0 = 2$;

Найдите значение производной заданной функции в указанной точке x_0 :

а) $y = e^x + x^2$, $x_0 = 0$; в) $y = e^x - x$, $x_0 = 1$;

б) $y = e^x(x + 1)$, $x_0 = -1$; г) $y = \frac{e^x}{x + 1}$, $x_0 = 0$.

а) $y = e^{3x-1}$, $x_0 = \frac{1}{3}$; в) $y = e^{4-9x}$, $x_0 = \frac{4}{9}$;

б) $y = 3e^{6+x}$, $x_0 = -5$; г) $y = e^{0,5x-3}$, $x_0 = 4$.

111 5. Правило дифференцирования сложной функции

241—246. Найдите производные следующих функций:

241. $y = (9 - x^2)^4$. 242. $y = (x^4 - x - 1)^4$.

243. $y = \sqrt{x^3 + 1}$. 244. $y = \sqrt[3]{(1 - x^2)^2}$.

245. $y = \sin 5x$. 246. $y = \sin^2 3x$.

112 6. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Вычисление дифференциала

468—477. Найдите дифференциалы функций:

468. $y = \sqrt{2x}$. 469. $y = \sqrt{x^2 - 3x}$.

470. $y = \frac{x}{x+5}$. 471. $y = \frac{x-3}{x}$.

472. $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$. 473. $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$.

474. $y = x(x - 3)$. 475. $y = x^2(x + 5)$.

476. $y = (x - 3)(x + 2)$. 477. $y = (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 1)$.

113 1. Максимум (минимум) функции. Признак максимума (минимума) функции. Исследование функции на экстремум.

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

а) $y = 7 + 12x - x^3$; в) $y = 3x^3 + 2x^2 - 7$;

б) $y = 8 + 2x^2 - x^4$; г) $y = x^4 - 8x^2$.

а) $y = 2x + \frac{8}{x}$; в) $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$;

б) $y = \sqrt{2x - 1}$; г) $y = (x - 3)^4$.

а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$;

б) $y = x^3 - 27x + 26$;

в) $y = x^3 - 7x^2 - 5x + 11$;

г) $y = -2x^3 + 21x^2 + 19$.

114 2. Возрастание (убывание) функции на промежутке. Признак возрастания (убывания) функции.

Определите промежутки монотонности функции:

а) $y = x^2 - 5x + 4$; в) $y = -x^2 + 8x - 7$;

б) $y = 5x^2 + 15x - 1$; г) $y = x^2 - x$.

а) $y = x^3 + 2x$;

б) $y = 60 + 45x - 3x^2 - x^3$;

в) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$;

г) $y = -x^5 + 5x$.

Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = x^4 - 2x^2 - 3$; в) $y = -3x^4 + 4x^3 - 15$;

б) $y = -x^5 - x$; г) $y = 5x^5 - 1$.

а) $y = \frac{1}{x + 3}$; в) $y = \frac{2}{x} + 1$;

б) $y = \frac{3x - 1}{3x + 1}$; г) $y = \frac{1 - 2x}{3 + 2x}$.

115 3. Точка перегиба. Асимптоты.

Рис. 128
632—635. Исследовать функции на выпуклость и вогнутость:

632. $y = x^3 - 3x^2 - 18x + 7$. 633. $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$.

634. $y = (x - 1)^4(3x + 7)$. 635. $y = \frac{x^2 + 4}{x}$.

116 4. Применение производной к исследованию функции и построению графика.

Исследуйте функцию и постройте ее график:

а) $y = 3x^2 - 4x + 5$; в) $y = 7 - x - 2x^2$;
 б) $y = 3 + 2x - x^2$; г) $y = 5x^2 - 15x - 4$.

а) $y = 3x^2 - x^3$; в) $y = x^3 + 3x^2$;
 б) $y = -9x + x^3$; г) $y = 3x - x^3$.

а) $y = x^3 - 3x^2 + 2$; в) $y = -x^3 + 6x^2 - 5$;
 б) $y = -x^3 + 3x - 2$; г) $y = x^3 - 3x + 2$.

а) $y = 2x^3 + x^2 - 8x - 7$; в) $y = x^3 + x^2 - x - 1$;
 б) $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - \frac{11}{3}$; г) $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + \frac{5}{3}$.

117 5. Применение производной к исследованию функции и построению графика.

а) $y = \frac{x+2}{x-3}$; в) $y = \frac{x-3}{x+1}$;

б) $y = \frac{3x-4}{x-2}$; г) $y = \frac{2x+1}{x+2}$.

а) $y = \frac{1}{x^2+1}$; б) $y = \frac{-2}{x^2+4}$.

а) $y = \frac{2x+1}{x^2+2}$; б) $y = \frac{x-2}{x^2+5}$.

а) $y = \frac{x^2+4}{x^2-4}$; б) $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

118 6. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке.

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:

а) $y = 3x - 6$, $[-1; 4]$;

б) $y = -\frac{8}{x}$, $\left[\frac{1}{4}; 8\right]$;

в) $y = -0,5x + 4$, $[-2; 6]$;

г) $y = \frac{3}{x}$, $[0,3; 2]$.

а) $y = 2 \sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; в) $y = 6 \cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

б) $y = -2 \cos x$, $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; г) $y = -0,5 \sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

а) $y = 3 - 2x$, $x \in [-1; 3]$;

б) $y = -2x^2 + 2x$, $x \in [-3; 2]$;

в) $y = 3 - 4x$, $x \in (-\infty; 3]$;

г) $y = x^2 + 4x + 5$, $x \in (0; 1]$.

а) $y = \sqrt{x}$, $x \in [2; +\infty)$;

в) $y = \sqrt{x}$, $x \in [1,44; 6,25]$;

б) $y = -\sqrt{x}$, $x \in [1; 9]$;

г) $y = -\sqrt{x}$, $x \in (0; 1,69]$.

а) $y = 2|x| - 1$, $x \in [-3; 2]$;

в) $y = 1,5 - |5x|$, $x \in [-8; 2]$;

б) $y = 3 - |2x|$, $x \in (-5; 4]$;

г) $y = 6|x| - 2$, $x \in [-10; 4]$.

119 1.Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные правила интегрирования. Таблица первообразных.

Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если:

а) $F(x) = x^2 + x^3, \quad f(x) = 2x + 3x^2;$

б) $F(x) = x^4 - x^{11}, \quad f(x) = 4x^3 - 11x^{10};$

в) $F(x) = x^7 + x^9, \quad f(x) = 7x^6 + 9x^8;$

г) $F(x) = x^{13} - x^{19}, \quad f(x) = 13x^{12} - 19x^{18}.$

а) $F(x) = 3 \sin x, \quad f(x) = 3 \cos x;$

б) $F(x) = -4 \cos x, \quad f(x) = 4 \sin x;$

в) $F(x) = -9 \sin x, \quad f(x) = -9 \cos x;$

г) $F(x) = 5 \cos x, \quad f(x) = -5 \sin x.$

120 2.Интегрирование функций

144. Ускорение движения тела задано уравнением $a = 24t^2 + 8$. Найти закон движения тела, если в момент $t = 1$ с скорость тела $v = 10$ м/с, а путь $s = 12$ м.

145. Тело движется с ускорением $a = 12t^2 + 6t$. Найти уравнение скорости движения и уравнение движения, если в момент $t = 1$ с скорость тела $v = 8$ м/с, а путь $s = 6$ м.

121 3.Интегрирование функций по частям

213. $\int x \sin x \, dx.$

214. $\int x \ln x \, dx.$

215. $\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x \, dx.$

216. $\int x \sin 2x \, dx.$

217. $\int x \cos 3x \, dx.$

218. $\int \ln x \, dx.$

219. $\int \frac{\ln x \, dx}{x^2}.$

220. $\int \frac{\ln x \, dx}{x^3}.$

122 4.Интегрирование функций способом подстановки

147. $\int (7 - 2t)^3 \, dt.$

148. $\int (5u - 1)^3 \, du.$

149. $\int (1 + x^5)^7 x^4 \, dx.$

150. $\int (9 - 2x^3)^4 x^2 \, dx.$

151. $\int \sqrt{x+1} \, dx.$

123 5.Интегрирование функций

201. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}.$

202. $\int \frac{dt}{9+t^2}.$

203. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}.$

204. $\int \frac{dx}{5+x^2}.$

205. $\int \frac{dx}{25+36x^2}.$

206. $\int \frac{dx}{\sqrt{16-25x^2}}.$

124 6.Определенный интеграл и его свойства.

Вычислите:

а) $\int_{-\frac{2}{3}}^1 x^3 dx$; б) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2}$; в) $\int_{-1}^2 x^4 dx$; г) $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

а) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$; б) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$; в) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$; г) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

а) $\int_0^1 e^x dx$; б) $\int_{-1}^1 3e^x dx$; в) $\int_{-1}^0 \frac{1}{2} e^x dx$; г) $\int_{-2}^1 (-2e^x) dx$.

125 7. Формула Ньютона-Лейбница.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2$, $y = 0$, $x = 4$;

б) $y = x^3$, $y = 0$, $x = -3$, $x = 1$;

в) $y = x^2$, $y = 0$, $x = -3$;

г) $y = x^4$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$.

а) $y = x^3 + 2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$;

б) $y = -x^2 + 4x$, $y = 0$.

а) $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 9$.

126 8. Применение интеграла к решению прикладных задач

а) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3$, касательной к нему в точке $x = 1$ и осью y .

б) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3$ и касательными к нему в точках $x = 0$ и $x = 1$.

127 1. Предмет теории вероятностей. Основные понятия и определения.

Перед новогодним праздником Деду Морозу выдали набор подарков. Все подарки сделаны в виде одинаковых по размеру пластмассовых шаров. Всего в мешок Деда Мороза положили 12 красных, 14 белых, 13 синих и 11 оранжевых шаров. Какова вероятность того, что первый вытащенный подарок будет:

- а) белого цвета;
- б) красный или оранжевый;
- в) одного из цветов российского флага;
- г) не оранжевого цвета?

На координатной плоскости отмечены все точки, абсциссы и ординаты которых равны одному из следующих чисел: $-4, -1, 1, 4, 8$ (повторения допускаются). Из отмеченных точек случайным образом выбирают одну. Найдите вероятность того, что она лежит:

- а) правее оси ординат;
- б) ниже оси абсцисс;
- в) в четвертой координатной четверти;
- г) ниже прямой $y = x$.

128 2. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность Теорема умножение вероятностей

Опишите произведение следующих событий A и B :

- а) A — у случайным образом составленного квадратного уравнения есть корни; B — дискриминант уравнения отрицателен;
- б) A — у случайным образом составленного квадратного уравнения нет корней; B — дискриминант уравнения неположителен;
- в) A — случайным образом выбранная функция $y = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ возрастает; B — верно неравенство $f(99) < f(100)$;
- г) A — случайным образом выбранная числовая последовательность является геометрической прогрессией; B — первые два ее члена положительны, а следующие два — отрицательны?

Найдите вероятность $P(A + B)$ суммы двух независимых событий A и B , если известно, что:

- а) $P(A) = 0,5, P(B) = 0,5$; в) $P(A) = 0,9, P(B) = 0,9$;
- б) $P(A) = 0,9, P(B) = 0,1$; г) $P(A) = 0,99, P(B) = 0,01$.

На стойке для CD-дисков в беспорядке расположены 20 (с торца неразличимых) дисков с компьютерными играми. Из них 12 — «квесты», а остальные — «рокады». Десятиклассник случайным образом выбирает два диска. Какова вероятность того, что:

- а) оба они окажутся с «квестами»;
- б) оба они — с «рокадами»;
- в) эти диски — с играми разных типов?
- г) Чему равна сумма вероятностей в пунктах а), б), в)?

129 3. Формула полной вероятности. Случайные события. Формула Бернулли

76. С первого станка на сборку поступает 40 % изготовленных деталей, со второго — 30 %, а с третьего — 30 %. Вероятность изготовления бракованной детали для каждого станка равна соответственно 0,01; 0,03; 0,05. Найти вероятность того, что наудачу выбранная деталь оказалась бракованной.

77. Стрельбу в цель ведут 10 солдат. Для пяти из них вероятность попадания 0,6, для трех — 0,5 и для остальных — 0,3. Какова вероятность поражения цели?

78. Имеется пять винтовок, три из которых с оптическим прицелом. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95; без оптического прицела — 0,8. Найти вероятность попадания в цель, если стрелок сделает один выстрел из наудачу взятой винтовки.

130 4. Закон распределения случайной величины

88. Составить таблицу распределения вероятностей случайного числа очков, выпавшего на верхней грани игрального кубика при одном подбрасывании.

89. Игральную кость бросают дважды. Случайная величина X — сумма очков при обоих бросаниях. Составить таблицу распределения вероятностей.

90. В коробке находятся 7 карандашей, из которых 4 — красные. Наудачу извлекают 3 карандаша. Какой закон распределения имеет случайная величина, означающая число извлеченных красных карандашей?

131 5. Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность

Студенческая группа сдала тест по геометрии со следующими результатами:

x_i	2	3	4	5
N_i	5	10	7	3

Требуется определить среднюю успеваемость группы

132 6. Представление данных (таблица, график, диаграмма, среднее арифметическое, медиана)

Ученик выписал из дневника свои отметки за март. Вот что получилось:

4, 4, 3, 2, 5, 3, 3, 4, 5, 4, 4, 4, 5, 4, 2, 4, 4, 5, 3, 3.

а) Составьте сгруппированный ряд этих данных.

б) Чему равна мода этого измерения и какова ее кратность?

в) Выпишите таблицу распределения данных.

г) Найдите среднее значение отметок за март.

133 1. Равносильность уравнений

Равносильно ли уравнение $2^x = 256$ уравнению:

а) $\log_2 x = 3$; в) $3x^2 - 24x = 0$;

б) $x^2 - 9x + 8 = 0$; г) $\frac{16}{x} = 2$?

Равносильно ли уравнение $\sin x = 0$ уравнению:

а) $\cos x = 1$; в) $\cos 2x = 1$;

б) $\operatorname{tg} x = 0$; г) $\sqrt{x-1} \cdot \sin x = 0$?

Придумайте три уравнения, равносильных уравнению:

а) $\sqrt{2x-1} = 3$; в) $\lg x^2 = 4$;

б) $\cos x = 3$; г) $x^{\frac{3}{5}} = -1$.

134 134 2. Общие методы решения уравнений

Решите графически уравнение:

а) $\sqrt{x} = -x$; в) $\sqrt[4]{x} = 2 - x$;

б) $\sqrt[3]{x} = 7 - 6x$; г) $\sqrt[5]{x} = -x^2$.

135 3. Показательные уравнения и неравенства

Решите уравнение:

а) $3^x = 9$; в) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$;

б) $2^x = 16$; г) $0,5^x = 0,125$.

Решите уравнение:

а) $4^x = \frac{1}{16}$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$;

б) $7^x = \frac{1}{343}$;

г) $0,2^x = 0,00032$.

а) $10^x = \sqrt[4]{1000}$;

в) $0,3^x = \sqrt[4]{0,0081}$;

б) $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$;

г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}$.

а) $0,3^x = \frac{1000}{27}$;

в) $0,7^x = \frac{1000}{343}$;

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$;

г) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$.

а) $2^{x+1} = 4$;

в) $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$;

б) $5^{3x-1} = 0,2$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$.

Решите неравенство:

а) $2^x \geq 4$;

в) $2^x \leq 8$;

б) $2^x < \frac{1}{2}$;

г) $2^x > \frac{1}{16}$.

а) $3^x \leq 81$;

в) $5^x > 125$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$;

г) $(0,2)^x \leq 0,04$.

Решите уравнение:

а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3)$;

б) $\log_6 (14 - 4x) = \log_6 (2x + 2)$;

в) $\log_{\frac{1}{6}} (7x - 9) = \log_{\frac{1}{6}} x$;

г) $\log_{0,2} (12x + 8) = \log_{0,2} (11x + 7)$.

а) $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 5x$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} (7x^2 - 200) = \log_{\frac{1}{2}} 50x$;

в) $\lg (x^2 - 6) = \lg (8 + 5x)$;

г) $\lg (x^2 - 8) = \lg (2 - 9x)$.

а) $\log_{0,1} (x^2 + 4x - 20) = 0$; в) $\log_7 (x^2 - 12x + 36) = 0$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 10x + 10) = 0$; г) $\log_{12} (x^2 - 8x + 16) = 0$.

137 5. Логарифмическое неравенство

Решите неравенство:

а) $\log_3 x > \log_3 72 - \log_3 8$;

б) $3 \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} 9 + \log_{\frac{1}{3}} 3$;

в) $\log_5 x - \log_5 35 \leq \log_5 \frac{1}{7}$;

г) $4 \log_{0,6} x \geq \log_{0,6} 8 + \log_{0,6} 2$.

а) $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} (4 - x) > -1$;

б) $\log_2 (7 - x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$;

в) $\lg (7 - x) + \lg x > 1$;

г) $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} (10 - x) \geq -1 + \log_{\frac{1}{2}} 4,5$.

138 6. Тригонометрические уравнения

Решить уравнение (620—644).

- 1) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$; 2) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$;
- 3) $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$; 4) $2 \cos^2 x + \cos x - 6 = 0$.
- 1) $2 \cos^2 x - \sin x + 1 = 0$; 2) $3 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$;
- 3) $4 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$; 4) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$.
- 1) $\operatorname{tg}^2 x = 2$; 2) $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$;
- 3) $\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 4 = 0$; 4) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 1 = 0$.
- 1) $1 + 7 \cos^2 x = 3 \sin 2x$; 2) $3 + \sin 2x = 4 \sin^2 x$;
- 3) $\cos 2x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 0$;
- 4) $3 \cos 2x + \sin^2 x + 5 \sin x \cos x = 0$.

139 7. Тригонометрические неравенства

Решить неравенство (648—654).

- 1) $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 3) $\cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- 1) $\cos x \leq \sqrt{3}$; 2) $\cos x < -2$; 3) $\cos x \geq 1$; 4) $\cos x \leq -1$.
- 1) $\sin x > \frac{1}{2}$; 2) $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 1) $\sin x \geq -\sqrt{2}$; 2) $\sin x > 1$;
- 3) $\sin x \leq -1$; 4) $\sin x \geq 1$.

140 8. Решение неравенств с одной переменной

- 1) $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} < 1$; 2) $\log_3 (2 - 3^{-x}) < x + 1 - \log_3 4$
- 3) $\log_{x^2-3} (4x+7) > 0$; 4) $\log_{\frac{x-1}{5x-6}} (\sqrt{6} - 2x) < 0$.

Решить неравенство:

- 1) $3^{|x-2|} < 9$; 2) $4^{|x-1|} > 16$;
- 3) $2^{|x-2|} > 4^{|x+1|}$; 4) $5^{|x-4|} < 25^{|x|}$.
- 1) $\sqrt{2x^2 + 3x - 2} > 0$; 2) $\sqrt{2 + x - x^2} > -1$;
- 3) $\sqrt{6x - x^2} < \sqrt{5}$; 4) $\sqrt{x^2 - x} > \sqrt{2}$;
- 5) $\sqrt{x^2 + 2x} > -3 - x^2$; 6) $\sqrt{4x - x^2} > -2 - 3x^2$.

141 9. Уравнения с двумя переменными

Постройте график уравнения:

а) $x^2 = 1$;

в) $x^2 - 2x + 1 = 0$;

б) $y^2 = 9$;

г) $y^2 - 6y + 8 = 0$.

а) $x = y$;

в) $x + y = 2$;

б) $3x - 4y = 12$;

г) $2y - x - 4 = 0$.

а) $x^2 - 3xy = 0$;

в) $xy - 2y^2 = 0$;

б) $(x - 1)(y + 5) = 0$;

г) $xy - 5x + y = 5$.

а) $x^2 - y^2 = 0$;

в) $x^2 + 2xy + y^2 = 0$;

б) $x^2 + 7xy - 18y^2 = 0$;

г) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$.

142 10. Неравенства с двумя переменными

Постройте на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

а) $\begin{cases} x + y \geq 3, \\ 2x - 3y \leq 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - 2y \geq 3, \\ x + 3y \leq -2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - y \geq 1, \\ x + y \leq 1, \\ x \leq 2y; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y \geq 2x, \\ x + y \leq 3y, \\ 5x \leq 2y - 7. \end{cases}$

143 11. Системы уравнений

Определите число решений системы уравнений:

а) $\begin{cases} y = \sqrt[4]{x}, \\ 2x - 3y = 6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = \sqrt[5]{x}, \\ 6 - 2x - 3y = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x}, \\ 3y - 4x = 0; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = \sqrt[6]{x}, \\ 5 + x - 2y = 0. \end{cases}$

144 12. Системы неравенств

Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 11 > 2x + 13, \\ 17x + 9 < 9x + 99; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6x + 2 \leq 4x + 24, \\ 2x - 1 \geq x + 7. \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} (x + 1)^2 - (x - 1)^2 \geq 12, \\ (x + 4)(x - 4) - (x + 2)^2 < 9; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x^3 < 8x, \\ 3x - 16 \leq x. \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} x^3 < x, \\ 3x^2 - x > 5 - 15x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{x + 5}{x - 7} < 1, \\ \frac{3x + 4}{4x - 2} > -1. \end{cases}$$

145 13. Системы уравнений и неравенств

Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2^{x+y} = 16, \\ 3^y = 27^x; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 5^{2x-y} = 125, \\ 4^{x-y} = 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5, \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 0,6^{x+y} \cdot 0,6^x = 0,6, \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1}. \end{cases}$$

Постройте и прочитайте график функции:

$$y = \begin{cases} 2x^2, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt[4]{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{3}{x}, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \sqrt[5]{x}, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1 Примерный перечень заданий к экзамену

1. Запишите множество натуральных чисел.
2. Запишите формулу четного числа.
3. Запишите формулу нечетного числа.
4. Запишите множество целых чисел.
5. Запишите множество рациональных чисел.
6. Сформулируйте свойство рациональных чисел.
7. Сформулируйте основное свойство дроби.
8. Сформулируйте правило сложения дробей с разными знаменателями.
9. Сформулируйте правило умножения обыкновенных дробей.
10. Сформулируйте правило деления обыкновенных дробей.
11. Дайте определение арифметического квадратного корня.
12. Сформулируйте свойства арифметического квадратного корня.
13. Дайте понятие иррационального числа.
14. Запишите множество действительных чисел.
15. Дайте понятие приближенного числа.
16. Дайте определение абсолютной погрешности.
17. Дайте определение относительной погрешности.
18. Сформулируйте определение корня n -ой степени.
19. Расскажите свойство о возведении корня n -ой степени в n -ую степень.
20. Расскажите свойство корня n -ой степени из произведения.
21. Расскажите свойство корня n -ой степени из обыкновенной дроби.
22. Расскажите свойство корня n -ой степени о действиях с показателем корня.
23. Расскажите свойство об извлечении корня n -ой степени из степени.
24. Расскажите свойство об извлечении корня из корня n -ой степени.
25. Расскажите свойство о сравнении корней одинаковой степени.
26. Расскажите свойство об извлечении корня n -ой степени из степени, показатель которой делится на показатель корня.
27. Сформулируйте правило возведения корня n -ой степени в степень.
28. Сформулируйте правило умножения корней n -ой степени. Сформулируйте правило деления корней n -ой степени.
29. Сформулируйте правило извлечения корня n -ой степени из корня.
30. Запишите формулу вычисления степени с показателем, равным 1.
31. Запишите формулу вычисления степени с показателем, равным 0.
32. Запишите формулу возведения числа в степень с отрицательным показателем.
33. Запишите формулу возведения дроби в степень с отрицательным показателем.
34. Запишите формулу вычисления степени с дробным показателем.
35. Сформулируйте свойства степени с действительным показателем.
36. Сформулируйте правило умножения степеней с одинаковыми показателями.
37. Сформулируйте правило деления степеней с одинаковыми показателями.
38. Сформулируйте аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них.
39. Сформулируйте определение параллельных прямых в пространстве.
40. Сформулируйте определение прямой, параллельной плоскости.
41. Сформулируйте определение параллельных плоскостей.
42. Сформулируйте определение прямой, перпендикулярной плоскости.
43. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах.
44. Дайте определение вектора. Расскажите правила выполнения действий с векторами.
45. Сформулируйте определение коллинеарных векторов, компланарных векторов.
46. Запишите формулу для вычисления длины вектора, угла между векторами.
47. Запишите уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

48. Запишите формулу корней уравнения $x^n = b$.
49. Запишите формулу корней уравнения $x^n = b$, если n – четное число.
50. Запишите формулу корней уравнения $x^n = b$, если n – нечетное число.
51. Сформулируйте определение иррационального уравнения. Расскажите план решения иррационального уравнения.
52. Сформулируйте определение показательного уравнения. Расскажите план решения простейшего показательного уравнения.
53. Перечислите методы решения показательных уравнений.
54. Расскажите план решения показательного уравнения способом замены переменной.
55. Сформулируйте определение перпендикулярных плоскостей.
56. Сформулируйте определение показательного уравнения. Расскажите план решения простейшего показательного уравнения.
57. Расскажите план решения показательного уравнения способом замены переменной.
58. Сформулируйте определение показательного неравенства. Расскажите план решения простейшего показательного неравенства.
59. Дайте определение логарифма числа. Приведите примеры. Сформулируйте свойства логарифмов.
60. Запишите формулу приведения логарифма к новому основанию. Запишите основное логарифмическое тождество.
61. Сформулируйте определение логарифмического уравнения.
62. Расскажите план решения простейшего логарифмического уравнения.
63. Сформулируйте определение логарифмического неравенства.
64. Расскажите план решения простейшего логарифмического неравенства.
65. Дайте определение единичной окружности.
66. Дайте определение угла поворота точки единичной окружности.
67. Дайте определения тригонометрических функций числового аргумента.
68. Расскажите свойства функции $y = \cos x$.
69. Расскажите свойства функции $y = \sin x$.
70. Расскажите свойства функции $y = \operatorname{tg} x$.
71. Запишите таблицу значений тригонометрических функций для углов в $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$.
72. Запишите основные тригонометрические тождества.
73. Запишите тригонометрические функции суммы и разности аргументов.
74. Запишите тригонометрические функции удвоенного аргумента.
75. Запишите формулы преобразования суммы (разности) двух функций в произведение.
76. Расскажите правило приведения углов к виду $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
77. Дайте определение арксинуса числа.
78. Дайте определение арккосинуса числа.
79. Дайте определение тригонометрического уравнения.
80. Запишите формулу корней уравнения $\sin x = 0$.
81. Запишите формулу корней уравнения $\cos x = 0$.
82. Запишите формулу корней уравнения $\sin x = 1$.
83. Запишите формулу корней уравнения $\cos x = 1$.
84. Запишите формулу корней уравнения $\sin x = a$.
85. Запишите формулу корней уравнения $\cos x = a$.
86. Запишите формулу корней уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Практическое задание №1

1. Выполните действия:

$$4^{-0,5} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} + (0,25)^{-1,5} - \left(\left(-\frac{5}{7}\right)^{-6}\right)^0$$

2. Выполните действия:

$$\left(\left(\frac{3}{2}\right)^4\right)^{-0,5} \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^0 \cdot 0,1^{-2} \cdot (0,81)^{-\frac{1}{2}}.$$

3. Вычислите: $\sqrt{3\frac{1}{16}} + \sqrt[4]{\frac{16}{81}} - 0,5\sqrt[3]{27 \cdot 125 \cdot 8} + \sqrt[3]{(5)^3} - \sqrt[4]{3^4}.$

4. Решите уравнение: а) $x^3 = 64$; б) $x^4 = 625$.

5. Решите уравнение: а) $x^5 = -243$; б) $x^2 = -25$.

6. Решите уравнение: а) $x^3 = 7$; б) $x^6 = 9$

7. Решите уравнение: а) $16^x = \frac{1}{4}$; б) $\sqrt{5^x} = \sqrt[3]{25}$.

8. Решите уравнение: а) $4^{3x-5} = 32$; б) $7^{2x-3} = -49$.

Решите уравнение: а) $8^{x^2-9x+20} = 1$; б) $36^{2x-1} = 0$.

9. Решите уравнение: $\sqrt{4x+8} = \sqrt{3x-2}$.

10. Решите уравнение: $\sqrt{x^2-3x}-7=0$.

11. Решите уравнение: а) $5\sqrt{x}-7=3\sqrt{x}$.

12. Упростите выражение: $\sqrt{a^2b^4} - \sqrt[3]{a^3b^6}$.

13. Упростите выражение $\sqrt[6]{a^4} \cdot \sqrt[5]{a^{10}}$.

14. Упростите выражение: $\sqrt{50} - \sqrt[3]{3} - 6\sqrt{2} + \sqrt[3]{24} + \sqrt{8}$.

15. Упростите выражение $\sqrt[3]{\frac{27a^6}{64b^3}}$.

16. Сравните выражения: а) $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[6]{3}$; б) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[3]{9}$.

17. Сравните выражения $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[15]{100}$.

18. Упростите: а) $(\sqrt[3]{3a})^9$; б) $(5a \cdot \sqrt[3]{a})^2$.

19. Найдите значение выражения $2^{1,3} \cdot 2^{-0,7} \cdot 4^{07}$.

20. Найдите значение выражения $8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2}$.

21. Вынесите множитель из-под знака корня а) $\sqrt{45}$; б) $\sqrt[3]{24}$.

22. Вынесите множитель из-под знака корня а) $\sqrt{25a^3}$; б) $\sqrt[4]{405a^6}$.

23. Внесите множитель под знак корня: а) 2 а) $2\sqrt{5}$ б) $\frac{1}{2} \sqrt[3]{12}$.

24. Внесите множитель под знак корня: а) $5x\sqrt{2x}$ б) $2m\sqrt[4]{3m}$.

25. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[6]{18}$.

26. Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt[4]{4}$; $\sqrt[6]{3}$ и $\sqrt[3]{2}$.

27. Решите уравнение: $5^{x+2} + 5^x = 130$.

28. Решите уравнение: $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$.

29. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x} > 9$.

30. Решите неравенство: $(0,8)^{2x-x^2} \leq 1$.

31. Вычислите: а) $\log_3 27 - \log_{\frac{1}{7}} 49$; б) $\log_{1,5} \log_4 8$.

32. Вычислите: а) $\log_6 9 + 2 \log_6 2$; б) $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$.

33. Вычислите: $5^{\log_5 10-1} + 2^{\log_2 5+3}$.

34. Решите уравнение: $\log(x^2 - 9) = \log(4x + 3)$.

35. Решите уравнение: $\log^2 x - 2 \log_4 x - 3 = 0$.

36. Решите неравенство: $\log_3(4x + 5) < 2$.

37. Упростите выражение: $\operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

38. Вычислите: $\frac{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 25^\circ \cdot \cos 5^\circ + \sin 25^\circ \cdot \sin 5^\circ}$.

39. Решите уравнение: $\sin x \cos x = -\frac{1}{4}$.
40. Решите уравнение: $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$.
41. Доказать, что треугольник с вершинами А (3; -1; 6), В (-1; 7; -2), С (1; -3; 2) прямоугольный.
42. Определить координаты начала и конца отрезка АВ, который точками С (2; 0; 2) и Р (5; -2; 0) разделен на три равные части.

ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА

Критерии оценки знаний студентов при сдаче экзамена

Для допуска к экзамену необходимо выполнить и успешно выполнить весь объем аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание. Для подготовки ответа на билет студенту выделяется 15 минут. Студент имеет право использовать черновик, но записи в черновике учитываться не будут.

Критерии выставления оценок:

- оценка **«отлично»**, если студент обладает глубокими и прочными знаниями программного материала; при ответе на все вопросы продемонстрировал исчерпывающее, последовательное и логически стройное изложение; правильно сформулировал понятия и закономерности по вопросам; использовал примеры из дополнительной литературы и практики; сделал вывод по излагаемому материалу;
- оценка **«хорошо»**, если студент обладает достаточно полным знанием программного материала; его ответ представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий; правильно применены теоретические положения, подтвержденные примерами; сделан вывод; один вопрос освещён полностью, а второй доводится до логического завершения при наводящих вопросах преподавателя, практическое задание выполнено верно и сделаны выводы.
- оценка **«удовлетворительно»**, если студент имеет общие знания основного материала без усвоения некоторых существенных положений; формулирует основные понятия с некоторой неточностью; затрудняется в приведении примеров, подтверждающих теоретические положения; два вопроса разобраны полностью, а практическое задание выполнено под руководством преподавателя.
- оценка **«неудовлетворительно»**, если студент не знает значительную часть программного материала; допустил существенные ошибки в процессе изложения; не умеет выделить главное и сделать вывод; приводит ошибочные определения; ни один вопрос не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают.

**Примерный перечень вопросов для подготовки к письменному экзамену.
Теоретическое задание №3**

1. Дать понятия независимой величины; зависимой величины.
2. Дайте определение функции. Дайте понятие области определения функции. Дайте понятие области значения функции.
3. Дайте понятие нуля функции. Дайте определение четной функции. Дайте определение нечетной функции.
4. Дайте определение периодической функции. Дайте понятие взаимно обратным функциям.
5. Дайте определение возрастающей функции на промежутке. Дайте определение убывающей функции на промежутке.
6. Дайте определение графика функции. Дайте понятие промежутка постоянного знака функции.
7. Дайте определение линейной функции и расскажите ее свойства. Дайте определение квадратичной функции и расскажите ее свойства.
8. Дайте определение функции обратной пропорциональности и расскажите ее свойства.
9. Сформулируйте определение показательной функции. Опишите график показательной функции. Сформулируйте свойства показательной функции.
10. Дайте определение предела функции в точке. Сформулируйте основные теоремы о пределах. Запишите первый и второй замечательные пределы.
11. Дайте понятия приращения аргумента и приращения функции. Дайте определение производной функции в точке.
12. Сформулируйте правила дифференцирования. Запишите производные некоторых элементарных функций.
13. Запишите формулы производных показательной и логарифмической функций. Запишите формулу производной экспоненты.
14. Запишите формулу производной тригонометрических функций.
15. Сформулируйте физический смысл первой (второй) производной. Сформулируйте геометрический смысл производной.
16. Запишите уравнение касательной, проведенной к графику функции.
17. Дайте понятие сложной функции. Приведите примеры. Запишите формулу производной сложной функции.
18. Дайте определение критической точки функции.
19. Дайте определения точки максимума функции и максимума функции. Дайте определение точки минимума функции и минимума функции.
20. Сформулируйте признак максимума функции. Сформулируйте признак минимума функции.
21. Расскажите план исследования функции на экстремум.
22. Дайте определение возрастающей функции на промежутке. Дайте определение убывающей функции на промежутке.
23. Сформулируйте признак возрастания функции. Сформулируйте признак убывания функции.
24. Расскажите план исследования функции на монотонность. Дайте определение точке перегиба.
25. Расскажите план исследования функции с помощью производной.
26. Расскажите план решения задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
27. Дайте определение первообразной функции на промежутке. Сформулируйте свойства первообразной. Запишите таблицу первообразных.
28. Расскажите план интегрирования функции табличным способом. Расскажите план интегрирования функции по частям. Расскажите план интегрирования функции способом подстановки.

29. Дайте понятие определенного интеграла. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
30. Сформулируйте определение криволинейной трапеции и запишите формулу вычисления ее площади.
31. Дайте понятие призмы и ее элементов. Дайте понятие пирамиды и ее элементов.
32. Дайте понятие цилиндра и его элементов. Дайте понятие конуса и его элементов.
33. Дайте понятие сферы. Дайте определение шара и его элементов.
34. Запишите формулу вычисления боковой и полной поверхности призмы. Запишите формулу вычисления боковой и полной поверхности пирамиды.
35. Запишите формулу вычисления боковой и полной поверхности конуса. Запишите формулу вычисления боковой и полной поверхности цилиндра.
36. Запишите формулу вычисления поверхности сферы. Запишите формулу вычисления объема шара.
37. Запишите формулу вычисления объема призмы. Запишите формулу вычисления объема пирамиды.
38. Запишите формулу вычисления объема цилиндра. Запишите формулу вычисления объема конуса.
39. Запишите формулу вычисления объема шара.
40. Дайте понятия события, вероятности случайного события.
41. Сформулируйте теорему о сложении вероятностей несовместных событий. Сформулируйте теорему об умножении вероятностей независимых событий.
42. Расскажите о способах представления данных (таблица, график, диаграмма).
43. Дайте понятие перестановкам; размещениям; сочетаниям. Запишите формулу подсчета количества размещений; перестановок; сочетаний.
44. Запишите формулу бинома Ньютона.

Примерный перечень практических заданий №2

1. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2^x + 2^y = 6; \\ 3 \cdot 2^x - 2^y = 10. \end{cases}$
2. Исследуйте функцию на четность: $y = x^2 + 2x + 1$.
3. Найти область определения функции: $y = \frac{5+6x}{2x-4}$.
4. Постройте график функции $y = 2^x$.
5. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
6. Для данной функции $y = 5x - 2$ найдите обратную функцию.
7. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2^x + 2^y = 10; \\ x + y = 4. \end{cases}$
8. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 + 1}$.
9. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 - 3x + 7)$.
10. Найдите производную функции: а) $y = 5x^3 - \frac{x^2}{2} + 4$; б) $y = 4\sin x - 5\cot x$.
11. Вычислить производную функции $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$ при $x = 2$.
12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^3 + 6x$.
13. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
14. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ в точке $x_0 = -1$.
15. Составьте уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x$ в точке $M(3; 9)$.
16. Тело движется по закону $x(t) = t^4 + 0,5t^2 - 3t$ (x – в метрах; t – в секундах). Найдите скорость и ускорение тела через 2с после начала движения.
17. Найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$.
18. Найдите точки экстремума функции: $f(x) = 5x^3 - 15x + 8$.

19. Исследуйте функцию на выпуклость: $f(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + x - 3$.
20. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x - \frac{1}{3}x^3$ на промежутке $[-2; 0]$.
21. Определите, является ли функция $F(x) = x^2 - \sin 2x - 1$ первообразной для функции $f(x) = 2x - 2\cos 2x$.
22. Для функции $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(4; 58)$.
23. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 7e^x - 2\cos x + \frac{3}{x^2}$.
24. Найдите неопределенный интеграл: $\int \left(\frac{8}{\cos^2 x} + 6\sin x - 3 \right) dx$.
25. Найдите неопределенный интеграл: $\int (e^{4-3x} - 2\sqrt{5x+1}) dx$.
26. Вычислить интеграл: $\int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 7) dx$.
27. Вычислить интеграл $\int_{-1}^3 (1 - 2x + 3x^2) dx$.
28. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 9 - x^2$, $y = 0$.
29. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 3x - 1$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$.
30. Точка движется вдоль прямой со скоростью $v(t) = 2 + \frac{1}{\sqrt{t+2}}$ (v – в метрах в секунду, t – в секундах). Найдите путь, пройденный точкой в промежутке времени $[2; 7]$.
31. Точка движется вдоль прямой со скоростью $v(t) = 4 - \frac{2}{\sqrt{t-1}}$ (v – в метрах в секунду, t – в секундах). Найдите путь, пройденный точкой в промежутке времени $[2; 5]$.
32. Решить задачу.
Студент выписал свои отметки по математике, полученные в марте:
4,4,3,2,5,3,3,3,4,5,4,4,5,4,2,4,4,5,3.
а) Составьте сгруппированный ряд этих данных.
б) Чему равна мода этого измерения и какова ее кратность?
в) Выпишите таблицу распределения данных.
г) Найдите среднее значение отметок за март.
33. Решить задачу.
На уроке физкультуры 14 школьников прыгал в высоту, их результаты: 125, 110, 130, 125, 120, 130, 140, 125, 110, 130, 120, 25, 120, 125. Требуется сгруппировать данные, составить таблицу их распределения, найти размах, моду и медиану измерения.
34. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
35. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
36. Решите задачу. Прямоугольник со сторонами 4 см и 5 см вращается около меньшей стороны. Определить площадь боковой поверхности и объем тела вращения.
37. Решите задачу. Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см вращается около большего из них. Определите площадь полной поверхности и объем тела вращения.
38. Решите задачу. В вазе 10 белых и 5 красных роз. Определите, сколькими способами из вазы можно выбрать букет, состоящий из двух белых роз и одной красной.
39. Решите задачу. Пете на день рождения подарили 7 новых дисков с играми, а Вале – папа привез 9 дисков из командировки. Сколькими способами они могут обменять 4 любых диска одного на 4 диска другого?

ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА

Критерии оценки знаний студентов при сдаче экзамена

Для допуска к экзамену необходимо выполнить и успешно выполнить весь объем аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы. Экзаменационная контрольная работа содержит 10 заданий. Для её решения студенту выделяется 4 часа. Студент имеет право использовать черновик, но записи в черновике учитываться не будут.

Критерии выставления оценок:

- оценка **«отлично»**, если контрольная работа аккуратно оформлена, грамотно изложено решение, правильно применены формулы и верно выполнены 9-10 заданий контрольной работы;
- оценка **«хорошо»**, если контрольная работа аккуратно оформлена, последовательно изложено решение, правильно применены формулы и верно выполнены 7-8 заданий контрольной работы;
- оценка **«удовлетворительно»**, если контрольная работа аккуратно оформлена, последовательно изложено решение, правильно применены формулы и верно выполнены 5-6 заданий контрольной работы;
- оценка **«неудовлетворительно»**, если верно выполнены менее 5 заданий контрольной работы;

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии
имени Н.И. Вавилова»
Марковский филиал

Утверждаю
Зам. директора по учебной работе

_____ Р.Х. Сергеева
« ____ » _____ 20__ г.

Специальность 35.02.08 Электротехнические системы в агропромышленном комплексе
(АПК)
Курс 1
Дисциплина Математика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Сформулируйте определение логарифмического уравнения
2. Запишите основные тригонометрические тождества.
3. Найдите производную функции $y = e^{3 \cos x - 2x}$.

Председатель предметной
(цикловой) комиссии _____ Л.Г. Семенова
Протокол № _____ от _____ 20__ г.

Преподаватель _____ Ю.Б. Абрамова

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии
имени Н. И. Вавилова
Форма обучения - очная

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ВЕДОМОСТЬ № _____

групповая (первичная)

Структурное подразделение Марковский филиал

Направление подготовки (специальность) 35.02.08 Электротехнические системы в агропромышленном комплексе (АПК)

Учебный год 20 __/20__ семестр __

Форма контроля экзамен

Группа _____, курс 1

Дисциплина Математика

Фамилия, имя, отчество преподавателей _____

Дата контроля _____ г.

№ п/п	Фамилия и инициалы	Номер зачетной книжки	Отметка о сдаче зачета	Подпись преподавателя и дата	Экзменационная оценка		Подпись экзаменатора
					цифрой	прописью	
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							
7.							
8.							
9.							
10.							
11.							
12.							
13.							
14.							
15.							
16.							
17.							
18.							
19.							
20.							

Число студентов на экзамене (зачете) _____

Из них получивших «отлично» _____

«хорошо» _____

«удовлетворительно» _____

«неудовлетворительно» _____

Число студентов, не явившихся на экзамен (зачет) _____

Число студентов, не допущенных к экзамену (зачету) _____

Руководитель подразделения _____ /И.А. Кучеренко /

1. Запрещается принимать экзамены у студентов, не внесенных в данную экзаменационную ведомость.

2. Запрещается принимать экзамены в сроки, не установленные утвержденным расписанием, кроме случаев, специально разрешенных руководителем подразделения (деканом, директором).

3. Экзменационная ведомость подписывается руководителем подразделения (деканом, директором) или его заместителем.

4. Экзаменационная ведомость возвращается экзаменатором в день окончания экзамена.