

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Г.Н. Камышова /Камышова Г.Н./
« 4 » июня 2018 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА
Направление подготовки	35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции
Профиль подготовки	Технологии пищевых производств в АПК
Квалификация (степень) выпускника	Бакалавр
Нормативный срок обучения	4 года
Кафедра-разработчик	Математика и математическое моделирование
Ведущий преподаватель	Кириллова Т.В., доцент

Разработчик(и): доцент, Кириллова Т.В

Кириллова Т.В.

(подпись)

Саратов 2018

Содержание

1	Введение	3
2	Темы, выносимые на самостоятельное изучение	
2.1	Тема 1 «Методы вычисления определителей».....	3
2.2	Тема 2 «Решение систем линейных уравнений».....	5
2.3	Тема 3 «Контрольная работа по теме «Решение систем линейных уравнений»».....	6
2.4	Тема 4«Приложение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов»...	7
2.5	Тема 5 «Окружность, эллипс, гипербола, парабола и их канонические уравнения».....	10
2.6	Тема 6 «Плоскость и прямая в пространстве»	11
2.7	Тема 7 «Итоговое занятие по векторной алгебре и аналитической геометрии».....	12
2.8	Тема 8 «Предел и непрерывность функции».....	14
2.9	Тема 9 «Дифференцирование функций».....	15
2.10	Тема 10 «Дифференциал функции и его применение».....	17
2.11	Тема 11 «Экстремум функции».....	18
2.12	Тема 12 «Итоговое занятие по дифференциальному исчислению функции одной переменной»	20
2.13	Тема 13 «Вычисление неопределенных интегралов».....	21
2.14	Тема 14 «Геометрические приложения определенного интеграла».....	23
2.15	Тема 15 «Несобственные интегралы».....	25
2.16	Тема 16 «Итоговое занятие по интегральному исчислению функции».....	26
2.17	Тема 17 «Решение дифференциальных уравнений первого порядка».....	28
2.18	Тема 18 «Решение дифференциальных уравнений высших порядков».....	29
2.19	Тема 19 «Итоговое занятие по решению задач, приводящих к дифференциальным уравнениям».	31
2.20	Тема 20 «Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей».....	33
2.21	Тема 21 «Модель Бернулли».....	35
2.22	Тема 22 «Дискретная случайная величина. Непрерывная случайная величина».....	37
2.23	Тема 23 «Классические законы распределения случайных величин».....	40
2.24	Тема 24 «Итоговое занятие по теории вероятности».....	42
2.25	Тема 25 «Выборочный анализ».....	43
2.26	Тема 26 «Проверка статистических гипотез».....	45
2.27	Тема 27 «Корреляционно анализ».....	47
2.28	Тема 28 «Итоговое занятие по математической статистике».....	49

1. Введение

Целью самостоятельной работы студентов (СРС) является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Качество выполнения внеаудиторной самостоятельной работы студентов оценивается посредством текущего контроля самостоятельной работы студентов. Текущий контроль СРС проводится на практических занятиях и во время консультаций преподавателя.

Максимальное количество баллов «отлично» студент получает, если:

- обстоятельно с достаточной полнотой излагает соответствующую тему;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью

выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «хорошо» студент получает, если:

- неполно, но правильно изложено задание;
- при изложении были допущены 1-2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;

- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;

правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «удовлетворительно» студент получает, если:

- неполно, но правильно изложено задание;
- при изложении была допущена 1 существенная ошибка;
- знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировке понятий;

- излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;
- затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

Оценка «неудовлетворительно» студент получает, если:

- неполно изложено задание;
- при изложении были допущены существенные ошибки, т.е. если оно не удовлетворяет требованиям, установленным преподавателем к данному виду работы.

Тема 1

«Методы вычисления определителей»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Методы вычисления определителей»

- определители первого, второго, третьего порядков;
- свойства определителей;
- минор и алгебраическое дополнение;
- методы вычисления;
- обратная матрица.;
- линейная независимость строк (столбцов).
- элементарные преобразование матриц;
- ранг матрицы.

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- выучить основные свойства определителей;
- изучить различные способы нахождения определителей;

- нахождение ранга матрицы;
- алгоритм нахождения обратной матрицы;

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра в примерах и задачах. Практикум: компьютерное моделирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. - 3-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010586-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=494895> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Определители, ранг матрицы, элементарные преобразования, обратная матрица.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

2) Найдите ранг матрицы с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 & -4 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & -4 & 5 & -6 \\ 3 & -4 & 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) Решить уравнения и неравенства:

$$а) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1, б) \begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0, в) \begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

2) Найти ранг матрицы с помощью элементарных преобразований:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \end{pmatrix}.$$

3) Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти обратную матрицу A^{-1} и установить, что $A \cdot A^{-1} = E$.

Тема 2

«Решение систем линейных уравнений»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Решение систем линейных уравнений»

- система линейных алгебраических уравнений и ее матричная форма;
- число решений системы линейных алгебраических уравнений;
- метод Крамера;
- метод обратной матрицы;
- однородные системы линейных уравнений;
- необходимое и достаточное условие совместимости системы линейных уравнений;
- теорема Кронекера–Капелли.

1.2 Методические рекомендации

- законспектировать основные вопросы темы;
- изучить методы решений систем линейных алгебраических уравнений;
- подготовиться к самостоятельной работе.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра в примерах и задачах. Практикум: компьютерное моделирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. - 3-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010586-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=494895> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Формула Крамера, метод обратной матрицы, теорема Кронекера–Капелли.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Решить системы линейных уравнений по формулам Крамера, методом обратной матрицы:

$$а) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4, \\ -6x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 = 0. \end{cases},$$

$$б) \begin{cases} 2x + 6y - 2z = 6a - 2b + 2c \\ -2x - 5y + z = -5a + b - 2c \\ cx + (3c - 2)y - (a + c)z = a(3c - b - 2) + c(c - a) \end{cases}.$$

Тема 3

«Контрольная работа по теме «Решение систем линейных уравнений»»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Контрольная работа

№1 по теме: «Решение систем линейных уравнений»»

- метод Гаусса;
- структура общего решения однородной и неоднородной системы линейных уравнений;
- метод Гаусса для решения неоднородной системы линейных уравнений;

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- изучить метод Гаусса;
- повторить пройденный материал;
- подготовиться к контрольной работе.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра в примерах и задачах. Практикум: компьютерное моделирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский,

А. В. Пантелеев. - 3-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010586-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=494895> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. – Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. – 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Однородные и неоднородные системы, метод Гаусса.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Какая из однородных систем имеет только нулевое решение:

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 = 0, \\ x_1 - 3x_2 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 7x_1 + 8x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 20x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 5x_1 - 10x_2 - 15x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases} \\
 & \text{д) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

2) Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{aligned}
 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1, \\
 x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 &= 1, \\
 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 &= 1, \\
 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 &= -1.
 \end{aligned}$$

3) Решить системы линейных уравнений методом Гаусса. Найти все базисные решения.

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -8, \\ x_1 + 4x_2 = 7. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 9x_4 = 20, \\ -4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 8x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4, \\ -6x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Тема 4

«Приложение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Приложение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов»

- скалярное произведение векторов (определение), свойства;
- скалярное произведение в координатной форме.
- угол между векторами;

- условие перпендикулярности векторов;
- определение векторного произведения;
- геометрический смысл векторного произведения;
- смешанное произведение векторов (определение) и его свойства;
- компланарность векторов;
- объем параллелепипеда.

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать основные вопросы;
- подготовиться к самостоятельной работе;
- повторить пройденный материал.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Дано $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=6$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если угол φ между ними равен 120°

2) Найти угол $\hat{A}$ в треугольнике с вершинами A(1;2;-1), B(5;5;11), C(13;18;20)

- 3) Даны векторы $\bar{a} = \{2; -4; 2\}$, $\bar{b} = \{0; 6; -2\}$, $\bar{c} = \{2; 6; 5\}$. Найти проекцию вектора $\bar{a} + \bar{c}$ на вектор $\bar{b} + \bar{c}$.
- 4) Даны векторы $\bar{a} = \{4; m; -6\}$ и $\bar{b} = \{m; 2; -7\}$. При каком значении m эти векторы перпендикулярны?
- 5) Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(-3; -2; 0)$, $B(3; -3; 1)$ и $C(5; 0; 2)$. Найти четвёртую вершину D и угол между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$.
- 6) Даны векторы $\bar{a} = \{-4; -1; 4\}$, $\bar{b} = \{1; -6; 8\}$ и $\bar{c} = \{3; 5; -2\}$. Найти проекцию вектора $\bar{b} + \bar{c}$ на вектор $\bar{a} - \bar{c}$.
- 7) Даны векторы $\bar{a} = m\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$ и $\bar{b} = 4\bar{i} + m\bar{j} - 7\bar{k}$. При каком значении m векторы перпендикулярны?
- 8) Найти площадь треугольника с вершинами $A(2; 2; 2)$, $B(1; 3; 3)$, $C(3; 4; 2)$.
- 9) Упростить:
 $(3\bar{i} - 4\bar{j} + 5\bar{k}) \times (2\bar{i} + 6\bar{j} - \bar{k})$
- 10) Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(-3; -2; -4)$, $B(-1; -4; -7)$, $C(1; -2; 2)$.
- 11) Вычислить площадь и высоту параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = 2\bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{k}$
- 12) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{m} + 2\bar{n}$ и $\bar{b} = 2\bar{m} + \bar{n}$, где $|\bar{m}| + |\bar{n}| = 1$, $(\bar{m}; \bar{n}) = \frac{\pi}{6}$.
- 13) Вычислить диагонали и площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{k} - \bar{j}$ и $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$.

3. Содержание аудиторной работы:

- проверить знания основных вопросов темы;
- решить типовые задачи у доски;
- самостоятельно решить тест:

Примерный тест

1. Проверить, являются ли векторы $\bar{a} = \{1; 1; 3\}$, $\bar{b} = \{0; 2; -1\}$, $\bar{c} = \{1; -1; 4\}$ компланарными?
 Да. Нет.
2. Найти объём тетраэдра с вершинами в точках $A(-1; 1; 0)$, $B(2; -2; 1)$, $C(3; 1; -1)$, $D(1; 0; -2)$.
 $\frac{6}{25}$ $\frac{25}{6}$ $\frac{3}{5}$
3. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a} = \{3; 2; 1\}$, $\bar{b} = \{1; 0; -1\}$ и $\bar{c} = \{1; -2; 1\}$.
 10 куб. ед. 11 куб. ед. 12 куб. ед. 13 куб. ед.
4. Установить, лежат ли в одной плоскости точки $A(4; 3; 10)$, $B(5; 1; 5)$, $C(2; 2; 5)$, $D(3; 4; 12)$.
 Да. Нет.
5. В тетраэдре с вершинами $D(-3; -3; -3)$, $A(2; -1; -3)$, $B(-1; 2; 3)$ и $C(-2; -2; 1)$. Найти площадь грани ABC и длину высоты, проведённой к этой грани.
 $\sqrt{3}$ куб. ед. $3\sqrt{17}$ куб. ед. $6\sqrt{3}$ куб. ед.
 $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{6\sqrt{3}}{5}$
6. Выяснить, компланарны ли векторы $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$?
 Нет. Да.
7. Даны векторы $\bar{a} = \{-4; -1; 4\}$, $\bar{b} = \{1; -6; 8\}$ и $\bar{c} = \{3; 5; -2\}$. Найти проекцию вектора $\bar{b} + \bar{c}$ на вектор $\bar{a} - \bar{c}$.
 $\frac{11}{14}$ $\frac{14}{11}$ $\frac{14}{11}$ $\frac{11}{14}$.

1. Даны векторы $\vec{a} = m\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + m\vec{j} - 7\vec{k}$. При каком значении m векторы перпендикулярны?

Тема 5

«Окружность, эллипс, гипербола, парабола и их канонические уравнения»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Окружность, эллипс, гипербола, парабола и канонические уравнения»

Что называется кривыми второго порядка?

Приведите общее уравнение кривой второго порядка?

Какие кривые второго порядка являются наиболее важными?

Что такое эллипс?

Опишите каноническую систему координат для эллипса.

Напишите каноническое уравнение эллипса.

Что такое эксцентриситет эллипса?

Что такое фокусы и фокальные радиусы эллипса?

Что такое гипербола?

Опишите каноническую систему координат для гиперболы.

Напишите каноническое уравнение гиперболы.

Что такое эксцентриситет гиперболы?

Что такое фокусы и фокальные радиусы гиперболы?

Что такое парабола?

Опишите каноническую систему координат для параболы.

Напишите каноническое уравнение параболы.

Что такое эксцентриситет параболы?

Что такое фокус и фокальный радиус параболы?

Что такое директриса параболы?

1.2 Методические рекомендации

Составить конспект по теме «Эллипс, гипербола, парабола». В конспекте необходимо дать геометрическую характеристику эллипса, гиперболы, параболы, фокуса, директрисы, проиллюстрировать кривые второго порядка, привести их канонические уравнения и описать канонические системы координат.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М,

2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Эллипс, гипербола, парабола, фокус, директрисы, эксцентриситет.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

№1. Установить тип кривых и привести их уравнения к каноническому виду.

Записать преобразования системы координат. Изобразить системы координат и кривые:

а) $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$;

б) $25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y - 224 = 0$;

в) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$.

№2. Уравнение кривой второго порядка $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$ приведите к каноническому виду, определите тип кривой, ее полуоси и фокусы.

Тема 6

«Плоскость и прямая в пространстве»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Плоскость и прямая в пространстве»

- Общее уравнение плоскости.
- Уравнение плоскости проходящей через данную точку с данным нормальным вектором.
- Взаимное расположение плоскостей.
- Условие параллельности и перпендикулярности.
- Угол между плоскостями.
- Прямая линия в пространстве.
- Общее и каноническое уравнения прямой линии в пространстве.
- Взаимное расположение прямых линий в пространстве.
- Условия параллельности и перпендикулярности.
- Угол между прямыми.

1.2 Методические рекомендации

Составить конспект. Уделить внимание формулам пространства и прямой, подготовиться к самостоятельной работе, повторить пройденный материал.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN

978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. – Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. – 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Уравнение плоскости, каноническое уравнения прямой линии в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности.

1.6 Дополнительные вопросы и задания

Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Требуется:

- 1) записать векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ в системе орт $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ и найти модули этих векторов;
- 2) найти угол между векторами $\overline{AB}$, $\overline{AC}$;
- 3) найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$;
- 4) найти площадь грани ABC;
- 5) найти объем пирамиды ABCD;
- 6) составить уравнение ребра AC;
- 7) составить уравнение грани ABC.

Сделать чертеж.

A(1; 2; 1), B(-1; 5; 1), C(-1; 2; 7), D(1; 5; 9).

Тема 7

«Итоговое занятие по векторной алгебре и аналитической геометрии»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Итоговое занятие по векторной алгебре и аналитической геометрии»

1. Метод координат. Декартова система координат. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
2. Полярная система координат. Зависимость между декартовыми и полярными координатами.
3. Формулы преобразования декартовых координат.

4. Линии второго порядка. Общее уравнение линий второго порядка и его исследование.

5. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости проходящей через данную точку с данным нормальным вектором.

6. Взаимное расположение плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности. Угол между плоскостями.

7. Прямая линия в пространстве. Общее и каноническое уравнения прямой линии в пространстве.

8. Взаимное расположение прямых линий в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности. Угол между прямыми.

1.2 Методические рекомендации

Повторить основные вопросы; подготовить для проверки типовой расчет» Векторная алгебра и аналитическая геометрия», подготовиться к контрольной работе.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Бортаковский, А. С.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 1. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Вектор, уравнение прямой на плоскости, прямая в пространстве, уравнение плоскости.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

1) длину стороны АВ;

2) уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;

- 3) внутренний угол В;
 - 4) уравнение медианы АЕ;
 - 5) уравнение и длину высоты CD.
- Сделать чертеж.
 $A(1; -1)$, $B(4; 3)$, $C(5; 1)$.

Тема 8

«Предел и непрерывность функции»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Предел и непрерывность функции в точке».

- Что называется пределом числовой последовательности, как его обозначить символически?
- Что называется бесконечно малой числовой последовательностью?
- Сформулируйте определение предела функции по Коши в общем случае (в терминах окрестностей).
- Запишите и объясните символическое обозначение одностороннего предела функции в точке слева и справа.
- Что называется бесконечно большой и бесконечно малой функцией?
- Приведите пример бесконечно большой и бесконечно малой функции.
- Сформулируйте теорему существования конечного предела функции в точке.
- Сформулируйте основные теоремы о пределах, используемые для нахождения предела функции.
- Запишите формулы двух замечательных пределов.
- Какие выражения при нахождении предела функции не имеют смысла и называются неопределёнными?
- Объясните простейшие приёмы раскрытия неопределённостей, используемые при нахождении предела функции.
- Сформулируйте определение непрерывной в точке функции, запишите условие непрерывности.
- Сформулируйте теоремы о непрерывности основной элементарной функции и элементарной функции в каждой точке области определения.
- Что называется точкой разрыва функции?
- Что называется точкой разрыва 1-го рода, приведите пример.
- Что называется скачком функции в точке, приведите пример.
- Что называется точкой устранимого разрыва, приведите пример.
- Что называется точкой разрыва 2-го рода, приведите пример.

1.2 Методические рекомендации

- самостоятельно изучить и подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать основные вопросы;

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ

ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Предел, неопределенность, замечательные пределы, непрерывность, точки разрыва.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Найдите пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} (2x^3 - 3x^2 + 2x - 1), 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{x}, 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 + x^2 - 3}{3x^4 - x^3 - x^2 + 8}, 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2},$$
$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 5x^2 - 2}{x^3 + 2x + 15}, 6) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9},$$

2) Задана функция $y = f(x)$. Найти все точки разрыва функции, если они существуют. Построить график функции.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x - 2, & x > 2. \end{cases}, f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x < 1, \\ x + 1, & 1 \leq x \leq 0, \\ 1 - x, & x > 0. \end{cases}, f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0, \\ x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1 - x, & x > 1. \end{cases}$$

Тема 9

«Дифференцирование функций»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Дифференцирование функций»

- задачи, приводящие к понятию производной;
- определение производной функции;
- механическая и геометрическая интерпретация производной;
- основные правила дифференцирования функции
- таблица производных элементарных функций.
- нахождение производных элементарных функций, используя свойства.
- дифференцирование сложной и неявной функции;
- логарифмическая производная.

1.2 Методические рекомендации

Подготовить ответы на основные вопросы темы; выучить правила дифференцирования функции и таблицу производных, научиться пользоваться таблицей производных.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.
2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.
3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Производная, правила дифференцирования, таблица производных.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Вычислить производные функций:

- 1) $y = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}$; 2) $y = -\frac{11}{2(x-2)^2} - \frac{4}{x-2}$; 3) $y = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x}$;
- 4) $y = (3\sqrt{x} + \frac{1}{7}x^{\frac{6}{\sqrt{x}}})(1+x)$. 5) $f(x) = (x^3 - 2x + 7)^4$; 6) $f(x) = \cos(3x^2 - 1)$;
- 7) $f(x) = \cos(x^3 - 2x)$ 8) $f(x) = 6\sin^3 x$; 9) $f(x) = 3\operatorname{ctg}(2x^2 - 1)$;
- 10) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x^2 - 3}$; 11) $f(x) = (\sin x + 2) \cdot \cos x$; 12) $f(x) = \operatorname{tg}(3x^2 - 2)$;
- 13) а) $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x-3}}$; б) $y = \left(2^{\arcsin \sqrt{1-x^2}}\right)$; в) $y = \ln \cos(4^x)$;
- г) $y = \ln \sqrt{\frac{4-3x^2}{x^3-4}}$; д) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\cos x}$.

6) а) $y = \frac{3x-8}{\sqrt{x^2+3x-4}}$; б) $y = (\sin^2 x + \cos^2 x)$; в) $y = \ln \sin x$;
 г) $y = \ln \sqrt{\frac{5x^2}{x^3-18}}$; д) $y = (1-x^2)^{\arcsin x}$.

14) а) $y = \frac{2x^3+5}{\sqrt{x^4+2x}}$; б) $y = (1 + \arcsin \sqrt{1-x^2})$; в) $y = \arctan \frac{1}{\sqrt{x}}$;
 г) $y = \ln \sqrt{\frac{1-x^2}{x^3-3x}}$; д) $y = (\cot x)^{\sin x}$.

Тема 10

«Дифференциал функции и его применение»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Дифференциал функции и его применение»

- производные высших порядков; физический смысл производной второго порядка;
- понятие дифференциала функции;
- дифференциал суммы, произведения, частного и сложной функции;
- инвариантность дифференциала;
- дифференциал второго порядка;
- применение дифференциала в приближенных вычислениях.

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать ответы;
- решить из типового расчета «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» индивидуальные задания 7, 8, 9;

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Дифференциал, приближенные вычисления, производные высших порядков.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для функции заданной параметрически $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$.

$$1. \begin{cases} x = \cos\left(\frac{t}{2}\right) \\ y = t - \sin t \end{cases}; 2. \begin{cases} x = t^3 + 8 \\ y = t^5 + 2t \end{cases}; 3. \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}; 4. \begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \cos t \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}.$$

1.а) Точка движется по закону $s = 2t^3 - 5t^2 - 32$. Найти величину скорости и ускорения в момент $t=3$ с, если путь измеряется в метрах.

б) Сторона квадрата равна 10 дм. Найти приближенное приращение его площади при увеличении стороны на 0,1 дм.

2.а) Тело вращается вокруг оси по закону $\varphi = 12t - t^2$. Найти угловую скорость вращения в момент $t=1$ с; угловое ускорение в момент t .

б) Шар радиуса $R=20$ см был нагрет, в результате чего его объем увеличился на $40,5\pi$ см³. Вычислить приближенно удлинение радиуса шара.

3.а) Определить скорость движения точки в конце третьей секунды, если путь, пройденный точкой в t секунд, выражается формулой $s = t^3 - t^2 + 2$ и измеряется в метрах.

б) Сторона куба, равная 0,7 м, удлинилась на 5 см. На сколько при этом приближенно увеличится объем куба?

4.а) Температура тела T изменяется в зависимости от времени t по закону $T = t^3 - 12t$. С какой скоростью нагревается это тело в момент $t=4$ с?

б) Шар радиуса $R=15$ дм был нагрет, в результате чего длина радиуса увеличилась на 1 см. Найти приближенное значение приращения объема шара.

Тема 11

«Экстремум функции»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Экстремум функции»

- определение экстремума функции;
- исследование функции на выпуклость, вогнутость,
- определение точек перегиба
- нахождение асимптот функции;
- формулы Тейлора и Маклорена;
- разложения элементарных функций по формуле Маклорена.

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать ответы;
- решить из типового расчета «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» индивидуальные задания 10, 11.

- особое внимание уделить исследованию функции и построению графиков.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.
2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (п) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.
3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Экстремум, условие экстремума, выпуклость, асимптота, схема исследования, график.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

- 1) В питательную среду вносят 1000 бактерий. Численность N бактерий возрастает согласно уравнению $N(t) = 1000 + \frac{1000t}{100 + t^2}$ (закон роста), где t — время в часах. Определить максимальный рост количества бактерий.

- 2) Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^3}{(x-2)^2}.$$

- 3) Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{1 - x^3}{(2 - x)(1 + 3x^2)}.$$

- 4) Найти экстремумы и промежутки монотонности функции:

$$y = x^3 \cdot e^{-1,5x^2}.$$

- 5) Найти точки перегиба и промежутки выпуклости функции $y = 5x^4 - 3x^5$.

б) Исследовать функцию и построить ее график.

$$\text{а) } y = \frac{x+4}{e^{x+4}}; \quad \text{б) } y = \frac{x}{2} \cdot \ln\left(e + \frac{1}{x}\right).$$

Тема 12

«Итоговое занятие по дифференциальному исчислению функции одной переменной»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Итоговое занятие по дифференциальному исчислению функции одной переменной»

- задачи, приводящие к понятию производной; определение производной функции;
- механическая и геометрическая интерпретация производной;
- основные правила дифференцирования функции и производные основных элементарных функций;
- производные высших порядков; физический смысл производной второго порядка;
- понятие дифференциала функции; дифференциал суммы, произведения, частного и сложной функции; инвариантность дифференциала;
- дифференциал второго порядка;
- применение производных к исследованию функций:
- нахождение интервалов возрастания и убывания функций;
- исследование функций на максимум и минимум;
- нахождение уравнения касательной к кривой графика функции в некоторой точке;
- применение дифференциала в приближенных вычислениях.

1.2 Методические рекомендации

- повторить основные вопросы;
- подготовить для проверки типовой расчет «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»;
- подготовиться к контрольной работе.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.
2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее

образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Предел, производная, дифференциал, экстремум.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Найти производные $\frac{dy}{dx}$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

1. а) $y = (3x - 4\sqrt[3]{x} + 2)^4$; б) $y = \frac{4x + 7\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + 9x^2}}$; в) $y = \cos 3x \cdot e^{\sin x}$;
г) $y = \ln \operatorname{arctg} 2x$; д) $\operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) = 5x$.
2. а) $y = (3x^3 - 2\sqrt[3]{x^2} - 1)^2$; б) $y = \frac{\arcsin 3x}{1 - 8x^2}$; в) $y = 2^{3x} \cdot \operatorname{tg} 2x$;
г) $y = \cos \ln 5x$; д) $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.
3. а) $y = \left(x^2 - \frac{1}{x^3} + 5\sqrt{x}\right)^4$; б) $y = \frac{\arcsin 7x}{x^4 + e^x}$; в) $y = e^{\operatorname{tg} x} \cdot \ln 2x$;
г) $y = \cos \sqrt{x^2 + 3}$; д) $y \sin x = \cos(x - y)$.
4. а) $y = \left(4x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4\right)^3$; б) $y = \frac{\sin 2x}{\cos 5x}$; в) $y = 2^{8x} \cdot \operatorname{tg} 3x$;
г) $y = \arcsin \ln 4x$; д) $\frac{y}{x} = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$.
5. а) $y = (x^5 - \sqrt[3]{x} + 1)^5$; б) $y = \frac{\sqrt{1 - 4x^2}}{2^x + \operatorname{tg} x}$; в) $y = e^{\operatorname{ctg} x} \cdot \sin 4x$;
г) $y = \sin \ln 5x$; д) $(e^x - 1)(e^y - 1) - 1 = 0$.
6. а) $y = \left(6x^2 - \frac{2}{x^4} + 5\right)^2$; б) $y = \frac{\cos 3x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$; в) $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin(x^2)$;
г) $y = \ln \sin 6x$; д) $y^2 x = e^{\frac{y}{x}}$.

Тема 13

«Вычисление неопределенных интегралов»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Вычисление неопределенных интегралов»

- понятие первообразной функции и определение неопределенного интеграла;
- свойства неопределенного интеграла;
- таблица интегралов;
- простейшие приемы интегрирования: прямое или непосредственное интегрирование; интегрирование подстановкой или заменой переменной;
- интегрирование подстановкой или заменой переменной;
- интегрирование по частям.

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать ответы;
- выучить таблицу интегралов
- решить из типового расчета «Интегральное исчисление функции» индивидуальные задания 1, 2, 3, 4, 5 ;

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.
2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (п) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.
3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

первообразная, неопределенный интеграл, метод подстановки. интегрирование по частям.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Решить интегралы, результат проверить дифференцированием:

$$1) \int \frac{6+3\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad 2) \int \arcsin\left(\frac{3x-3}{4-5}\right) dx \quad 3) \int \sin^3 x \cos^3 x dx;$$

$$1) \int \frac{(4-\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx \quad 2) \int \arcsin\left(\frac{5x-3}{5}\right) dx;$$

$$4) \int \frac{5-2x}{\sqrt{4-x^2}} dx; \quad 5) \int \frac{3x+2}{2x^2+2x-3} dx; \quad 6) \int \frac{(2+\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx;$$

$$\begin{aligned}
& 7) \int \frac{2}{(6x-5)^{10}} dx; \quad 8) \int \frac{\cos 3x dx}{3 \sin^6 3x}; \quad 9) \int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx; \\
& 10) \int \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} dx; \\
& 1) \int \frac{(2+\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx; \quad 2) \int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{x^2} dx; \quad 3) \int \frac{2}{(6x-5)^{10}} dx; \quad 4) \int \frac{3}{\cos^2 7x} dx; \\
& 5) \int \frac{\cos 3x dx}{3 \sin^6 3x}; \quad 6) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2-3 \sin x}}; \quad 7) \int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad 8) \int \frac{x+2}{2x^2+2x-5} dx; \\
& 9) \int \frac{x-3}{\sqrt{1-2x^2}} dx; \quad 10) \int \frac{x+2}{x^2+2x-3} dx.
\end{aligned}$$

Тема 14

«Геометрические приложения определенного интеграла»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Геометрические приложения определенного интеграла»

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; геометрическая интерпретация определенного интеграла;

2. Связь между определенным и неопределенными интегралами;

3. По какой формуле вычисляется площадь криволинейной трапеции?

4. По какой формуле вычисляется площадь фигуры, ограниченной графиком непрерывной неположительной функции $y = f(x)$, $x \in [a; b]$, отрезком $[a; b]$ оси Ox и отрезками прямых $x = a$ и $x = b$?

5. Пусть $f(x)$ - непрерывная на отрезке $[a; b]$ функция, график которой пересекает этот отрезок в конечном числе точек. Запишите формулу для вычисления площади фигуры, ограниченной графиком функции $f(x)$, отрезком $[a; b]$ оси Ox и отрезками прямых $x = a$ и $x = b$?

6. Запишите формулу для вычисления площади фигуры, ограниченной графиками непрерывных неотрицательных функций $y_1 = f_1(x)$, $x \in [a; b]$, $y_2 = f_2(x)$, $x \in [a; b]$, и отрезками прямых $x = a$ и $x = b$?

7. Запишите формулу для вычисления длины дуги кривой, заданной уравнением $y = f(x)$, $x \in [a; b]$, где $f(x)$ - функция, имеющая непрерывную производную на отрезке $[a; b]$?

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;

- законспектировать ответы;

- решить из типового расчета «Интегральное исчисление функции» индивидуальные задания 9, 10.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

интегральная сумма, криволинейная трапеция, определенный интеграл, среднее значение функции, дуга кривой, тело вращения.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) В декартовой системе координат Оху фигура ограничена осью Ох, кривой $y = 2x^2$ и касательной к этой кривой; абсцисса точки касания равна 2. Найти площадь этой фигуры.

2) Определить средние значения данных функций в указанных промежутках:
а) $f(x) = x^2$ на $[0;1]$ б) $f(x) = 10 + 2\sin x + 3\cos x$ на $[0;2\pi]$

3) Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 2t^2 - t + 1$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за 1) первые пять секунд; 2) пятую секунду.

4) Вычислить работу по сжатию пружины на 0,04 м, если известно, что для укорочения ее на 0,01 м нужно приложить силу в 30 Н. 30 Н. ($F = -kx, dA = F(x)dx$).

5) Ускорение частицы меняется по закону $a = kt^{3/2}$, где $k = \text{const}$. Найдите закон движения, если $x(0) = 0, v(0) = 0$.

6) Вычислить:

а) Найти площадь плоской фигуры, ограниченной указанными линиями. Выполнить схематический чертёж.

б) Найти объём тела вращения плоской фигуры, ограниченной указанными линиями. в) Выполнить схематический чертёж.

1)

а) $y = 3/x, x + y - 4 = 0$;

б) Эллипс -вокруг большой оси : $4x^2 + 9y^2 = 36$.

2)

а) $y = 3x - x^2, 5x - y - 8 = 0$;

б) Дуга окружности $x^2 + y^2 = 16$ в первой четверти между прямыми $x = 1$ и $x = 3$.

3)

а) $y^2 = 16x, y = x$;

б) $Y^2 = 4x, y = x$, вокруг оси ОХ.

Тема15

«Несобственные интегралы»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Несобственные интегралы»

- сформулируйте определение несобственного интеграла I рода;
- сформулируйте определение несобственного интеграла II рода;
- сформулируйте признак сравнения для несобственного интеграла I рода;
- сформулируйте признак сравнения для несобственного интеграла II рода;
- методы решения несобственных интегралов.

1.2 Методические рекомендации

подготовить ответы на основные вопросы темы;

законспектировать ответы; решить задачи из типового расчета.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.
2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.
3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

несобственный интеграл, классификация, сходимость, методы решения несобственных интегралов.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$.

2) Вычислить несобственный интеграл $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ или установить его расходимость.

3) Исследовать на сходимость:

а) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4};$

б) $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}};$

в) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}};$

г) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}.$

д) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{5+2x^2}.$

е) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{9+2x^2}.$

Тема 16

«Итоговое занятие по интегральному исчислению функции»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Итоговое занятие по интегральному исчислению функции»

- понятие первообразной функции и определение неопределенного интеграла, определенного интеграла;
- свойства неопределенного интеграла, определенного интеграла;
- простейшие приемы интегрирования: прямое или непосредственное интегрирование; интегрирование подстановкой или заменой переменной; интегрирование по частям
- вычисление определенного интеграла.

1.2 Методические рекомендации

- повторить основные вопросы;
- выучить таблицу интегралов;
- подготовить для проверки типовой расчет «Интегральное исчисление функции»;
- подготовиться к контрольной работе.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60x90 1/16. - (Высшее

образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

Первообразная, неопределенный интеграл, таблица интегралов, интегрирование, формула Ньютона-Лейбница.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Решить тест:

Тест 1

№	Примеры	Варианты ответов	
1	Найти: $\int \frac{dx}{2x^2 + 3}$	1) $\frac{1}{2} \ln(2x^2 + 3) + C$ 3) $\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}} + C$	2) $2 \ln(2x^2 + 3) + C$ 4) $\frac{1}{\sqrt{6}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + C$
2	Найти: $\int \sin(2 - 3x) dx$	1) $-\frac{1}{3} \cos(2 - 3x) + C$ 3) $\frac{2}{3} \cos(2 - 3x) + C$	2) $\frac{1}{3} \cos(2 - 3x) + C$ 4) $-\frac{2}{3} \cos(2 - 3x) + C$
3	Найти: $\int \frac{2x+3}{2x+1} dx$	1) $x + \ln 2x+1 + C$ 3) $x + \frac{1}{2} \ln 2x+1 + C$	2) $x + 2 \ln 2x+1 + C$ 4) $\frac{x}{2} + \ln 2x+1 + C$
4	Найти: $\int \frac{2x}{x^2+1} dx$	1) $x^2 + \ln(x^2+1) + C$ 3) $x^2 + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$	2) $\ln(x^2+1) + C$ 4) $2 \ln(x^2+1) + C$
5	Найти: $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$	1) $\frac{\ln^2 x}{2} + C$ 3) $\frac{\ln^4 x}{4} + C$	2) $3 \ln^3 x + C$ 4) $-\frac{1}{4} \ln^4 x + C$
6	Найти: $\int 3x \ln x dx$	1) $3x^2 \ln(x - \frac{1}{2}) + C$ 3) $\frac{3x^2}{2} (\ln x - \frac{1}{2}) + C$	2) $\frac{3x^2}{2} (\ln x + 1) + C$ 4) $x^2 \ln x - \frac{3}{2} x + C$
7	Найти: $\int \frac{dx}{x(x-1)}$	1) $\ln x * \ln x-1 + C$ 3) $\frac{1}{2x-1} + C$	2) $\ln x^2 - x + C$ 4) $\ln \left \frac{x-1}{x} \right + C$
8	Найти: $\int \sin^3 x dx$	1) $\frac{\sin^4 x}{4} C$ 3) $3 \sin^2 x \cos x + C$	2) $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$ 4) $\sin x - \frac{\cos^3 x}{3} + C$

9	Вычислить: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$	1) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{3}$	2) $\arcsin \frac{1}{4}$ 4) $\arcsin \frac{x}{2}$
10	Установить сходимость: $\int \sin x dx$	1) 1 3)	2) расходится 4) $\frac{\pi}{2}$
11	Установить сходимость: $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x}$	1) 1 3) 0	2) расходится 4) $\frac{\pi}{2}$
12	Вычислить площадь фигуры, ограниченной: $y=x^3$; $y=8$; осью oy	1) 12 3) 4	2) -12 4) -4

Тема17

«Решение дифференциальных уравнений первого порядка»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Решение дифференциальных уравнений первого порядка»

- дифференциальные уравнения, определение;
- порядок дифференциального уравнения;
- общее решение, задача Коши;
- дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и их решение.
- однородные дифференциальные уравнения, методы их решения;
- уравнения в полных дифференциалах, методы их решения.

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать ответы;
- решить из типового расчета «Дифференциальные уравнения» индивидуальные задания 1. 2.;

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

дифференциальное уравнение, общее решение, задача Коши, особое решение, общий интеграл, однородная функция, разделение переменных, линейность, однородность, метод Бернулли, метод Лагранжа.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Найти общее решение дифференциального уравнения:

а) $y' = y^2 \cos x$;

б) $y' = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$;

2) Найти частное решение дифференциального уравнения:

а) $2y'\sqrt{x} = y$; если $y = 1$ при $x = 4$;

б) $2\sqrt{y} = y'$; если $y = 1$ при $x = 0$;

3) Скорость охлаждения тела пропорциональна разности температур тела и окружающей среды. Найти закон охлаждения тела, если за 10 мин температура тела снизилась от 100°C до 60°C , а температура воздуха была постоянной и равнялась 20°C . За какое время тело охладится до 30°C и какова будет температура тела через 15 минут?

4) Скорость уменьшения концентрации лекарственного вещества в крови животного пропорциональна его количеству в данный момент времени. Определить концентрацию вещества через 5, 10 и 15 часов после его введения, если в начальный момент концентрация была равна 0,2 мг/л, а через 23 часа уменьшилась вдвое.

5) Найти решение дифференциальных уравнений:

а) $ydx + (x - y)dy = 0$; б) $xy' = y + x \cdot \sin \frac{y}{x}$; в) $y = xy' - xe^{\frac{y}{x}}$; г) $x^2 + y^2 = x \cdot y \cdot y'$;

а) $y' - 1 = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$; б) $ydx + (x - y)dy = 0$; в) $xy' = y + x \cdot \sin \frac{y}{x}$

г) $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$; д) $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y} + y$; е) $xy' + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$.

Тема 18

«Решение дифференциальных уравнений высших порядков»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Решение дифференциальных уравнений высших порядков»

- комплексные числа;
- характеристическое уравнение;
- однократные корни (действительные и комплексные) характеристического уравнения;
- кратные корни характеристического уравнения;
- фундаментальная система решений;
- линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка;
- структура общего решения.
- нахождение общего решения и частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения;

- метод Лагранжа решения линейного неоднородного дифференциального уравнения;

1.2 Методические рекомендации

- подготовить ответы на основные вопросы темы;
- законспектировать ответы;
- решить из типового расчета «Дифференциальные уравнения» индивидуальное задание 4,5
- решить задачи;
- уделить внимание комплексным числам.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.
2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.
3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.
2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.
3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, независимость решений, вронскиан, структура решения, неоднородное уравнение с правой частью специального вида, , частное решение, первый интеграл.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1) Найти общее решение дифференциальных уравнений:

- а) $y'' + 2y' + y = 0$; б) $y'' - 3y' = 0$; в) $y'' + y' - 2y = 0$;
г) $y'' - 3y' + 2y = 0$ д) $y'' + 3y' = 0$; е) $y'' - 4y = 0$.

1) Найти общее решение дифференциальных уравнений:

- $y'' + y = 0$. в) $y'' - 3y' - 10y = 0$.

$$\text{в) } y'' - 2y' + 2y = 0. \quad \text{в) } y'' + 2y' - 3y = 0.$$

$$\text{в) } y'' - 2y' + y = 0. \quad \text{в) } y'' + 3y' + 2y = 0. \quad \text{в) } y'' + y' + y = 0.$$

$$\text{в) } y'' - 6y' + 8y = 0.$$

1) Найти вид общего решения уравнений

(без нахождения неопределенных коэффициентов)

$$1) y''' - 2y' = 5e^{2x};$$

$$2) y'' + 2y' + 5y = 2x \cdot \sin 2x;$$

$$3) y''' - 3y'' + 2y' = xe^x;$$

$$4) y'' + 2y' + 10y = x^3 \cdot \cos 3x;$$

$$5) y''' - 9y'' + 2y' = 4e^{-4x};$$

$$6) 5y'' - 6y' + 5y = x^2 \cdot \cos \frac{4}{3}x;$$

$$7) y''' + 5y'' - 14y' = 2xe^{-2x}; \quad 8) y'' + 4y' + 13y = x(\sin x + \cos x).$$

Тема 19

«Итоговое занятие по решению задач, приводящих к дифференциальным уравнениям»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Итоговое занятие по решению задач, приводящих к дифференциальным уравнениям»

- классификация обыкновенных дифференциальных уравнений;
- дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными;
- однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка;
- линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка;
- уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель;
- уравнения, допускающие понижение порядка;
- линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, структура решения.

1.2 Методические рекомендации

- повторить основные вопросы по всей теме;
- подготовить для проверки типовой расчет «Дифференциальные уравнения».
- подготовиться к контрольной работе.

1.3 Список литературы

Основная литература:

1. **Кундышева, Е. С.** Математика. [Электронный ресурс]: учебник / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. — 564 с. - ISBN 978-5-394-02261-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=512127> – Загл. с экрана.

2. **Кастрица, О. А.** Высшая математика для экономистов. [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. — Электрон. текстовые данные. — М, Нов. знание, 2015. - 491 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010960-2, 200 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=507318> – Загл. с экрана.

3. **Шипачев, В. С.** Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Шипачев. - 3-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9, 800 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

дифференциальное уравнение, общее решение, задача Коши, особое решение, общий интеграл, однородная функция, разделение переменных, линейность, однородность, метод Бернулли, метод Лагранжа. линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, независимость решений, , структура решения, неоднородное уравнение с правой частью специального вида.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Тесты № 1

№	Задание	Ответ	
1	$y' = y$	1) $y = \frac{c}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x} + c$	3) $y = -\frac{c}{x}$ 4) $y = e^x + c$ 5) $y = -cx$
2	$y' = \frac{y}{x} - 1$	1) $y = x \ln \frac{c}{x}$ 2) $cx - \frac{x}{2}$	3) $y = \frac{2}{x} - \frac{c}{2}$ 4) $y = (x + c) \ln \frac{1}{x}$ 5) $y = cx + 1$
3	$y' - \frac{x+y}{x} = \frac{x+y}{x}$	1) $y = \frac{c}{x} - \frac{x}{2}$ 2) $y = cx - \frac{x}{2}$	3) $y = \frac{2}{x} - \frac{c}{2}$ 4) $\frac{1}{x} - c \frac{x}{2}$ 5) $y = x \ln x + cx$
4	Найти общее решение уравнения: $y' - \frac{y}{x} = \frac{x}{\cos^2 x}$	1) $y = (ctgx + c) * x$ 2) $y = xctgx + c$	3) $y = x * tgx + c$ 4) $y = (tgx + c)x$ 5) $y = (-tgx + c) * x$
5	Найти общее решение уравнения: $y' = \frac{y}{x} \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right)$	1) $\ln \frac{x}{y} = cx$ 2) $\frac{y}{x} = cx$	3) $y = cx^4$ 4) $\frac{x}{y} = cx$ 5) $\ln \frac{x}{y} = cx$
6	Частное решение дифференциального уравнения: $y'' = \cos x + x$ при $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$ имеет вид	1) $\sin x + \frac{x^2}{2}$ 2) $-\cos x + \frac{1}{6} x^3$	3) $1 + 2x + \frac{1}{6} x^3 - \cos x$ 4) $-\cos x + 2x = 1$ 5) $\cos x + \frac{1}{6} x^3 + 2x$
7	$\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3$	1) $y = \frac{1}{6} x^4 + \frac{c}{x^2}$ 2) $y = \frac{1}{4} x^6 + \frac{c}{x^2}$	3) $y = cx^4 + \frac{1}{6} x^2$ 4) $y = \frac{c}{x^2} + x^4$ 5) $y = \frac{c}{6} x^4 + \frac{1}{x^2}$

9	Общий решением дифференциального уравнения $y' + 5y' - 6y = 0$ является функция	1) $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-2x} + c_3 x$ 2) $c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x} + c_3$	3) $(c_1 + c_2 x) e^{-2x}$ 4) $(c_1 + c_2 x + c_3) e^{-2x}$ 5) $c_1 e^{-6x} + c_2 e^{-x}$
10	Частное решение уравнения $y'' + y' = 2 \sin x$ равно	1) $y = -x \cos x$ 2) $y = -x \sin x$	3) $y = x \cos x$ 4) $y = -x \sin x$ 5) $y = -\sin x$
11	Найти общее решение уравнения: $y'' + 2y' - 8y = -10e^{-3x}$	1) $y = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{2x} - 2e^{-3x}$ 2) $y = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{2x} + 2e^{3x}$	3) $y = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{2x} + 2e^{-4x}$ 4) $y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-2x} + 2e^{3x}$ 5) $y = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{2x} - e^{-3x}$
12	Найти общее решение уравнения: $y'' + y' - 2y = 4e^{-x}$	1) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^x - 2e^{-x}$ 2) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^x + 2e^{-x}$	3) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^x - 2e^{-x}$ 4) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^x + 2e^{-x}$ 5) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^x - 2e^x$

Тема 20 «Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Классическое определение вероятности. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей»

1. Классическая формула вероятности.
2. Основные формулы комбинаторики.
3. Теорема сложения вероятностей событий.
4. Независимые события. Теорема умножения вероятностей.
5. Зависимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей событий.

1.2 Методические рекомендации

Законспектировать ответы. Обратит внимание на формулы комбинаторики, теоремы сложения и умножения. Решить дополнительные задания.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М,

2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. – 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана.

1.4 Основные понятия / термины

случайное событие, частота события, вероятность, комбинаторика, факториал натурального числа, сочетания, размещения, перестановки, геометрическая вероятность, сумма и произведение случайных событий, зависимые (независимые) события, совместные (несовместные) события, условная вероятность.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1. Основные комбинаторные формулы.

1.1. Сколькими способами могут занять первое, второе и третье место 8 участниц финального забега на дистанции 100 м?

1.2. Сколькими способами можно с помощью букв А, В, С, D, E, F, G, К обозначить вершины куба?

1.3. Сколько существует способов выбрать троих ребят из четверых желающих дежурить по столовой?

2. Классическое определение вероятности.

2.1. Из корзины, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара извлекают один шар. Найти вероятность, что он - белый. Извлекают 3 шара. Найти вероятность того, что среди них окажутся: а) Один белый; б) Два белых; в) Три белых; г) Хотя бы один белый.

2.2. В 10 экзаменационных билетах содержатся по 2 вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 15 вопросов. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно ответить на один вопрос.

2.3. В партии из 10 изделий 7 - стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей ровно 4 - стандартные.

2.4. Из 10 билетов лотереи выигрышными являются - 2. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу 5 билетов выигрышными окажутся один или два.

2.5. Случайным образом выбрали двузначное число. Найдите вероятность того, что оно: 1) оканчивается нулем; 2) состоит из одинаковых цифр; 3) больше 27 и меньше 46; 4) не является квадратом целого числа.

2.6. Среди 25 экзаменационных билетов 5 «хороших». Два студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность того, что оба студента взяли «хорошие» билеты.

2.7. Из слова «Наугад» выбирается одна буква. Найти вероятность того, что это гласная.

3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

3.1. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 4, либо 5, либо тому и другому одновременно.

3.2. В барабане 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу извлечены 2. Вычислить вероятность того, что оба они белые.

3.3. Вероятность попасть в цель для первого снайпера 0,8; для второго - 0,9; для третьего - 0,7. Найти: а) Вероятность одного попадания; б) Вероятность двух попаданий; в) Вероятность хотя бы одного попадания.

- 3.4. Вероятность безотказной работы в течение гарантированного срока составляет для пылесоса - 0,8 и для холодильника - 0,95. Какова вероятность того, что в течение срока гарантии окажутся работоспособными: а) оба прибора; б) один прибор.
- 3.5. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый вопрос 0,9; на второй - 0,7; третий - 0,4. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно правильно ответить на два вопроса.
- 3.6. Охотник выстрелил три раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в неё в начале стрельбы равна 0,8; а после каждого выстрела уменьшается на 0,2. Найти вероятность того, что он попадает два раза.
- 3.7. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10000 билетов разыгрывается 150 вещевых и 50 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша для владельца 1 лотерейного билета?
- 3.8. Вероятность поломки первого станка в течение смены равна 0,2, а второго – 0,13. Чему равна вероятность того, что оба станка потребуют наладки в течение смены?
- 3.9. Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого спортсмена равна 0,7, а второго – 0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена.
- 3.10. Из 12 билетов, пронумерованных от 1 до 12, один за другим (без возвращения) выбирают два билета. Какова вероятность того, что номера этих билетов четные?

Тема 21. «Модель Бернулли»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Модель Бернулли»

1. Схема и формула Бернулли.
2. Определение наивероятнейшего числа появлений события в серии из n независимых испытаний.
3. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
4. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
5. Асимптотическая формула Пуассона.

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратите внимание на модель Бернулли, предельные теоремы Муавра-Лапласа, формулу Пуассона. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.
2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.
3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины
схема независимых испытаний.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1. Монета бросается 5 раз. Найти вероятность того, что герб появится трижды.
2. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при 4 независимых выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания при одном выстреле.
3. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при двух выстрелах 0,64. Найти вероятность трех попаданий при пяти выстрелах.
4. В цехе работают 4 станка, причем вероятность остановки в течение часа для каждого из них одна и та же и равна 0,8. Какова вероятность того, что в течение часа остановятся не менее трех станков.
5. Вероятность изготовления пальто высшего качества на швейной фабрике 0,6. Изготовлено 600 пальто. Чему равно наимвероятнейшее число изделий высшего качества и вероятность этого события. Найти вероятность того, что изделий высшего качества будет не более 400.
6. Вероятность получения дивидендов по акции 0,8. Найти вероятность того, что дивиденды принесут не менее 120 акций из 144.
7. С вероятностью 0,8 орудие при выстреле поражает цель. Произведено 1600 выстрелов. Найти наимвероятнейшее число попаданий. Найти вероятность того, что число попаданий будет в интервале от 1000 до 1500.
8. Найти вероятность того, что из 500 посеянных семян не взойдет 130, если всхожесть семян оценивается с вероятностью 0,75. {0,036}
9. Вероятность нарушения точности в сборке прибора составляет 0,2. Найти наиболее вероятное число точных приборов в партии из 9 штук. {7,8}
10. Найти вероятность того, что событие наступит ровно 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,2. {0,05}
11. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 деталей проверку не пройдут от 70 до 100 штук. {0,8882}
12. Садовод сделал осенью шесть прививок. По опыту прошлых лет известно, что после зимовки семь из каждых десяти прививок оставались жизнеспособными. Какое число прижившихся прививок наиболее вероятно?
13. Вероятность того, что сошедшая с конвейера деталь стандартная, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 400 сошедших с конвейера деталей 356 окажутся стандартными.

14. Известно, что при контроле бракуется 10% изделий. На контроль отобрано 625 изделий. Какова вероятность того, что среди отобранных не менее 550 и не более 575 стандартных изделий?

Тема 22. «Дискретная случайная величина. Непрерывная случайная величина»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Дискретная случайная величина. Непрерывная случайная величина»:

1. Понятие дискретной случайной величины.
2. Закон распределения. Табличная форма (ряд распределения). Многоугольник распределения (графическая форма). Интегральная функция распределения вероятностей (аналитическая форма).
3. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднеквадратическое отклонение.
4. Понятие непрерывной случайной величины.
5. Закон распределения. Интегральная функция распределения вероятностей. Дифференциальная функция распределения вероятностей (плотность распределения).
6. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднеквадратическое отклонение.

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратите внимание на законы распределения случайных величин и их числовые характеристики. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее

образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

случайная величина, дискретная случайная величина, закон распределения, интегральная функция распределения. математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Дискретные случайные величины.

1. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения случайной величины X – число стандартных деталей среди отобранных. Построить многоугольник распределения. Найти $F(x)$.
2. В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения случайной величины X – число стандартных деталей среди отобранных.
3. Студенту для сдачи экзамена необходимо ответить на билет, содержащий два вопроса. Вероятность того, что он знает первый вопрос **0,8**; второй **0,6**. Составить закон распределения случайной величины X – число вопросов, на которые ответит студент. Найти и построить график $F(x)$.
4. В корзине находятся 4 белых и 2 черных шаров. Случайным образом извлекаются два. Найти закон распределения случайной величины X – количество белых шаров среди извлеченных. $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$.
5. Рассматривается случайная величина X – число появлений события в двух независимых испытаниях. $M(x)=1,2$. **Найти p и $D(x)$** , если вероятность события в каждом из испытаний постоянна.
6. Дискретная случайная величина X представлена табличной формой закона распределения:

X_i	-4	6	10
P_i	0,2	0,3	0,5

Вычислить $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$. Построить график $F(x)$.

7. Дискретная случайная величина представлена рядом распределения:

X_i	$x_1=4$	$x_2=6$	$x_3=?$
P_i	$p_1=0,5$	$p_2=0,3$	$p_3=?$

Найти x_3 , p_3 , если $M(x)=8$.

8. Дискретная случайная величина принимает два значения, причем $x_1 < x_2$. Найти закон распределения случайной величины X , если $M(x)=1,4$; $D(x)=0,24$; $p_1 = 0,4$.
9. Известны возможные значения дискретной случайной величины X : $x_1=-1$, $x_2=0$, $x_3=1$. Известно, что $M(x)=0,1$ и $D(x)=0,89$. **Найти p_1 , p_2 , p_3** .
10. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для случайной величины X , заданной рядом распределения:

X	3	5	7	9
P	0,4	0,3	0,2	0,1

Непрерывные случайные величины.

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & \text{если } 0 < x \leq 2 \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти } f(x), M(x), D(x), \sigma(x). \text{ Построить графики } F(x) \text{ и } f(x).$$

$$P(1 < X < 3) = ?.$$

2. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & \text{если } 1 < x \leq 2 \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти } f(x), M(x), D(x), \sigma(x). \text{ Построить графики } F(x) \text{ и } f(x).$$

$$f(x). P(X < 3/2) = ?.$$

3. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ cx^2, & \text{если } 0 < x \leq 3 \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } f(x), M(x), D(x), \sigma(x). \text{ Построить графики } F(x) \text{ и } f(x).$$

$$P(1 < X < 3) = ?.$$

4. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2}, & \text{если } 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти } F(x), M(x), D(x), \sigma(x). \text{ Построить графики } F(x) \text{ и } f(x).$$

$$P(0 < X < 3/2) = ?.$$

5. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1 \\ c, & \text{если } -1 < x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 1 \end{cases} \quad \text{Найти } c, F(x), M(x), D(x), \sigma(x). \text{ Построить графики } F(x) \text{ и } f(x).$$

$$P(X < 0) = ?.$$

6. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 4 \\ c(x - 4), & \text{если } 4 < x \leq 6 \\ 0, & \text{при } x > 6 \end{cases} \quad \text{Найти } c, F(x), M(x), D(x), \sigma(x). \text{ Построить графики } F(x) \text{ и } f(x).$$

$$f(x). P(X > 5) = ?.$$

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , заданной функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 3x^2, & -1 < x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

8. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$, причем a неизвестно:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ a(3x - x^2), & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases} \quad \text{Найти: 1 Коэффициент } a; 2. P(1 < X < 2)$$

9. Функция распределения случайной величины X задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases} \quad \text{Найти функцию плотности.}$$

Тема 23. «Классические законы распределения случайных величин»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Классические законы распределения случайных величин»:

1. Определение биномиального закона распределения дискретной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
2. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
3. Показательный закон распределения непрерывной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
4. Нормальный закон распределения. Кривая Гаусса. Числовые характеристики. Основные свойства. Правило трех сигм.

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратите внимание на законы распределения случайных величин. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

биномиальный закон, геометрический закон, гипергеометрический закон, показательное распределение, равномерное распределение, нормальный закон, кривая Гаусса, интеграл ошибок.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Равномерное распределение.

1. Некто ожидает телефонный звонок между 19.00 и 20.00. Время ожидания звонка есть непрерывная случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[19;20]$. Найти вероятность того, что звонок поступит в промежутке от 19 час. 22 мин. до 19 час. 46 мин.
2. Случайная величина X распределена равномерно и имеет следующие числовые характеристики $M(x) = 2$, $D(x) = 3$. Найти $F(x)$, $f(x)$, построить графики.
3. Про случайную величину X известно, что $X \in R[4,7]$. Найти: а) $f(x)$; б) $P\{X \in (6;6,81)\}$; в) $M(x)$, $\sigma(x)$.

Показательный закон распределения.

4. Время T выхода из строя радиостанции подчинено показательному закону распределения с плотностью:
$$f(t) = \begin{cases} 0,2 \cdot e^{-0,2t}, & \text{при } t \geq 0, \\ 0, & \text{при } t < 0. \end{cases}$$
 Найти: функцию распределения $F(t)$; математическое ожидание и дисперсию случайной величины T ; вероятность того, что радиостанция сохранит работоспособность от 1 до 5 часов работы.
5. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 0,4$. Найти интегральную и дифференциальную функции распределения, а также вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(0,25;5)$.
6. Случайная величина X , равная длительности работы элемента, имеет плотность распределения $f(t) = 0,003 \cdot e^{-0,003t}$, $t \geq 0$. Найти среднее время работы элемента и вероятность того, что элемент проработает не менее 400 часов.
7. Средняя продолжительность телефонного разговора составляет 3 мин. Найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут.

Нормальный закон распределения.

8. Нормальная случайная величина задана числовыми характеристиками: $M(x)=10$, $\sigma(x)=4$. Найти: $f(x)$; $P(2 < X < 13)$; $P(|X - a| < 10)$.
9. Нормальная случайная величина задана числовыми характеристиками: $M(x)=15$, $\sigma(x)=2$. Найти: $f(x)$; $P(10 < X < 17)$; $P(|X - a| < 3)$.
10. Случайная величина распределена нормально с параметрами $a = 8$, $\sigma = 3$. Найти вероятность того, что случайная величина в результате опыта примет значение, заключенное в интервале $(12,5;14)$.
11. Считается, что отклонение длины изготавливаемых деталей от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Стандартная длина (математическое ожидание) $a = 40$ см, среднее квадратическое отклонение $\sigma = 0,4$ см. Найти вероятность того, что отклонение длины от стандартной составит по абсолютной величине не более 0,6 см.

12. Случайная погрешность измерения подчинена нормальному закону распределения с параметрами $\mu = 0$, $\sigma = 9$ мм. Проводятся три независимых измерения. Найти вероятность того, что погрешность хотя бы одного измерения не превосходит по абсолютной величине 3 мм.

Тема 24. «Итоговое занятие по теории вероятности»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме.

1. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей зависимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из независимых в совокупности событий.
2. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
3. Последовательность независимых испытаний. Схема и формула Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события в серии из n независимых испытаний.
4. Асимптотические формулы Муавра – Лапласа и Пуассона.
5. Случайные величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
6. Интегральная функция распределения вероятностей случайной величины. Основные свойства.
7. Плотность распределения вероятностей. Основные свойства.
8. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
9. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
10. Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины.
11. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины.
12. Показательное распределение.
13. Нормальный закон распределения.

1.2 Методические рекомендации

Повторить основные определения и понятия теории вероятности, подготовить к проверке типовой расчет. Решить дополнительные задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М,

2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

биномиальный закон, геометрический закон, гипергеометрический закон, показательное распределение, равномерное распределение, нормальный закон, кривая Гаусса, интеграл ошибок

1.5 Дополнительные вопросы и задания

1. В коробке лежат 10 деталей, причем 4 окрашены. Извлекаются 3 детали. Найти вероятность, что: а) две из них окрашены; б) хотя бы одна окрашена.

2. Стрельба производится по пяти мишеням типа А, трем – типа В, двум – типа С. Вероятность попадания в мишень типа А равна 0,4; типа В – 0,1; типа С – 0,15. Найти вероятность попадания в мишень при одном выстреле.

3. В лотерее 5 билетов, два из которых призовых и три без выигрыша. Приобретается два билета. Составить закон распределения случайной величины X – число призовых билетов среди двух купленных. Найти $F(x)$ (построить график); $M(x)$; $D(x)$; $\sigma(x)$; $P(x>0)$.

4. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

$$5. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ a(2x - 1), & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2. \end{cases} \text{ , Найти: 1) } a, M(x), D(x), \sigma(x); 2) F(x), f(x) \text{ - графики;}$$

3) $P(X > 1,5)$.

Тема 25 «Выборочный анализ»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Выборочный анализ.»

1. Статистическая функция распределения.
2. Выборочные характеристики статистического распределения.
3. Полигон. Гистограмма.
4. Статистические оценки параметров распределения: выборочная средняя, исправленное среднеквадратическое отклонение.
5. Доверительные интервалы.

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратите внимание на характеристики статистического распределения. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-

16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштанович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А. М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

статистика, выборочный метод, репрезентативность, вариационный ряд, полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения, мода, медиана, коэффициент вариации, точечное оценивание, несмещенность, сходимость по вероятности, эффективность, доверительный интервал

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Задача 1. При изучении прибыли малых предприятий одного профиля было обследовано n предприятий и получены значения прибыли за месяц X усл. ден. ед., представленные в таблице. Требуется:

1. Выполнить первичную статистическую обработку результатов наблюдений:

- а) определить выборочное среднее $\bar{x}_e$;
- б) «исправленное» стандартное отклонение $S(x)$;
- в) коэффициент вариации $V(x)$ изучаемого признака;

2. Полагая, что изменчивость признака X описывается законом нормального распределения, найти доверительный интервал для среднего значения прибыли a предприятий этого профиля на уровне заданной надёжности $\gamma = 0,95$.

3. Изобразить на одном графике эмпирическую и сглаженную кривые.

	В. № 1	В. № 2	В. № 3	В. № 4	В. № 5	В. № 6	В. № 7	В. № 8
--	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Х усл. ден. ед.	16,2	—	—	15,7	18,6	14,6	23,3	26,3
	20,1	24,1	17,2	20,5	19,2	19,5	19,4	24,8
	21,4	23,5	18,5	21,2	17,0	20,0	20,1	22,4
	18,9	19,2	20,0	18,4	19,8	16,8	24,3	20,1
	16,5	21,8	16,2	19,3	21,3	19,4	22,8	27,1
	17,3	20,3	18,0	17,8	16,2	17,1	18,0	25,5
	18,2	22,4	19,1	16,7	17,4	18,2	17,5	25,1
	19,5	22,0	22,3	18,8	20,5	17,5	17,1	21,0
	20,4	23,1	20,4	16,2	19,6	16,2	18,8	22,8
	21,0	19,9	18,9	22,0	18,3	15,7	23,7	24,5
	18,2	22,7	17,8	23,1	18,1	19,2	—	26,7
	19,4	21,5	23,0	19,5	16,9	15,5	—	—
	—	—	—	17,5	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—

Задача 2. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской одежды проведено выборочное обследование определённых групп детского населения и получено распределение количества детей по величине обхвата груди X см. (таблица).

Требуется:

1. Построить гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака X .
2. Определить: а) выборочное среднее $\bar{X}_B$; б) стандартное отклонение σ_B ; в) коэффициент вариации $V(x)$.
3. Полагая, что изменчивость величины признака X в пределах рассматриваемой половозрастной группы детей описывается законом нормального распределения, найти:
 - а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения a обхвата груди у детей рассматриваемой группы на уровне надёжности γ ;
 - б) вероятность P того, что величина признака X у выбранного наугад ребёнка такого возраста окажется в пределах от α см. до β см.

Вариант	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
Обхват груди X (см)	Кол-во детей	Кол-во детей	Кол-во детей	Кол-во детей	Кол-во детей	Кол-во детей
54 - 58	21	—	—	—	42	7
58 - 62	43	—	21	15	55	16
62 - 66	59	35	48	28	71	58
66 - 70	62	50	68	40	50	62
70 - 74	26	77	59	50	40	34
74 - 78	14	69	37	42	31	19
78 - 82	—	54	23	21	—	—
82 - 86	—	39	—	—	—	—
n	225	324	256	196	289	196
γ	0,9108	0,9786	0,9642	0,8904	0,9544	0,9722
α (см)	66	74	62	74	58	64
β (см)	70	78	66	78	62	70

Тема 26. «Проверка статистических гипотез»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Проверка статистических гипотез»

1. Статистическая гипотеза.
2. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
3. Выбор критерия.
4. Ошибка первого рода.

5. Ошибка второго рода.

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратить внимание на выбор критерия. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А. М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. — Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

статистическая гипотеза, ошибки первого и второго родов, мощность критерия, критическая область.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Из продукции автомата, обрабатывающего болты с номинальным значением контролируемого размера $m_0 = 40$ мм, была взята выборка болтов объема $n = 36$. Выборочное среднее контролируемого размера $\bar{x} = 40,2$ мм. Результаты предыдущих измерений дают основание предполагать, что действительные размеры болтов образуют нормально распределенную совокупность с дисперсией $\sigma^2 = 1$ мм².

Можно ли по результатам проведенного выборочного обследования утверждать, что контролируемый размер в продукции автомата не имеет положительного смещения по

отношению к номинальному размеру? Принять $\alpha = 0,01$. Какова критическая область в этом случае?

Тема 27. «Корреляционный анализ»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме «Корреляционно-регрессионный анализ»

1. Две основные задачи корреляционного анализа.
2. Корреляционное поле (спецификация модели). Метод наименьших квадратов.
3. Система нормальных уравнений для отыскания параметров линейной регрессии (параметризация модели).
4. Оценка тесноты связи. Коэффициент линейной корреляции.
5. Проверка значимости уравнения регрессии в целом (верификация модели).

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратите внимание на метод наименьших квадратов, оценку тесноты связи. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А. М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд. —

1.4 Основные понятия / термины

корреляция, регрессия, регрессор, групповая средняя, регрессионная модель, система нормальных уравнений, коэффициент линейной корреляции, коэффициент детерминации.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Задача_1. Экономист, изучая зависимость уровня издержек обращения Y (ден. ед.) от объёма товарооборота X (ден. ед.) магазина за определённый период, получил данные по $n = 10$ магазинам одинакового профиля (таблица). Выполнить следующий выборочный анализ:

1. Полагая, что между признаками Y и X имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $\hat{y}(x) = b + r_{xy}(x - \bar{x})$ и выборочный коэффициент линейной корреляции r_e .
2. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями Y и X .
3. Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака Y при $X = 130$ ден. ед.

Номера вариантов									
№1		№2		№3		№4		№5	
X ден. ед.	Y ден. ед.	X ден. ед.	Y тыс. руб.	X ден. ед.	Y ден. ед.	X ден. ед.	Y ден. ед.	X ден. ед.	Y ден. ед.
110	6,1	80	4,2	160	12,5	50	4,2	60	2,9
85	4,2	60	4,9	120	9,3	130	10,8	90	7,1
70	2,9	100	7,2	110	9,2	100	9,6	150	11,8
120	5,8	130	9,1	80	6,4	80	5,1	80	6,3
150	8,3	120	6,4	90	7,5	90	7,4	110	7,2
90	5,2	50	3,9	130	11,6	70	6,2	120	8,4
60	3,4	90	5,1	150	13,1	150	11,4	70	4,8
140	7,5	150	8,4	70	5,2	60	3,3	130	11,2
100	4,9	70	3,5	100	7,9	140	12,2	100	6,7
115	5,4	125	8,7	60	4,4	110	10,5	140	10,6

Задача_2. Получено распределение заводов по основным фондам X (ден. ед.) и по стоимости готовой продукции Y (ден. ед.), помещённое в корреляционную таблицу.

Предполагая, что между признаками X и Y существует линейная корреляционная зависимость, требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции и оценить тесноту связи между рассматриваемыми признаками;
- 2) составить уравнения прямых линий регрессии Y на X и X на Y и построить их графики.

	X						
Y	10	20	30	40	50	60	n_y
15	5	7	-	-	-	-	12
25	-	20	23	-	-	-	43
35	-	-	30	47	2	-	79
45	-	-	10	11	20	6	47
55	-	-	-	9	7	3	19

n_x	5	27	63	67	29	9	$n = 200$
-------	---	----	----	----	----	---	-----------

Тема 28. «Итоговое занятие по математической статистике»

1.1 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение по теме

1. Статистическое распределение выборки.
2. Полигон и гистограмма.
3. Основные выборочные характеристики.
4. Точечные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности.
5. Характеристики точечных оценок.
6. Доверительный интервал.
7. Понятие статистической гипотезы.
8. Схема проверки статистической гипотезы. Ошибка 1-рода.
9. Схема проверки статистической гипотезы. Ошибка 2-го рода.
10. Понятие корреляционной зависимости.
11. Основные задачи теории корреляции.
12. Метод наименьших квадратов.
13. Выборочное уравнение прямой линии среднеекватратической регрессии.
14. Выборочный коэффициент линейной корреляции.

Основные свойства коэффициента корреляции

1.2 Методические рекомендации

Изучите и проанализируйте материал, законспектируйте ответы на вопросы. Обратить внимание на характеристики точных оценок, на схему проверки гипотез, метод наименьших квадратов. Дополнительно решите задачи.

1.3 Список литературы:

Основная литература:

1. **Бирюкова, Л. Г.** Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Г. Бирюкова, Г. И. Бобрик, В. И. Матвеев, Р. В. Сагитов, Е. В. Швед., - 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011793-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899> – Загл. с экрана.

2. **Белько, И. В.** Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование. [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521> – Загл. с экрана.

3. **Сапожников, П. Н.** Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-47-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=548242> – Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

1. **Кальней, С. Г.** Математика. Том 2. [Электронный ресурс]: учебник / С. Г. Кальней, В. В. Лесин, А. А. Прокофьев. — Электрон. текстовые данные. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 360 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат), 2011. - 71 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538> – Загл. с экрана.

2. **Бобрик, Г. И.** Высшая математика для экономистов: сборник задач. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев, Б. М. Рудык. — Электрон. текстовые данные. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (n) ISBN 978-5-16-010074-6, 500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738> – Загл. с экрана.

3. **Попов, А.М.** Информатика и математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Попова, В. М. Сотников, В. И. Нагаева. — Электрон. текстовые данные. — 1-е изд.— Изд-во «ЮНИТИ-ДАНА», 2012. — 302 с. ISBN 978-5-238-01396-1. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7039.html> – Загл. с экрана

1.4 Основные понятия / термины

Выборочный метод, статистические оценки, гипотезы, корреляция.

1.5 Дополнительные вопросы и задания

Задание №1. При изучении прибыли малых предприятий одного профиля было обследовано n предприятий и получены значения прибыли за месяц X усл. ден. ед., представленные в таблице. Требуется:

1. Выполнить первичную статистическую обработку результатов наблюдений:

- а) определить выборочное среднее $\bar{X}_B$;
- б) «исправленное» стандартное отклонение $S(x)$;
- в) коэффициент вариации $V(x)$ изучаемого признака.

2. Полагая, что изменчивость признака X описывается законом нормального распределения, найти доверительный интервал для среднего значения прибыли a предприятий этого профиля на уровне заданной надёжности γ .

24,1	23,5	19,2	21,8	20,3	22,4	22	23,1	19,9	22,7	21,5	$n = 11$	$\gamma = 0,95$

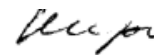
Задание №2. Экономист, изучая зависимость уровня издержек обращения Y (ден. ед.) от объёма товарооборота X (ден. ед.) магазина за определённый период, получил данные по $n = 10$ магазинам одинакового профиля (таблица).

Полагая, что между признаками Y и X имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = b + \rho_{xy} \cdot (x - \bar{x})$ и выборочный коэффициент линейной корреляции r_B . Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями Y и X .

Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака Y при $X = 130$ ден. ед.

X	80	60	100	130	120	50	90	150	70	125
Y	4,2	4,9	7,2	9,1	6,4	3,9	5,1	8,4	3,5	8,7

Разработчик(и): доцент Кириллова Т.В.



(подпись)