Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Методические указания и задания
для выполнения типового расчета
по курсу «Математика»

Направление подготовки
35.03.07 Технология производства и
переработки сельскохозяйственной продукции

Профиль подготовки
Технологии пищевых производств в АПК

Саратов 2018

Векторная алгебра и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве: метод. указания и задания для выполнения типового расчета по курсу «Математика» для направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции, / сост. Т.В.Кириллова //ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ».- Саратов, 2018.-

Методические указания и задания для выполнения типового расчета по дисциплине «Математика» составлены в соответствии с программой и предназначены для студентов направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции. Они содержат рекомендации, примеры и задания к выполнению типового расчета. Позволяют студентам освоить основные математические методы, необходимые для анализа процессов и явлений в ходе поиска оптимальных решений практических задач, обучает методам обработки и анализа результатов эксперимента. Курс нацелен на формирование ключевых компетенций, необходимых для эффективного решения профессиональных задач и организации профессиональной деятельности.

Содержание

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К выполнению типового расчета следует приступать после изучения темы "Элементы векторной алгебры". Следует внимательно разобрать решение тех задач, которые приводятся в данном пособии. При этом следует руководствоваться следующими указаниями.

1. Типовой расчет выполняется студентом самостоятельно и сдается на проверку в установленный преподавателем срок.
2. Студент выполняет тот вариант, который соответствует его списочному номеру в журнале.
3. Работу следует выполнять на листах формата А, на первом листе должны быть указаны специальность, номер группы, фамилия и инициалы студента, и вариант.
4. Решения всех задач должны быть подробными, т.е. все вычисления необходимо делать полностью. Графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов графика. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на графике. Для замечаний преподавателя на каждой странице необходимо оставлять поля шириной 3 – 4 см.
5. После проверки работы преподавателем, студент должен сделать работу над ошибками и предоставить работу на повторную проверку.
6. Студент должен защитить работу по указанной теме, т.е. дать устные пояснения ко всем или некоторым задачам с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении задач. Студент допускается к защите типового расчета, если после очередной проверки, у преподавателя нет замечаний по его выполнению.
7. Типовой расчет считается выполненным только после правильного его решения и защиты.
8. Если в процессе изучения материала или при решении той или иной задачи у студента возникают вопросы, на которые он не может ответить самостоятельно, то он может обратиться к преподавателю для получения консультации.

2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

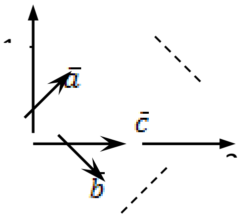
Вариант 0

1. Разложить вектор $\overline{\mathrm{c}} = \{2, 0\}$ по векторам $\overline{\mathrm{a}} = \{1,1\}$ и $\overline{\mathrm{b}} = \{1,-1\}$
2. Найти длину вектора $\overline{p} + 2\overline{q}$, если $\overline{p} = \overline{a} - \overline{b},\ \overline{q} = \overline{a} + 2\overline{b},\ |\overline{a}| = 1;$ $|\overline{b}| = 3;\ \overline{a}\hat{}\overline{b} = \frac{2}{3}\pi.$
3. Найти вектор $\overline{\mathrm{x}}$, коллинеарный вектору $\overline{a} = \{2, 1, -2\}$ и удовлетворяю-щий условию $(\overline{x} \cdot \overline{a}) = 27.$
4. Вычислить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\overline{p} = 2\overline{a} + \overline{b} - \overline{c}$ и $\overline{q} = \overline{a} - 3\overline{b} + \overline{c}$, где $\overline{a}; \overline{b}; \overline{c} -$ единичные взаимноперпендикулярные векторы (косинус угла).
5. Найти направляющие косинусы вектора силы $\overline{\mathrm{F}} = \{1, -1, 1\}$, приложен-ной в точке B(5, 1, 0), и момент этой силы относительно точки A(3, 2, -1).
6. Найти вектор $\overline{\mathrm{x}}$, перпендикулярный векторам $\overline{a} = \{1, 1, 1\}$ и $\overline{b} = \{2, 0, 1\}$ и образующий с осью OX тупой угол, если $|\overline{x}| = \sqrt{6}.$
7. Определить, лежат ли точки A(1, 2, 3); B(0, 5, 5); C(3, -1, -1); D(-2, 14, 9) в одной плоскости.

8. В треугольнике ABC известны координаты вершины A(4, 0) и уравнения высоты $BE: 2x - 3y + 15 = 0$ и медианы $BD: 2x + 3y - 3 = 0$. Составить уравнения сторон треугольника.
9. Найти длину высоты пирамиды ABCD, опущенную из вершины D, если D(1, 6, 3), A(4, 5, 2), B(-1, 11, 6) и C(2, -1, 3).
10. Найти радиус и координаты центра окружности, заданной уравнением. $y^2+x^2+8y - 10x + 37 = 0$.

I. Решение

Разложить вектор $\bar{c}$ по векторам $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – это значит представить $\bar{c}$ в виде $c = \alpha \cdot \bar{a} + \beta \cdot \bar{b}$, где α и β пока неизвестные числа. Переходя к координатам, получим: $2\bar{i} + 0\bar{j} = (\alpha + \beta)\bar{i} + (\alpha - \beta)\bar{j}$.



В результате приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ \alpha - \beta = 0 \end{cases},$$

решением которой являются $\alpha = 1$ и $\beta = 1$. Отсюда $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$.

Ответ: $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$

2. Решение

Как известно, модуль вектора равен корню квадратному из скалярного квадрата этого вектора $|\bar{p} + 2\bar{q}| = \sqrt{(\bar{p} + 2\bar{q})^2}$. Находим скалярный квадрат

$(\bar{p} + 2\bar{q})^2 = \left(\bar{a} - \bar{b} + 2\bar{a} + 4\bar{b}\right)^2 = \left(3\bar{a} + 3\bar{b}\right)^2 = 9(\bar{a}^2 + 2\bar{a}\bar{b} + \bar{b}^2) =$

$= 9\left(1 + 2 * 3 * \cos\frac{2}{3}\pi + 9\right) = 63$. Отсюда $\left|\bar{p} + 2\bar{q}\right| = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$.

Ответ: $3\sqrt{7}$

3. Решение

В силу коллинеарности вектор $\bar{x}$ можно представить в виде $\bar{x} = \lambda\bar{a}$, где λ – пока неизвестный множитель. Для его определения используем второй пункт условия $(\bar{x} \cdot \bar{a}) = \lambda\bar{a}^2 = \lambda(4 + 1 + 4) = 9\lambda = 27$. Отсюда $\lambda = 3$ и $\bar{x} = 3\bar{a} = \{6,3,-6\}$.

Ответ: $\bar{x} = \{6,3,-6\}$

4. Решение

Известно, что диагонали параллелограмма можно найти

$$\bar{d}1 = \bar{p} + \bar{q} = 3\bar{a} - 2\bar{b} + 0\bar{c}$$

$$\bar{d}2 = \bar{p} - \bar{q} = \bar{a} + 4\bar{b} - 2\bar{c}$$

т.к. векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ представляют собой единичные взаимно перпендику-лярные вектора, то их можно считать координатным базисом, тогда для нахождения требуемого угла воспользуемся формулой

$$\cos(\bar{d}_1 \wedge \bar{d}_2) = \frac{\bar{d}1 * \bar{d}2}{|\bar{d}1| * |\bar{d}2|} = \frac{3*1+(-2)*4+0*(-2)}{\sqrt{3^2+1^2}*\sqrt{1^2+4^2+2^2}} = \frac{-5}{\sqrt{13}*\sqrt{21}} = \frac{-5}{\sqrt{273}}$$

Ответ: $\frac{-5}{\sqrt{273}}$

5. Решение

Находим направляющие косинусы вектора силы $|\bar{F}| = \sqrt{1 + 1 + 1} = \sqrt{3}$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{|F|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos\beta = \frac{F_y}{|F|} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos\gamma = \frac{F_z}{|\bar{F}|} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

момент силы как векторное произведение вектора $\overline{AB} =$
$= \{5-3;\, 1-2;\, 0-(-1)\} = \{2, -1, 1\}$ на вектор $\overline{F}$:

$$\overline{m} = [[\overline{AB}, \overline{F}]] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -\bar{j} - \bar{k}.$$ Следовательно, $\overline{m} = \{0, -1, -1\}$.

Ответ: $\overline{m} = \{0, -1, -1\}$.

6. Решение

Найдем вектор $\bar{c} \perp \bar{a}, \bar{c} \perp \bar{b}$, следовательно,

$$\bar{c} = [[\bar{a}, \bar{b}]] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$$

Поскольку вектор $\bar{x}$ перпендикулярен векторам $\bar{a}$ и $\bar{b}$, то он коллинеарен вектору $\bar{c}$. Следовательно, $\bar{x} = \lambda * \bar{c} = \{\lambda, \lambda, -2\lambda\}$.

Так как $|\bar{x}| = \sqrt{\lambda^2 + \lambda^2 + 4\lambda^2} = \sqrt{6}\,|\lambda| = \sqrt{6}$, то $\lambda = \pm 1$. Вектор $\bar{x}$ образует тупой угол с осью OX, поэтому его проекция (координата) на эту ось должна быть отрицательной, отсюда $\lambda = -1$ и $\bar{x} = -\bar{c} = \{-1, -1, 2\}$.

Ответ: $\bar{x} = \{-1, -1, 2\}$.

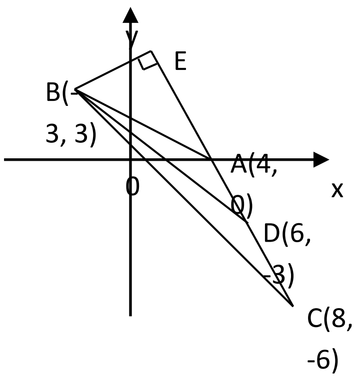
7. Решение

Рассмотрим три вектора $\overline{AB} = \{-1, 3, 2\}$, $\overline{AC} = \{2, -3, -4\}$ и $\overline{AD} = \{-3, 12, 6\}$. если точки *A, B, C, D* лежат в одной плоскости, то векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ компланарны. Для проверки составляем смешанное произведение этих векторов:

$$(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}) = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & -4 \\ -3 & 12 & 6 \end{vmatrix} = 18 + 36 + 43 - 18 - 36 - 48 = 0,$$

следовательно, векторы компланарны и точки лежат в одной плоскости.

8. Решение



Сделаем для облегчения рассуждений чертеж. Находим координаты вершины *B* как точки пересечения *BD* и высоты *BE*:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 15 = 0 \\ 2x + 3y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Составим уравнение *AC*, для чего определим её угловой коэффициент из условия перпендикулярности *AC* и *BE*:

$$K_{BE} = \frac{2}{3};\, K_{AC} = \frac{-1}{K_{BE}} = -\frac{3}{2}$$

Зная угловой коэффициент и одну точку, находим уравнение АС:

$$y = -\frac{3}{2}(x-4) \text{ или } 2y+3x-12=0.$$

Находим координаты D как точки пересечения медианы BD и стороны АС:

$$\begin{cases} 2x+3y-3=0 \\ 3x+2y-12=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$$

Находим координаты вершины *C*, используя то, что *D* делит отрезок *AC* пополам, *C(8, -6)*. Зная координаты всех вершин треугольника, составляем уравнения сторон *AB* и *BC* как прямых, проходящих через заданные точки.

$$AC: \frac{y-3}{0-3} = \frac{x+3}{4+3} \qquad 3x+7y-12=0$$

$$BC: \frac{y-3}{-6-3} = \frac{x+3}{8+3} \qquad \text{или} \qquad 11y+9x-6=0.$$

Ответ: *AC:* $3x+7y-12=0$

BC: $11y+9x-6=0$

9. Решение

Длина высоты равна расстоянию от вершины D до плоскости ABC. Составим уравнение этой плоскости, воспользовавшись уравнением плоскости, проходящей через три точки:

$$\begin{vmatrix} X-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-4 & y-5 & z-2 \\ -1-4 & 11-5 & -6-2 \\ 2-4 & -1-5 & 3-2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x-4 & y-5 & z-2 \\ -5 & 6 & -8 \\ -2 & -6 & 1 \end{vmatrix} = 0;$$

$$(x-4)\cdot\begin{vmatrix} 6 & -8 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} - (y-5)\cdot\begin{vmatrix} -5 & -8 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + (z-2)\cdot\begin{vmatrix} -5 & 6 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} = 0;$$

$$-42(x-4)+21(y-5)+42(z-2)=0 \Rightarrow 2x-y-2z+1=0.$$

Находим теперь расстояние от *D* до плоскости *ABC*:

$$h = \frac{|2*1-1*6-2*3+1|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{9}{3} = 3.$$

Ответ: h = 3

10. Решение

Приводим уравнение к каноническому виду, выделяя полные квадраты
$(x^2-10x+25)-25+(y^2+8y+16)-16+37=0$ или
$(x-5)^2+(y+4)^2=4.$

Полученное уравнение определяет окружность радиуса 2 с центром в точке (5, -4).

Ответ: Окружность R = 2, центр (5, -4)

Задача №1.

Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-3), B(5;1),C(3;-4). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Решение.

Сначала построим чертеж. Построим в прямоугольной декартовой системе координат точки $A(2;-3)$, $B(5;1)$, $C(3;-4)$. Построим отрезки AB и BC.

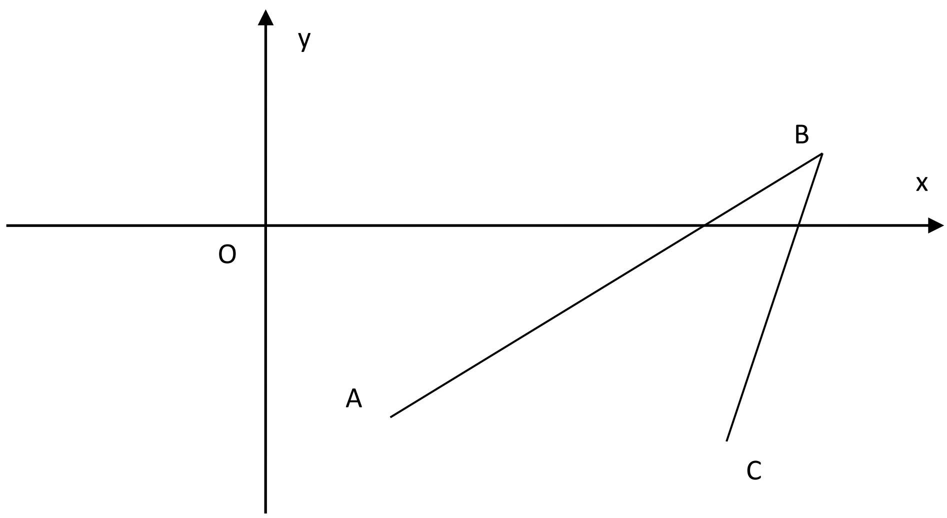


Рис. 1

Достроим полученный рисунок до параллелограмма и нанесем на чертеж высоту BK.

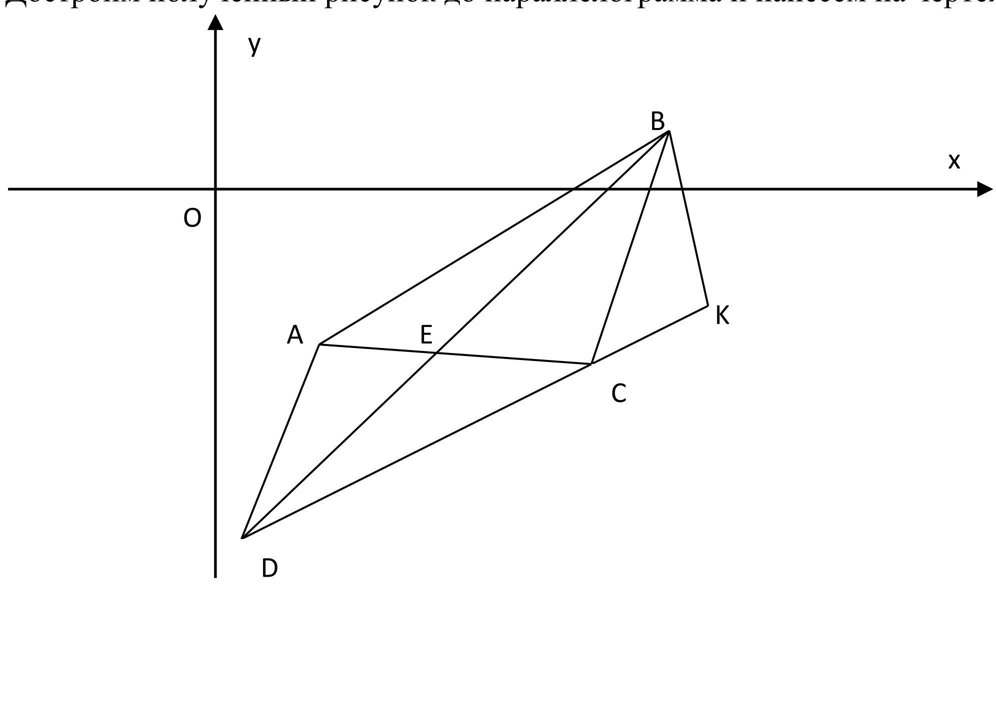


Рис. 2

1) Составим уравнение прямой AD.

а) Предварительно найдем уравнение прямой BC. Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$, имеет вид

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1} \qquad (3.1)$$

По условию $B(5;1)$, $C(3;-4)$. Подставим координаты точек B и C в уравнение (3.1): $\frac{x-5}{3-5}=\frac{y-1}{-4-1}$, т.е. $\frac{x-5}{-2}=\frac{y-1}{-5}$.

Запишем полученное уравнение в общем виде, то есть в виде $Ax+By+C=0$. Для этого в последнем уравнении избавимся от знаменателей $-5(x-5)=-2(y-1)$ и проведем преобразования, перенося все слагаемые в левую часть равенства: $-5x+2y+23=0$ или $5x-2y-23=0$.

Из этого уравнения выразим y: $-2y=-5x+23$; $y=\frac{5}{2}x-\frac{23}{2}$. Получили уравнение вида $y=kx+b$ - уравнение с угловым коэффициентом.

б) Воспользуемся тем фактом, что противоположные стороны параллелограмма параллельны. Составим искомое уравнение прямой AD как уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно прямой BC.

Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$ в данном направлении, имеет вид

$$y-y_0=k(x-x_0) \qquad (3.2)$$

где направление определяется угловым коэффициентом k.

Условие параллельности двух прямых $y=kx+b$ и $y=k_1x+b_1$ имеет вид

$$k=k_1 \qquad (3.3)$$

По условию задачи $A(2;-3)$, прямая BC: $y=\frac{5}{2}x-\frac{23}{2}$. Подставим координаты точки A в уравнение (3.2): $y+3=k(x-2)$. Так как прямая AD параллельна прямой BC, то в силу формулы (3.3) их угловые коэффициенты совпадают. Угловой коэффициент прямой BC равен $\frac{5}{2}$, следовательно, уравнение прямой AD имеет вид $y+3=\frac{5}{2}(x-2)$.

Запишем уравнение прямой AD в общем виде. Для этого раскроем скобки и все слагаемые перенесем в левую часть равенства: $-\frac{5}{2}x+y+8=0$. Умножим обе часть равенства на (-2) и получим общее уравнение прямой AD: $5x-2y-16=0$.

Запишем уравнение прямой AD в виде с угловым коэффициентом. Для этого выразим y из общего уравнения: $y=\frac{5}{2}x-8$.

2) Составим уравнение высоты BK, проведенной из вершины B на сторону AD как уравнение прямой, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AD.

Условие перпендикулярности двух прямых $y=kx+b$ и $y=k_1x+b_1$ имеет вид

$$k=-\frac{1}{k_1} \qquad (3.4)$$

Подставим координаты точки B в уравнение (3.2): $y-1=k(x-5)$. Так как высота BK перпендикулярна прямой AD, то их угловые коэффициенты связаны соотношением (3.4). Угловой коэффициент прямой AD равен $\frac{5}{2}$, следовательно, угловой коэффициент высоты BK

равен $-\frac{2}{5}$ и уравнение прямой BK имеет вид $y-1=-\frac{2}{5}(x-5)$. Запишем уравнение высоты BK в общем виде: $2x+5y-15=0$. Запишем это же уравнение в виде с угловым коэффициентом: $y=-\frac{2}{5}x+3$.

3) Найдем длину высоты BK как расстояние от точки B до прямой AD.

Расстояние d от точки $M_0(x_0;y_0)$ до прямой $Ax+By+C=0$ представляет собой длину перпендикуляра, опущенного из точки на прямую и определяется формулой

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad (3.5)$$

Так как BK перпендикулярна AD, то длина BK может быть найдена с помощью формулы (3.5). По условию $B(5;1)$, прямая AD определяется уравнением $5x-2y-16=0$. В силу формулы (3.5) длина высоты BK равна $d=\frac{|5\cdot 5-2\cdot 1-16|}{\sqrt{5^2+(-2)^2}}=\frac{|7|}{\sqrt{25+4}}=\frac{7}{\sqrt{29}}$.

4) Найдем уравнение диагонали BD как уравнение прямой, проходящей через точки B и E, где E - середина отрезка AC.

а) Если $A(x_1;y_1)$ и $C(x_2;y_2)$, то координаты точки $E(x_0;y_0)$ - середины отрезка AC, определяются формулами

$$x_0=\frac{x_1+x_2}{2} \qquad y_0=\frac{y_1+y_2}{2} \qquad (3.6)$$

По условию $A(2;-3)$, $C(3;-4)$. В силу формул (3.6) имеем: $x_0=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$, $y_0=\frac{-3-4}{2}=-\frac{7}{2}$.

Следовательно $E(\frac{5}{2};-\frac{7}{2})$.

б) Так как точка пересечения диагоналей является их серединой, то точка E (середина отрезка AC) является точкой пересечения диагоналей и диагональ BD проходит через точку E.

Воспользуемся уравнением (3.1). По условию $B(5;1)$, $E(\frac{5}{2};-\frac{7}{2})$. В силу формулы (3.1) уравнение прямой BE (диагонали BD) имеет вид: $\frac{x-5}{\frac{5}{2}-5}=\frac{y-1}{-\frac{7}{2}-1}$ или $\frac{x-5}{-\frac{5}{2}}=\frac{y-1}{-\frac{9}{2}}$. Запишем это уравнение в общем виде: $9x-5y-40=0$. Запишем это же уравнение в виде с угловым коэффициентом: $y=\frac{9}{5}x-8$.

5) Найдем тангенс угла между диагоналями BD и AC.

а) Найдем уравнение диагонали AC как уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

Воспользуемся уравнением (3.1). По условию $A(2;-3)$, $C(3;-4)$. Следовательно, $\frac{x-2}{3-2}=\frac{y+3}{-4+3}$.

Общее уравнение диагонали AC имеет вид $x+y+1=0$, уравнение с угловым коэффициентом – вид $y=-x-1$, угловой коэффициент k_1 прямой AC равен -1.

б) Уравнение диагонали BD имеет вид $y=\frac{9}{5}x-8$, ее угловой коэффициент $k_2=\frac{9}{5}$.

в) Тангенс угла φ между прямыми $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ определяется формулой

$$tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$$

Следовательно, $tg\varphi = \left|\dfrac{\frac{9}{5} - (-1)}{1 + \frac{9}{5}\cdot(-1)}\right| = \left|\dfrac{\frac{14}{5}}{-\frac{4}{5}}\right| = \dfrac{7}{2}$. Отсюда $\varphi = arctg\dfrac{7}{2}$.

Задача №2.

Условие задачи №2 несколько различается в зависимости от номера варианта контрольной работы. Приведем решения простейших задач, входящих в это задание.

1) Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;3;2)$, $B(-2;1;0)$, $C(4;2;-3)$.

Решение.

Уравнение плоскости, проходящей через точки $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $C(x_3; y_3; z_3)$ имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.7)$$

Тогда уравнение плоскости ABC в силу уравнения (3.7) имеет вид $\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-2 \\ -2-1 & 1-3 & 0-2 \\ 4-1 & 2-3 & -3-2 \end{vmatrix} = 0$

или $\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-2 \\ -3 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -5 \end{vmatrix} = 0$.

Запишем полученное уравнение в общем виде, т.е. в виде $Ax + By + Cz + D = 0$. Для этого раскроем определитель по первой строке $\mathbf{(}x-1\mathbf{)}\cdot\mathbf{(}10-2\mathbf{)} - \mathbf{(}y-3\mathbf{)}\cdot\mathbf{(}15+6\mathbf{)} + \mathbf{(}z-2\mathbf{)}\cdot\mathbf{(}3+6\mathbf{)} = 0$. После преобразований получим: $8x - 21y + 9z + 37 = 0$.

2) Найти нормальный вектор плоскости $2x + 3y - z + 5 = 0$.

Решение.

Нормальный вектор $\overline{N}$ - это вектор, перпендикулярный плоскости. Если плоскость задана общим уравнением $Ax + By + Cz + D = 0$, то нормальный вектор имеет координаты $\{A, B, C\}$.

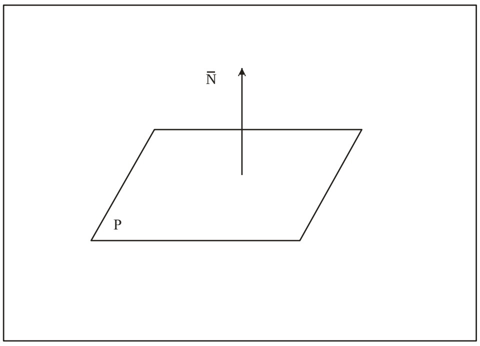


Рис. 3

Для плоскости $2x + 3y - z + 5 = 0$ нормальным является вектор $\overline{N} = \{2;3;-1\}$.

Отметим, что любой вектор, коллинеарный вектору $\overline{N} = \{2;3;-1\}$ так же является нормальным вектором плоскости $2x + 3y - z + 5 = 0$. Таким образом, при каждом ненулевом λ вектор с координатами $\{2\lambda;3\lambda;-\lambda\}$ будет являться нормальным вектором рассматриваемой плоскости.

3) Найти косинус угла между плоскостями $2x - 3y + z - 4 = 0$ и $x + 5y + 4z = 0$.

Решение.

Угол φ между двумя плоскостями $P_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $P_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ представляет собой угол между их нормальными векторами и определяется равенством

$$\cos\varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Для плоскости $2x - 3y + z - 4 = 0$ координаты нормального вектора $\overline{N}_1 = \{A_1; B_1; C_1\}$ определяются равенствами $A_1 = 2$, $B_1 = -3$, $C_1 = 1$. Для плоскости $x + 5y + 4z = 0$ - равенствами $A_2 = 1$, $B_2 = 5$, $C_2 = 4$. Следовательно,

$$\cos\varphi = \frac{2\cdot 1 + (-3)\cdot 5 + 1\cdot 4}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}\cdot\sqrt{1^2 + 5^2 + 4^2}} =$$

$$\frac{2 - 15 + 4}{\sqrt{4+9+1}\cdot\sqrt{1+25+16}} = \frac{-9}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{42}} = -\frac{9}{\sqrt{588}} = -\frac{9}{14\sqrt{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{14}.$$

4) Составить уравнение плоскости P, проходящей через точку $M_0(1;-2;5)$ параллельно плоскости P_1: $2x + 3y - z + 5 = 0$.

Решение.

Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$, имеет вид

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \qquad (3.8)$$

Подставим в уравнение (3.8) координаты точки M_0: $A(x-1) + B(y+2) + C(z-5) = 0$.

Условие параллельности плоскостей $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ имеет вид

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \qquad (3.9)$$

Так как плоскости P и P_1 параллельны, то в качестве нормального вектора $\overline{N}$ плоскости P можно взять нормальный вектор $\overline{N_1} = \{2;3;-1\}$ плоскости P_1, т.е. в формуле (3.9) отношение $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{-1}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение плоскости P_1 примет вид $2(x-1) + 3(y+2) - (z-5) = 0$. Запишем это уравнение в общем виде: $2x + 3y - z + 9 = 0$.

5) Найти расстояние от точки $M_0(1,3,-2)$ до плоскости P: $3x - 2y + 4z - 5 = 0$.

Решение.

Расстояние d от точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости $P: Ax + By + Cz + D = 0$ представляет собой длину перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость, и определяется формулой

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \qquad (3.10)$$

Для плоскости $3x - 2y + 4z - 5 = 0$ координаты нормального вектора $\overline{N} = \{A; B; C\}$ определяются равенствами $A = 3$, $B = -2$, $C = 4$. Следовательно, $d = \frac{|3\cdot 1 - 2\cdot 3 + 4\cdot(-2) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{|-16|}{\sqrt{9+4+16}} = \frac{16}{\sqrt{29}}$.

6) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1;-2;3)$ и $M_2(3;1;2)$.

Решение.

Уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$ имеют вид

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \qquad (3.11)$$

Так как $M_1(1;-2;3)$, $M_2(3;1;2)$, то в силу (3.11) получим уравнения $\frac{x-1}{3-1}=\frac{y+2}{1+2}=\frac{z-3}{2-3}$ или $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-1}$.

7) Найти направляющий вектор прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$.

Решение.

Направляющий вектор $\bar{s}$ - это вектор, параллельный прямой.

Если прямая задана каноническими уравнениями $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$, то направляющий вектор $\bar{s}$ имеет координаты $\{p;q;r\}$.

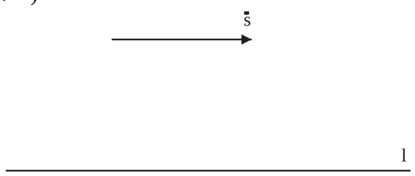


Рис. 4

Для рассматриваемой прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$ направляющим вектором является вектор $\bar{s}=\{2;3;-2\}$.

Отметим, что любой вектор, коллинеарный вектору $\bar{s}=\{2;3;-2\}$ так же является направляющим вектором прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$. Таким образом, при каждом ненулевом λ вектор с координатами $\{2\lambda;3\lambda;-2\lambda\}$ будет являться направляющим вектором рассматриваемой прямой.

8) Найти косинус угла между прямыми $\frac{x-7}{2}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-5}{3}$ и $\frac{x+5}{3}=\frac{y}{-4}=\frac{z-6}{1}$.

Решение.

Угол φ между двумя прямыми $l_1:\frac{x-x_1}{p_1}=\frac{y-y_1}{q_1}=\frac{z-z_1}{r_1}$ и $l_2:\frac{x-x_2}{p_2}=\frac{y-y_2}{q_2}=\frac{z-z_2}{r_2}$ представляет собой угол между их направляющими векторами и определяется равенством

$$\cos\varphi=\frac{p_1p_2+q_1q_2+r_1r_2}{\sqrt{p_1^2+q_1^2+r_1^2}\cdot\sqrt{p_2^2+q_2^2+r_2^2}}$$

Для прямой $\frac{x-7}{2}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-5}{3}$ координаты направляющего вектора $\bar{s}_1=\{p_1;q_1;r_1\}$ определяются равенствами $p_1=2$, $q_1=-2$, $r_1=3$. Для прямой $\frac{x+5}{3}=\frac{y}{-4}=\frac{z-6}{1}$ - равенствами $p_2=3$, $q_2=-4$, $r_2=1$. Значит,

$$\cos\varphi=\frac{2\cdot3+(-2)\cdot(-4)+3\cdot1}{\sqrt{2^2+(-2)^2+3^2}\cdot\sqrt{3^2+(-4)^2+1^2}}=\frac{6+8+3}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{26}}=\frac{17}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{26}}=\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{26}}.$$

9) Составить канонические уравнения прямой l, проходящей через точку $M_0(3;2;-1)$ параллельно прямой $l_1:\ \frac{x-5}{4}=\frac{y+7}{-2}=\frac{z-6}{3}$.

Решение.

Канонические уравнения прямой имеют вид $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$. Здесь $(x_0;y_0;z_0)$ - координаты точки, через которую проходит прямая.

В канонические уравнения прямой l подставим координаты точки M_0. Получим: $\frac{x-3}{p}=\frac{y-2}{q}=\frac{z+1}{r}$.

Условие параллельности прямых $\frac{x-x_1}{p_1}=\frac{y-y_1}{q_1}=\frac{z-z_1}{r_1}$ и $\frac{x-x_2}{p_2}=\frac{y-y_2}{q_2}=\frac{z-z_2}{r_2}$ имеет вид

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{q_1}{q_2}=\frac{r_1}{r_2} \qquad (3.12)$$

Так как прямые l и l_1 параллельны, то в качестве направляющего вектора $\bar{s}$ прямой l можно взять направляющий вектор $\bar{s}_1=\{4;-2;3\}$ прямой l_1, т.е. в формуле (3.12) отношение $\frac{p}{4}=\frac{q}{-2}=\frac{r}{3}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение прямой l примет вид $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

10) Найти угол между прямой $l:\ \frac{x-1}{5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $P:\ 2x-y+3z-4=0$.

Решение.

Углом между прямой и плоскостью называется угол между прямой и ее проекцией на эту плоскость. Угол φ между прямой и плоскостью равен $\frac{\pi}{2}-\psi$, где ψ - угол между направляющим вектором $\bar{s}$ прямой и нормальным вектором $\overline{N}$ плоскости.

`

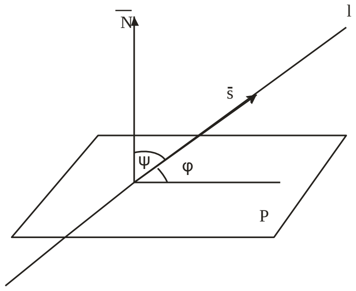


Рис. 5

Угол φ между прямой $l:\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ и плоскостью $P: Ax+By+Cz+D=0$ определяется формулой

$$\sin\varphi=\frac{Ap+Bq+Cr}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$$

Для плоскости $P:\ 2x-y+3z-4=0$ координаты нормального вектора $\overline{N}=\{A;B;C\}$ определяются равенствами $A=2$, $B=-1$, $C=3$. Для прямой $l:\ \frac{x-1}{5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-4}{-1}$ координаты направляющего вектора $\bar{s}=\{p;q;r\}$ - равенствами $p=5$, $q=3$, $r=-1$. Синус угла между прямой и плоскостью равен $\sin\varphi=\frac{2\cdot5+(-1)\cdot3+3\cdot(-1)}{\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}\cdot\sqrt{5^2+3^2+(-1)^2}}=\frac{4}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{35}}=\frac{4}{\sqrt{490}}$. Следовательно, $\varphi=\arcsin\frac{4}{\sqrt{490}}$.

11) Составить уравнение плоскости P, проходящей через точку $M_0(1,-2,-3)$ перпендикулярно прямой l: $\frac{x-3}{4}=\frac{y+5}{1}=\frac{z-0}{-2}$.

Решение.

Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, имеет вид $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Подставим в указанное уравнение координаты точки M_0. Получим: $A(x-1)+B(y+2)+C(z+3)=0$.

Условие перпендикулярности плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ и прямой $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ имеет вид

$$\frac{A}{p}=\frac{B}{q}=\frac{C}{r} \qquad (3.13)$$

Так как искомая плоскость P перпендикулярна прямой l, то в качестве нормального вектора $\overline{N}$ плоскости можно взять направляющий вектор $\overline{s}=\{4,1,-2\}$ прямой l, т.е. в формуле (3.13) отношение $\frac{A}{4}=\frac{B}{1}=\frac{C}{-2}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение плоскости P примет вид $4\cdot(x-1)+1\cdot(y+2)+(-2)\cdot(z+3)=0$. Запишем это уравнение в общем виде: $4x+y-2z-8=0$.

12) Составить канонические уравнения прямой l, проходящей через точку $M_0(5;-3;2)$ перпендикулярно плоскости P: $x+4y-z=0$.

Решение.

Канонические уравнения прямой, проходящей через данную точку, имеют вид $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$.

Подставим в эти уравнения координаты точки M_0. Получим: $\frac{x-5}{p}=\frac{y+3}{q}=\frac{z-2}{r}$

Условие перпендикулярности прямой $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ имеет вид $\frac{A}{p}=\frac{B}{q}=\frac{C}{r}$.

Так как прямая l перпендикулярна плоскости P, то в качестве направляющего вектора $\overline{s}$ прямой l можно взять нормальный вектор $\overline{N}=\{1;4;-1\}$ плоскости P, т.е. в формуле (3.13) отношение $\frac{1}{p}=\frac{4}{q}=\frac{-1}{r}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение прямой l примет вид: $\frac{x-5}{1}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-2}{-1}$.

13) Найти координаты точки пересечения прямой l: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{1}$ и плоскости P: $x+2y-z+5=0$.

Решение.

Координаты точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ пересечения прямой $\begin{cases} x=x_0+pt \\ y=y_0+qt \\ z=z_0+rt \end{cases}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ представляют собой решение системы

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ x = x_0 + pt \\ y = y_0 + qt \\ z = z_0 + rt \end{cases} \qquad (3.14)$$

Запишем параметрические уравнения прямой $l: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ и подставим выражения для x, y, z в уравнение плоскости P: $(1 + 2t) + 2 \cdot 3t - (-1 + t) + 5 = 0$. Отсюда $7t + 7 = 0$; $t = -1$. Подставим найденное значение t в параметрические уравнения прямой $l: \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \\ z = -2 \end{cases}$. Следовательно, $M_0(-1;-3;-2)$.

Задача №3.

К кривым второго порядка относятся эллипс (рис.6), гипербола (рис. 7 и 8), парабола (рис. 9-12). Приведем рисунки и канонические уравнения этих кривых.

Эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

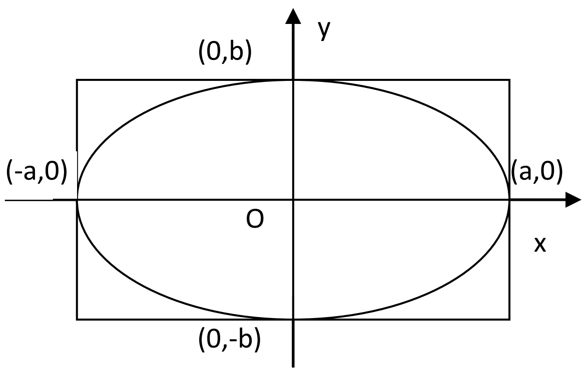


Рис. 6

Гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

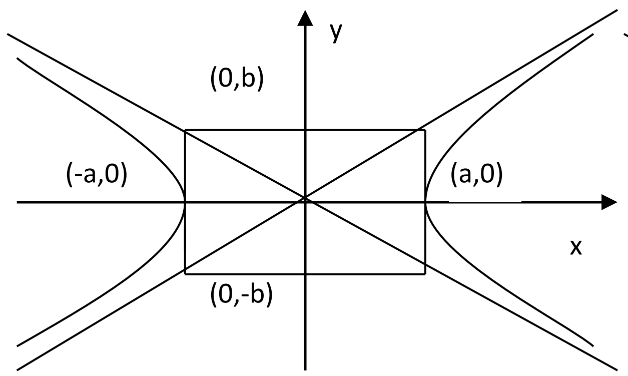


Рис. 7

Гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$.

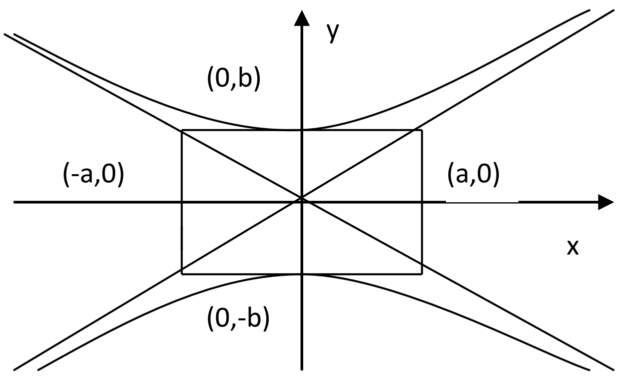


Рис. 8

Парабола $y^2 = 2px$

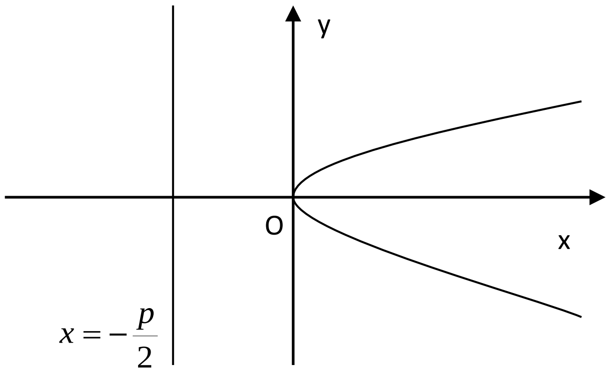


Рис. 9

Парабола $y^2 = 2px$

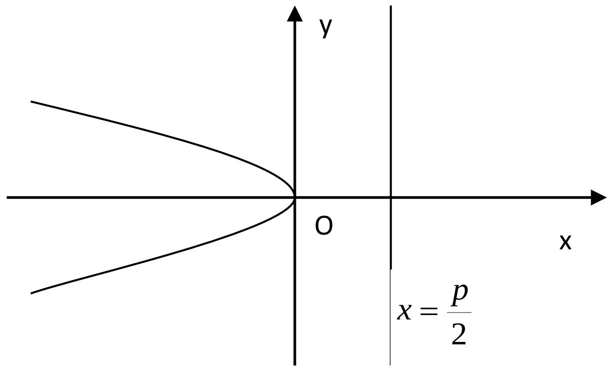


Рис. 10

Парабола $x^2 = 2py$

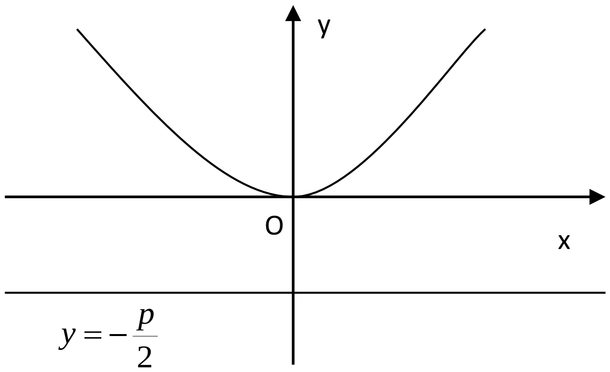


Рис. 11

Парабола $x^2 = -2py$

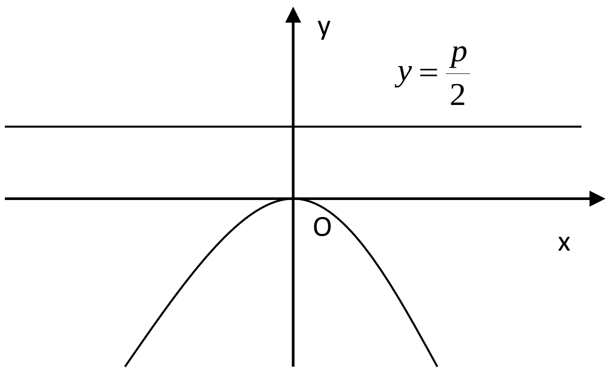


Рис. 12

Приведем примеры решения задачи №3.

Пример 1. Привести уравнение кривой второго порядка $4x^2+y^2+16x-2y-8=0$ к каноническому виду и построить кривую.

Решение.

Для приведения уравнения кривой второго порядка к каноническому виду применяют метод выделения полного квадрата.

Сгруппируем слагаемые, содержащие текущие координаты. Коэффициенты при x^2 и y^2 вынесем за скобки: $4(x^2+4x)+(y^2-2y)-8=0$.

Выделим полный квадрат: $4(x^2+4x+4)+(y^2-2y+1)-8-16-1=0$. Отсюда $4(x+2)^2+(y-1)^2=25$. Разделим обе части равенства на 25: $\frac{4(x+2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$.

Запишем полученное уравнение в каноническом виде: $\frac{(x+2)^2}{25/4}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$.

Выполним параллельный перенос осей координат по формулам $\begin{cases} X=x-x_0 \\ Y=y-y_0 \end{cases}$. При таком преобразовании начало координат переносится в точку (x_0,y_0), уравнение эллипса принимает канонический вид $\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}=1$.

В нашем примере $x_0=-2$, $y_0=1$, $a=\frac{5}{2}$, $b=5$.

Итак, рассматриваемое уравнение определяет эллипс с центром в точке $C(-2;1)$ и полуосями $\frac{5}{2}$ и 5.

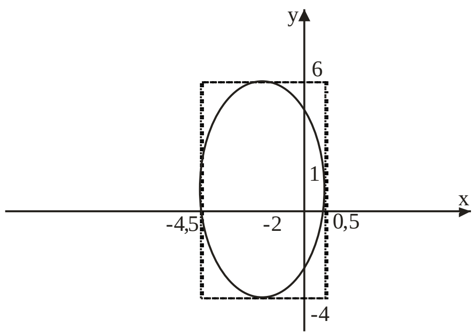


Рис. 13

Пример 2. Привести уравнение кривой второго порядка $4x^2+16x-2y+1=0$ к каноническому виду и построить кривую.

Решение.

Как и в предыдущем примере, сгруппируем слагаемые, содержащие текущие координаты: $4(x^2+4x)-2y+1=0$.

В скобках выделим полный квадрат: $4(x^2+4x+4)-16-2y+1=0$; $4(x+2)^2=2y+15$.

Отсюда $(x+2)^2=\frac{1}{2}(y+\frac{15}{2})$.

Выполним замену переменных $\begin{cases} X = x + 2 \\ Y = y + \dfrac{15}{2} \end{cases}$. После этого преобразования уравнение параболы принимает канонический вид $X^2 = \frac{1}{2}Y$, вершина параболы в системе координат Oxy расположена в точке $C(-2; -\frac{15}{2})$.

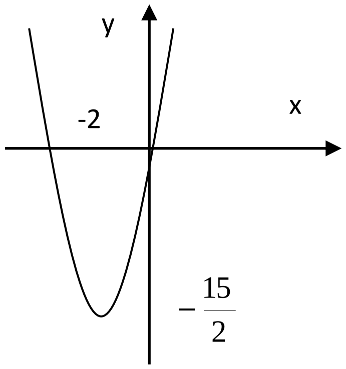


Рис. 14

Задача №4.

Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 1 + \cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Решение.

Сначала построим таблицу значений φ и ρ:

φ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{8}$	π	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{8}$
ρ	2,00	1,92	1,71	1,38	1,00	0,62	0,29	0,08	0,00	0,08	0,29	0,62	1,00	1,38	1,71	1,92

Построим эти точки в полярной системе координат. Полярная система координат состоит из начала координат O (полюса) и полярной оси OP. Координаты точки M в полярной системе координат определяются расстоянием ρ от полюса (полярным радиусом) и углом φ между направлением полярной оси и полярным радиусом (полярным углом). Для того, чтобы построить точку M, необходимо построить луч, выходящий из точки O под углом φ к полярной оси; отложить на этом луче отрезок длиной ρ.

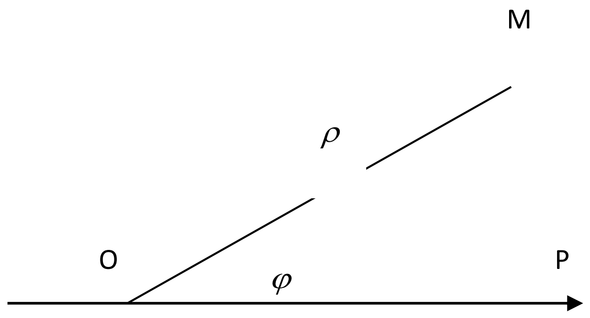


Рис. 15

Построим все точки, определенные в таблице и соединим их плавной линией

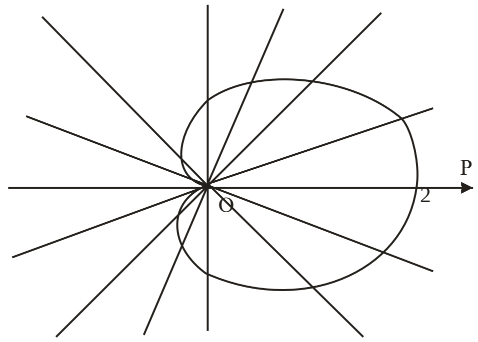


Рис. 16

Запишем уравнение рассматриваемой кривой в прямоугольной декартовой системе координат. Для этого воспользуемся формулами перехода от декартовой к полярной системе координат.
Если полюс совпадает с началом координат прямоугольной декартовой системы координат, полярная ось – с осью абсцисс, то между прямоугольными декартовыми координатами $(x; y)$ и полярными координатами $(\rho; \varphi)$ существует следующая связь:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}, \qquad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ tg\varphi = \dfrac{y}{x} \end{cases}$$

Откуда

$$\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

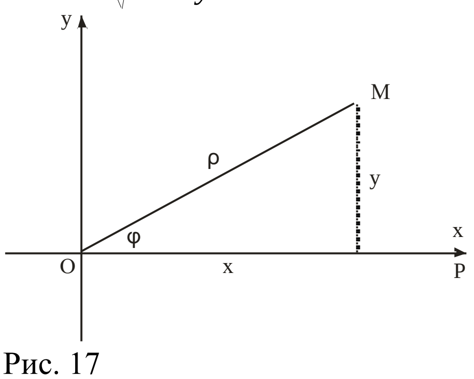


Рис. 17

Итак, в уравнении исходной кривой $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, $\cos\varphi=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Поэтому уравнение $\rho=1+\cos\varphi$ принимает вид $\sqrt{x^2+y^2}=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$. После преобразований получим уравнение $x^2+y^2=\sqrt{x^2+y^2}+x$.

Задача №5.
Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1\le x\le 2 \\ y^2\le 2x \\ y\ge 0 \end{cases}$

2) $-\sqrt{36-(x+3)^2}\le y-3\le 0$

Решение.
Для того, чтобы решить неравенство $F(x,y)\ge 0$ на плоскости, надо построить график линии $F(x,y)=0$. Кривая $F(x;y)=0$ разбивает плоскость на части, в каждой из которых выражение $F(x;y)$ сохраняет свой знак. Выбирая пробную точку в каждой из этих частей, найдем часть плоскости, являющуюся искомым решением неравенства.

1) Построим прямые $x=1$ и $x=2$, заштрихуем область, в которой $1\le x\le 2$. Затем построим параболу $y^2=2x$ и заштрихуем область, содержащую ось симметрии параболы (расположенную внутри параболы); построим прямую $y=0$ и заштрихуем область, лежащую выше прямой. Пересечение всех заштрихованных областей и определит множество точек, представляющих решение рассматриваемой системы.

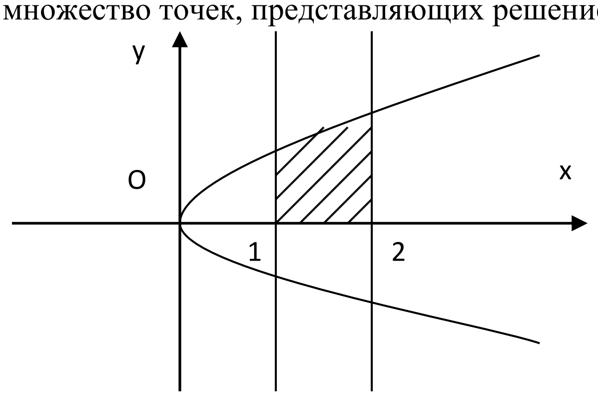


Рис. 18

2) Построим линию, определяемую уравнением $y-3=-\sqrt{36-(x+3)^2}$. Эта линия представляет собой ту часть окружности $(y-3)^2=36-(x+3)^2$ или $(x+3)^2+(y-3)^2=36$, на которой $y-3\le 0$. Далее построим прямую $y-3=0$ ($y=3$). Решением рассматриваемого двойного неравенства является часть плоскости, расположенная между нижней половиной окружности $(x+3)^2+(y-3)^2=36$ с центром в точке $(-3,3)$ радиуса 6 прямой $y=3$.

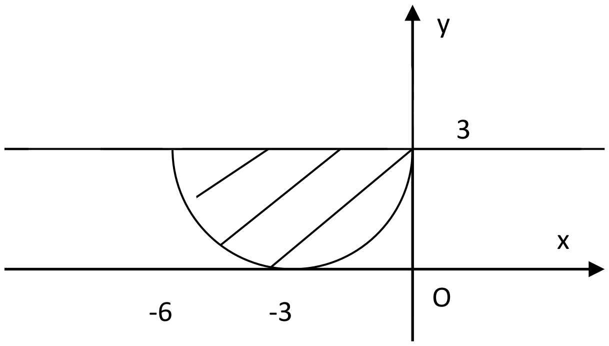


Рис. 19

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант 1.

1. Разложить вектор $\overline{C} = (4,5)$ по векторам $\overline{a} = (5,4)$ и $\overline{b} = (1,-1)$.
2. Дано: $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 5$, $|\overline{c}| = 8$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 90^0$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = 90^0$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) =$
$= (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 60^0$, Найти $(3\overline{a} - 2\overline{b})(\overline{b} + 3\overline{c})$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (5,2,5)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(-1, 1, 0)$ и $B(1, 0, 2)$.
4. Дано: $|\overline{a}| = 4$, $|\overline{b}| = 6$. Найти, при каком α векторы $\overline{a} + \alpha\overline{b}$ и $\overline{a} - \alpha\overline{b}$ будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F} = (3,3,3)$, приложенной в точке $B(3, -1, 5)$ относительно точки $A(4, -2, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Вычислить $\left|[\overline{a}\overline{b}]\right|$, если $|\overline{a}| = 8$, $|\overline{b}| = 15$ и $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 90^0$.
7. При каком λ векторы $\overline{a} = (3\lambda, 1, 4)$, $\overline{b} = (3, 2\lambda, -6)$ и $\overline{c} = (3, 1, -2)$ будут компланарны?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -3)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(1, 2)$ и $C(-1, -5)$.
9. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(2, 1, -1)$ и имеет нормальный вектор $\overline{n} = (1, -2, 3)$.

Вариант 2.

1. Разложить вектор $\overline{C} = (3, 6)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
2. Дано: $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 1$, $|\overline{c}| = 8$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 90^0$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 60^0$.
Найти $(3\overline{a} - 2\overline{b})(\overline{b} + 3\overline{c})$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (3, 2, 2)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если A $(1, -2, 7)$ и $B(4, 2, 7)$.
4. Дано: $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 5$. Найти, при каком α векторы $\overline{a} + \alpha\overline{b}$ и $\overline{a} - \alpha\overline{b}$ будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F} = (4, 4, 4)$, приложенной в точке $B(4, -2, 5)$ относительно точки $A(5, -3, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах

$\overline{a}+\overline{b}$ и $\overline{b}$ как на сторонах, если $|\overline{a}|=1$, $|\overline{b}|=2$ и $(\overline{a}\hat{}\overline{b})=60^0$.

7. При каком λ векторы $\overline{a}=(\lambda, 3, 2)$, $\overline{b}=(2, -3, -4)$ и $\overline{c}=(-3, 12, 6)$ будут компланарны?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 2)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(-1, 0)$ и $C(2, 3)$.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки:
   а) $A(0, -2, 3)$ и $B(3, -2, 1)$;
   б) $A(1, 2, -4)$ и $B(0, 1, -1)$.

Вариант 3.

1. Разложить вектор $\overline{c}=(2, 7)$ по векторам $\overline{a}=(5, 4)$ и $\overline{b}=(1, -1)$.
2. Дано: $|\overline{a}|=3$, $|\overline{b}|=5$, $|\overline{c}|=8$, $(\overline{a}\hat{}\overline{b})=90^0$, $(\overline{a}\hat{}\overline{c})=(\overline{b}\hat{}\overline{c})=60^0$.
   Найти $(\overline{a}+2\overline{b}-3\overline{c})^2$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}=(3, 2, 1)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(2, -2, 0)$ и $B(-2, 2, 2)$.
4. Дано: $|\overline{a}|=4$, $|\overline{b}|=10$. При каком α векторы $\overline{a}+\alpha\overline{b}$ и $\overline{a}-\alpha\overline{b}$ будут взаимно перпендикулярны?
5. Найти момент силы $\overline{F}=(5, 5, 5)$, приложенной в точке $B(5, -3, 5)$ относительно точки $A(6, -4, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. При каком α векторы $\overline{p}=\alpha\overline{a}+5\overline{b}$ и $\overline{q}=3\overline{a}-\overline{b}$ будут коллинеарны, если $\overline{a}$ и $\overline{b}$ не коллинеарны.
7. При каком λ векторы $\overline{a}=(1, 3, \lambda)$, $\overline{b}=(4, 5, -1)$ и $\overline{c}=(2, -1, 5)$ будут компланарны?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -2)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(-5, 4)$ и $C(0, 2)$.
9. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через две заданные точки:
   а) A(4, 5, 13) и B(-6, 0, 1);
   б)A(-11, 0, 10) и B(1, 2, 3).

Вариант 4.

1. Разложить вектор $\overline{C}=(1, 8)$ по векторам $\overline{a}=(5, 3)$ и $\overline{b}=(1, -1)$.
2. Дано: $|\overline{a}|=2$, $|\overline{b}|=1$, $|\overline{c}|=8$, $(\overline{a}\hat{}\overline{b})=90^0$, $(\overline{a}\hat{}\overline{c})=(\overline{b}\hat{}\overline{c})=60^0$.
   Найти $(\overline{a}+2\overline{b}-3\overline{c})^2$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}=(1, 2, 3)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(-3, 1, 4)$ и $B(3, 3, 1)$.
4. Дано: $|\overline{a}|=4$, $|\overline{b}|=1$. При каком α векторы $\overline{a}+\alpha\overline{b}$ и $\overline{a}-\alpha\overline{b}$ будут взаимно перпендикулярны?
5. Найти момент силы $\overline{F}=(6, 6, 6)$, приложенной в точке B (6, -4, 5) относительно точки $A(7, -5, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.

6. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(-1, 2, 3)$, $B(5, 1, 4)$ и $C(3, 2, 2)$.
7. При каком λ векторы $\overline{a}=(0, 1, \lambda)$, $\overline{b}=(1, 0, \lambda)$ и $\overline{c}=(1, 1, 2)$ будут компланарны?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3, 2)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(2, 1)$ и $C(-5, -1)$.

9. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат и имеет нормальный вектор $\overline{n}$ = (-1, 0, 2).

Вариант 5.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (0, 9) по векторам $\overline{a}$ = (5, 4) и $\overline{b}$ = (1, -1).
2. Дано: $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 4$, $|\overline{c}| = 2$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{c}) = 90^0$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{b}) = (\overline{b}\hat{\ }\overline{c}) = 60^0$.
   Найти $(\overline{a} - \overline{b})\cdot(3\overline{a} + \overline{c})$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}$ = (-1, 2, -3) на ось вектора $\overline{AB}$, если A(5, -5, 5) и B(5, 3, 1).
4. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a}$ = (2, -4, 4) и $\overline{b}$ =(-3, 2, 6).
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-1, -1, -1), приложенной в точке B(8, -6, 5) относительно точки A(9, -7, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $2\overline{a} - \overline{b}$ и $2\overline{a} + \overline{b}$, если $\overline{a}$ = (3, -2, -2) и $\overline{b}$ = (1, -2, -1).
7. При каком λ векторы $\overline{a}$ = (0, 1, λ), $\overline{b}$ = (1, 3, 4λ) и $\overline{c}$ = (1, 1, 2λ) будут компланарны?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-2, -2) параллельно прямой, соединяющей точки B(0, 7) и C(7, 0).
9. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку A(2, 0, 2) параллельно прямой:
   $x = 2 + 2t, \quad y = 3 + 3t, \quad z = 7 - 4t.$

Вариант 6.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (-1, 10) по векторам $\overline{a}$ = (5, 4) и $\overline{b}$ = (1, -1).
2. Найти $(\overline{a} - \overline{b} + \overline{c})^2$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 4$, $|\overline{c}| = 2$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{b}) = 60^0$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{c}) = 90^0$, $(\overline{b}\hat{\ }\overline{c}) = 60^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}$ = (2, 4, -6) на ось вектора $\overline{AB}$, если A(2, -2, 1) и B(3, -1, 0).
4. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a}$ = (-4, 2, 4) и $\overline{b}$ = (6, 2, -3).
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-1, -1, -1), приложенной в точке B(8, -6, -5) относительно точки A(9, -7, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Вычислить площадь треугольника с вершинами A(2, 3, 4), B(1, 0, 6) и C(4, 5, -2).
7. При каком λ векторы $\overline{a}$ = (λ, 2, -3), $\overline{b}$ = (1, -1, 4) и $\overline{c}$ = (1, -2, 3) будут компланарны ???
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(1, 6) и перпендикулярной к прямой, соединяющей точки B(-1, 4) и C(-2, 3).
9. Точка P(0, -1, -2) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

Вариант 7.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (-2, 11) по векторам $\overline{a}$ = (3, 4) и $\overline{b}$ = (1, -1).

2. Вычислить $(\overline{a}-2\overline{b})\cdot(\overline{b}-2\overline{c})$, если $|\overline{a}|$ = 2, $|\overline{b}|$ = 3, $|\overline{c}|$ = 4, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 90^0$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 60^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}$ = (1, -3, 1) на ось вектора $\overline{AB}$, если A(-5, 7, -6) и B(7, -9, 9).
4. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a}$ = (1, 1, 1) и $\overline{b}$ = (2, 2, 2).
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-2, -2, -2), приложенной в точке B(9, -7, 5) относительно точки A(10, -8, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $3\overline{a}-2\overline{b}$ и $2\overline{a}+3\overline{b}$, если $|\overline{a}|$ = 2, $|\overline{b}|$ = 5, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 30^0$.
7. Лежат ли точки A(1, 2, -1), B(0, 1, 5), C(-1, 2, 1) и D(2, 1, 3) в одной плоскости?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(1, 3) и перпендикулярной к прямой, соединяющей точки B(2, -1) и C(-8, 2).
9. Точка P(-2, 1, -2) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

Вариант 8.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (-3, 12) по векторам $\overline{a}$ = (5, 4) и $\overline{b}$ = (1, -1).
2. Найти $(\overline{a}+\overline{b}-\overline{c})^2$, если $|\overline{a}|$ = 2, $|\overline{b}|$ = 3, $|\overline{c}|$ = 4, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 90^0$. $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 60^0$
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}$ = (2, 3, 4) на ось вектора $\overline{AB}$, если A(1, 1, 1) и B(3, 3, 2).
4. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a}$ = (8, 6, 0) и $\overline{b}$ = (1, 0, 0).
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-3, -3, -3), приложенной в точке B(10, -8, 5) относительно точки A(11, -9, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a}-2\overline{b}$ и $3\overline{a}+3\overline{b}$, если $|\overline{a}|$ = 5, $|\overline{b}|$ = 5, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 45^0$.
7. Лежат ли точки A(1, 2, -1), B(0, 1, 5), C(-1, 2, 1) и D(2, 1, 3) в одной плоскости?
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-7, 1) перпендикулярно прямой, соединяющей точки B(0, -2) и C(7, 1).
9. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки:
   а) A(2, 3, -1) и B(-1, 2, 3);
   б) A(0, 1, 2) и B(2, 0, 1).

Вариант 9.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (-4, 13) по векторам $\overline{a}$ = (5, 4) и $\overline{b}$ = (1, -1).
2. Дано $|\overline{a}|$ = 1, $|\overline{b}|$ = 2, $|\overline{c}|$ = 5, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = (\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 60^0$. Найти $(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})\,(2\overline{a}-\overline{b})$.

3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}$ = (1, 2, 3) на ось вектора $\overline{AB}$,
если A(0, 0, 0) и B(4, 4, 2).
4. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a}$ = (2, 1, 3), $\overline{b}$ = (-3, 3, 1).
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-4, -4, -4), приложенной в точке B(11, -9, 5) относительно точки A(12, -10, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Вычислить $(\overline{a},\overline{b})$, если $|\overline{a}|$ = 12, $|\overline{b}|$ = 10, $|[\overline{a},\overline{b}]|$ = 72 и угол $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b})$ – острый.

7.Лежат ли точки A(0, -1, 2), B(-2, 4, 1), C(5, 3, 7) и D(4, 0, 3) в одной плоскости?
8. Найти точку A, симметричную точке B(-2, 1) относительно прямой $3x + 2y - 1 = 0$.
9.Через точки A(0, -1, -2) и B(2, 1, 0) проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

Вариант 10.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (-5, 14) по векторам $\overline{a}$ = (5, 4,) и $\overline{b}$ = (1, -1).
2. Вычислить $(\overline{a} - \overline{b} + \overline{c})^2$, если $|\overline{a}|$ = 1, $|\overline{b}|$ = 2, $|\overline{c}|$ = 5 и $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = (\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = 60^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}$ = (2, 4, 3) на ось вектора $\overline{AB}$,
если A(1, 1, 1) и B(3, 5, 5).
4. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a}$ = (4, 2, 4) и $\overline{b}$ = (3, 4, 0).
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-5, -5, -5), приложенной в точке B(12, -10, 5) относительно точки A(13, -11, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти $(\overline{a},\overline{b})$, если $|\overline{a}|$ = 5, $|\overline{b}|$ = 6, $|[\overline{a},\overline{b}]|$ = 15 и угол $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b})$ – острый.
7. Лежат ли точки A(-1, -1, -1), B(1, -2, -2), C(0, -2, -1) и D(2, -3, -2) в одной плоскости?
8. Найти точку A, симметричную точке B(1, 2) относительно прямой $3x + 5y - 4 = 0$.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A(1, 2, 0) параллельно векторам $\overline{a}$ = (1, -1, 0) и $\overline{b}$ = (0, 4, -2).

Вариант 11.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (3, -1) по векторам $\overline{a}$ = (2, -3) и $\overline{b}$ = (1, 2).
2. Найти угол между векторами $\overline{p} = \overline{a} + 2\overline{b}$ и $\overline{q} = 2\overline{a} - \overline{b}$, если $|\overline{a}|$ = 1, $|\overline{b}|$ = 2 и $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 30^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если A(-2, 3, -4), B(3, 2, 5), C(1, -1, 2) и D(3, 2, -4).
4. Определить при каком α векторы $\overline{a}$ = (2 α, α, 2) и $\overline{b}$ = (2, -3, -1) будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (3, -3, 3), приложенной в точке

B(5, -3, 1) относительно точки A(4, -2, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.

6. Является ли четырехугольник с вершинами в точках $A(2, -1, 3)$, $B(1, 2, -1)$, $C(-4, 7, 5)$ и $D(-5, 10, 1)$ параллелограммом? Если да, то найти его площадь.
7. Лежат ли точки $A(-1, -1, -1)$, $B(-2, 1, -2)$, $C(-1, 0, -2)$ и $D(3, 2, 1)$ в одной плоскости?
8. Определить острый угол между высотой и медианой треугольника ABC, проведенными из вершины A, если координаты вершин известны: $A(-2, 3)$, $B(5, 7)$ и $C(-3, -2)$.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, 2, -1)$ и $B(0, 3, 2)$ параллельно вектору $\overline{a} = (3, 4, 7)$.

Вариант 12.

1. Разложить вектор $\overline{C} = (4, 1)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
2. Вычислить $(2\overline{a} - 5\overline{b})^2$, если $|\overline{a}| = 11$, $|\overline{b}| = 2$ и $(\overline{a}\hat{}\overline{b}) = 90^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$, $C(0, 1, 2)$ и $D(2, 3, 1)$.
4. Определить при каком α векторы $\overline{a} = (\alpha, -3\alpha, 1)$ и $\overline{b} = (1, 2, -10)$ будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F} = (4, -4, 4)$, приложенной в точке $B(6, -4, 1)$ относительно точки $A(5, -3, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Вычислить синус угла между векторами $\overline{a} = (2, 3, -1)$ и $\overline{b}(1, 2, 3)$.
7. Лежат ли точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 1)$, $C(3, 1, -1)$ и $D(4, -2, -2)$ в одной плоскости?

8 Определить острый угол между высотой и медианой треугольника ABC, проведенными из вершины A, если координаты вершин известны: $A(-1, 1)$, $B(6, 5)$ и $C(-2, -4)$.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4, 3, 2)$ и $B(2, 1, -1)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{2+1}{-1}$

Вариант 13.

1. Разложить вектор $\overline{c} = (5, 3)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
2. Вычислить $(3\overline{a} - 2\overline{b}) * (\overline{b} + 3\overline{c})$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 5$, $|\overline{c}| = 8$, $(\overline{a}\hat{}\overline{b}) = 90^0$, $(\overline{a}\hat{}\overline{c}) = (\overline{b}\hat{}\overline{c}) = 60^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$, на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(1, 2, 3)$, $B(3, 5, 0)$, $C(2, 3, 4)$ и $D(3, 4, 5)$.
4. Определить, при каком α векторы $\overline{a} = (2\alpha, 3, 2)$ и $\overline{b} = (1, 2, -3\alpha)$ будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F} = (5, -5, 5)$, приложенной в точке $B(7, -5, 1)$ относительно точки $A(6, -4, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{p} = 3\overline{a} + 2\overline{b}$ и $\overline{q} = 2\overline{a} - 3\overline{b}$, если $|\overline{a}| = 5$, $|\overline{b}| = 2$ и $(\overline{a}\hat{}\overline{b}) = 60^0$.
7. При каком значении x точки $M(x, 0, 0)$, $A(5, 2, 1)$, $B(3, -1, 2)$ и $C(2, 0, 1)$ будут лежать в одной плоскости?

8.Определить острый угол между медианой и высотой треугольника ABC, проведенными из вершины A, если координаты вершин известны: $A(-3, 5)$, B(4, 9) и $C(-4, 0)$.

9. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: $3x - z - 4 = 0$ и $x + y - 2z + 1 = 0$.

Вариант 14.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (6, 5) по векторам $\overline{a}$ = (-2, -3) и $\overline{b}$ = (1, 2).

2. Найти угол между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$, $(\overline{a} - \overline{b})^2 + (\overline{a} + 2\overline{b})^2 = 20$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если
A(2, 3, 4), *B*(0, 0, 0), *C*(2, 1, 1) и *D*(2, 3, 1).

4. Определить, при каком α векторы $\overline{a}$ = (1, 3α, 2) и $\overline{b}$ = (2, 3α, -3)
будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (5, -6, 6), приложенной в точке *B*(8, -6, 1) относительно точки *A*(7, -5, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти координаты вектора $\overline{C}$, если он перпендикулярен к векторам $\overline{a}$ = (0, 1, 2) и $\overline{b}$(2, 0, 1), образует тупой угол с осью *OX* и $|\overline{c}| = \sqrt{7}$.
7. При каком значении x точки *M*(x, 0, 0), *A*(1, 1, 0), *B*(0, 1, 1) и *C*(1, 0, 1) будут лежать в одной плоскости?
8. В треугольнике *ABC* найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы *BK*, если известны координаты вершин: *A*(5, 6), *B*(-2, 2) и *C*(-3, -3).
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *A*(-1, 0, 2) и *B*(3, 2, 5) параллельно оси *OZ*.

Вариант 15.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (7, 7) по векторам $\overline{a}$ = (2, -3) и $\overline{b}$ = (1, 2).
2. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 3$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 45^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если *A*(2, 3, 5), *B*(1, 1, 1), *C*(2, 3, 0) и *D*(1, 2, 3).
4. Определить, при каком α векторы $\overline{a}$ = (α -4, α, 4) и $\overline{b}$ = (α, -1, 1) будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (7, -7, 7), приложенной в точке *B*(9, -7, 1) относительно точки *A*(8, -6, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Определить α из условия, что площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ = (1, α, 1) и $\overline{b}$ = (2, 1, 0), равна $\sqrt{6}$.
7. При каком значении x точки *M*(x, 0, 0), *A*(1, 1, 1), *B*(2, 1, 0) и *C*(1, 0, 2) лежать в одной плоскости?
8. В треугольнике *ABC* найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы *BK*, если известны координаты вершин треугольника: *A*(6, 4), *B*(-1, 0) и *C*(-2, -5).
9. Составить параметрические и канонические уравнение прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: $x + 4y - 7z + 8 = 0$ и $5x + 2y - 5z - 2 = 0$

Вариант 16.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (8, 9) по векторам $\overline{a}$ = (2, -3) и $\overline{b}$ = (1, 2).
2. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\overline{p} = 2\overline{a} - \overline{b}$ и $\overline{q} = \overline{a} + \overline{b}$ как на сторонах, если $\overline{a}$ и $\overline{b}$ – единичные векторы и $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 60^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(2, 3, 3)$, $B(2, 1, 1)$, $C(7, 3, 4)$ и $D(1, 1, 1)$.
4. Определить, при каком α векторы $\overline{a} = (2\alpha, 4\alpha, 1)$ и $\overline{b}(2, 4, 2)$ будут взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (8, -8, 8), приложенной в точке $B(10, -8, 1)$ относительно точки $A(9, -7, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти координаты вектора $\overline{C}$, если он перпендикулярен к векторам $\overline{a}$ = (1, -2, 3) и $\overline{b}(2, 1, 1)$, образует острый угол с осью OZ и $|\overline{c}| = 2$.
7. При каком значении x точки $M(x, 0, 0)$, $A(2, 1, 1)$, $B(2, 2, 0)$ и $C(2, 0, 2)$ будут лежать в одной плоскости?
8. В треугольнике ABC найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы BK, если известны координаты вершин треугольника: $A(4, 8)$, $B(-3, 4)$ и $C(-4, 1)$.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5, 3, 1)$ и $B(1, 1, 2)$ параллельно оси OZ.

Вариант 17.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (9, 11) по векторам $\overline{a}$ = (2, -3) и $\overline{b}$ = (1, 2).
2. Найти угол между единичными векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если векторы $\overline{p} = 2\overline{a} + \overline{b}$ и $\overline{q} = \overline{a} - 3\overline{b}$ взаимно перпендикулярны.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 1)$, $C(0, -1, 2)$ и $D(2, 0, 3)$.
4. Найти координаты вектора $\overline{C}$, если он коллинеарен вектору $\overline{a}$ = (0, 3, 4), образует тупой угол с осью OZ и $|\overline{c}| = 50$.
5. Найти моменты силы $\overline{F}$ = (-2, 2, -2), приложенной в точке $B(11, -9, 1)$ относительно точки $A(10, -8, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Определить α из условия, что площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ = (3, 0, 1) и $\overline{b} = (\alpha, 2, 2)$, равна $\sqrt{76}$.
7. При каком значении x точки $M(x, 0, 0)$, A(2, 2, 2), B(3, 0, 3) и $C(0, 4, 2)$ будут лежать в одной плоскости?
8. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(-5, -2)$, $B(-4, 3)$ и $C(3, 7)$. Составить уравнение высоты BK и определить острый угол между этой высотой и стороной BC.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку $A(2, -1, 6)$.

Вариант 18.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (10, 13) по векторам $\overline{a}$ = (2, -3) и $\overline{b}$ = (1, 2).

2. Найти углы между векторами $\overline{a}$ и $\overline{p}$ и $\overline{p}$ и $\overline{b}$, если $\overline{a}$ и $\overline{b}$ - единичные векторы, $\overline{p} = 2\overline{a} - \overline{b}$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{b}) = 120^0$.
3. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(4, 8, -5)$, $B(8, 8, 10)$, $C(1, 3, 1)$, $D(2, 0, 2)$.
4. Найти координаты вектора $\overline{C}$, если он коллинеарен вектору $\overline{a} = (-2, -2, 1)$, образует острый угол с осью OY и $|\overline{c}| = 27$.
5. Найти момент силы $\overline{F} = (-3, 3, -3)$, приложенной в точке $B(12, -10, 1)$ относительно точки $A(11, -9, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти координаты вектора $\overline{C}$, если он образует острый угол с осью ОX, перпендикулярен векторам $\overline{a} = (0, 0, 1)$, $\overline{b} = (8, -15, 3)$ и $|\overline{c}| = 51$.
7. При каком значении x точки $M(x, 0, 0)$, $A(1, 2, 2)$, $B(3, 2, 0)$ и $C(2, 0, 3)$ лежат в одной плоскости ?
8. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(-4, -4)$, $B(-3,1)$, и $C(4, 5)$. Составить уравнение высоты BK и определить острый угол между этой высотой и стороной BC.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку $A(-1, 3, -3)$.

Вариант 19.

1. Разложить вектор $\overline{C} = (11, 15)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
2. Найти длину вектора $\overline{p} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{b}) = (\overline{c}\hat{\ }\overline{b}) = 90^0$ и $(\overline{c}\hat{\ }\overline{a}) = 60^0$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 60^0$, $\beta = 120^0$, $\gamma > 90^0$, если $A(3, -4, -2)$, $B(2, 5, -2)$.
4. Доказать, что векторы $\overline{a} = 3\overline{i} + 4\overline{j} + 7\overline{k}$ и $\overline{b} = 2\overline{i} - 5\overline{j} + 2\overline{k}$ взаимно перпендикулярны.
5. Найти момент силы $\overline{F} = (-4, 4, -4)$, приложенной в точке $B(13, -11, 1)$ относительно точки $A(12, -10, 3)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. В треугольнике с вершинами $A(2, -1, 6)$, $B(3, 0, 5)$ и $C(5, 2, 6)$ найти длину высоты AM.
7. Можно ли векторы $\overline{a} = (1, 0, 2)$, $\overline{b} = (-1, 1, 0)$ и $\overline{c} = (1, -1, 2)$ взять за базисные в трехмерном пространстве?
8. В треугольник ABC известны координаты вершин: $A(-6, 0)$, $B(-5, 5)$ и $C(2, 9)$. Составить уравнение высоты BK и определить острый угол между этой высотой и стороной BC.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку $A(1, 4, 3)$.

Вариант 20.

1. Разложить вектор $\overline{C} = (12, 17)$ и по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
2. Найти длину вектора $\overline{p} = \overline{a} - \overline{b} + \overline{c}$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $(\overline{a}\hat{\ }\overline{b}) = (\overline{b}\hat{\ }\overline{c}) = 90^0$ и $(\overline{c}\hat{\ }\overline{a}) = 60^0$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 60^0$, $\beta = 120^0$, $\gamma \leq 90^0$, если $A(1, 2, 3)$ и $B(3, 4, 1)$.
4. Найти вектор $\overline{C}$, если он коллинеарен вектору $\overline{a} = (2, 1, -1)$ и $(\overline{ca}) = 3$.

5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (-5, 5, -5), приложенной в точке B(14, -12, 1) относительно точки A(13, -11, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Определить α из условия, что площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ = (2, -1, 2) и $\overline{b}$ = (1, α, -1), равна $3\sqrt{2}$.
7. Можно ли векторы $\overline{a}$(-1, 1, 0), $\overline{b}$(1, -1, 1) и $\overline{c}$(0, 2, 1) взять за базисные в трехмерном пространстве?
8. В треугольнике ABC известны координаты вершин: A(-3, 5), B(4, 9) и C(-4, 0). Составить уравнение высоты BK и определить острый угол между этой высотой и стороной BC.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку A(-1, 0, -3).

Вариант 21.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (5, -3) по векторам $\overline{A}$ = (2, -1) и $\overline{B}$ = (3, -2).
2. Найти длину вектора $\overline{p} = \overline{a} + \overline{b} - \overline{c}$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 90^0$ и $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = 60^0$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 45^0$, $\beta = 45^0$, $\gamma \le 90^0$, если A(2, 3, 1) и B(1, 0, 3).
4. Найти проекцию вектора $\overline{a}$ = (1, 3, 5) на ось, составляющую с координатными осями равные острые углы.
5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (3, 3, -3), приложенной в точке B(0, 1, 2) относительно точки A(2, -1, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.
6. Найти координаты вектора $\overline{C}$, если он составляет тупой угол с осью OY, перпендикулярен к векторам $\overline{a}$ = (4, -2, -3), $\overline{b}$ = (0, 1, 3), $|\overline{c}| = 26$.
7. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A(2, -1, 1),B(5, 5, 4), C(3, 2, -1) и D(4, 1, 3).
8. В треугольнике ABC известны координаты вершин: A(2, -5), B(1, -3), C(4, 1). Найти угол BAC и составить уравнение средней линии, параллельной стороне BC.
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(1, 4, 1), B(2, 3, -1) и C(0, -1, 0).

Вариант 22.

1. Разложить вектор $\overline{c}$ = (7, -4) по векторам $\overline{a}$ = (-2, 1) и $\overline{b}$ = (3, -2).
2. Найти длину вектора $\overline{p} = \overline{b} - \overline{a} + \overline{c}$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = (\overline{b}\,\hat{}\,\overline{c}) = 90^0$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c}) = 60^0$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 45^0$, $\beta = 45^0$, $\gamma \le 90^0$, если A(3, 0, 1), и B(2, 5, 4).
4. Вычислить $\text{Пр}_{\overline{c}}(3\overline{a} - 2\overline{b})$, если $\overline{a}$ = (-2, 1, 1), $\overline{b} = \overline{i} + 5\overline{j}$, $\overline{c} = (4, 4, -2)$.

5. Найти момент силы $\overline{F}$ = (4, 4, -4), приложенной в точке B(1, 0, 2) относительно точки A(3, -2, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{\mathrm{F}}$.

6. При каких α и β вектор $\bar{c} = \alpha\bar{i} + 3\bar{j} + \beta\bar{k}$, будет коллинеарен вектору $[[\bar{\mathrm{a}}, \bar{\mathrm{b}}]]$, если $\bar{\mathrm{a}}$ = (3, -1, 1) и $\bar{\mathrm{b}}$ = (1, 2, 0)?

7. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A(1, 2, 3), B(6, 0, 0), C(1, 4, 9) и D(1, 8, 3).

8. В треугольнике ABC известны координаты вершин: A(-4, -4), B(-3, 1) и C(4, 5). Найти угол ABC и составить уравнение средней линии, параллельной стороне BC.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(-1, 0, 1) и B(2, 3, 4) параллельно оси OZ.

Вариант 23.

1. Разложить вектор $\bar{c} = (9, -5)$ по векторам $\bar{a} = (-2, 1)$ и $\bar{b} = (3, -2)$.

2. Найти угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 1$ и векторы $\bar{a} + 3\bar{b}$ и $7\bar{a} - 5\bar{b}$ перпендикулярны.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 90^0$, $\beta = 45^0$, $\gamma > 90^0$, если A(2, 0, 0) и B(1, 5, 4).

4. Найти модуль вектора $\bar{p} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$, если $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 3$, $|\bar{c}| = 4$, $(\bar{a}\hat{}\bar{b}) = (\bar{a}\hat{}\bar{c}) = 60^0$, $(\bar{b}\hat{}\bar{c}) = 90^0$.

5. Найти момент силы $\bar{F} = (5, 5, -5)$, приложенной в точке B(2, -1, 2) относительно точки A(4, -3, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\bar{F}$.

6. Найти проекцию вектора $\bar{p} = \bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$ на вектор $[[\bar{a}, \bar{b}]]$, где $\bar{a} = \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = -\bar{j} + 5\bar{k}$.

7.Вычислить обьем пирамиды с вершинами в точках A(2, 1, 3), B(4, -2, 0), C(1, 3, -8) и D(7, 5, 2).

8. В треугольнике ABC с вершинами A(1, -3), B(0, -1) и C(3, 3) найти угол BAC и составить уравнение средней линии, параллельной стороне BC.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(1, 2, 0), B(2, 5, 0) и C(0, 3, 2).

Вариант 24.

1. Разложить вектор $\overline{C}$ = (11, -6) по векторам $\bar{a}$ = (-2, 1) и $\bar{b}$ = (3, -2).

2. Вычислить длину вектора $\bar{p} + 2\bar{q}$, если $\bar{p} = \bar{a} - \bar{b}$, $\bar{q} = \bar{a} + 2\bar{b}$,

$|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 3$ и $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 120^0$.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с осями координат углы α, β и γ, если $A(1, 1, 1)$, $B(1, 3, 5)$.
   $\alpha = \beta$, $\beta > 90^0$, $\gamma = 90^0$.

4. Найти наименьший внутренний угол треугольника с вершинами в точках $A(-1, 3, 1)$, $B(0, 2, -3)$ и $C(3, -1, 0)$.

5. Найти момент силы $\overline{F} = (6, 6, -6)$, приложенной в точке $B(3, -2, 2)$ относительно точки $A(5, -4, -2)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.

6. Найти проекцию вектора $\overline{p} = \overline{b} - 2\overline{a}$ на вектор $\overline{q} = [[\overline{c}, \overline{b}]]$, если
   $\overline{a} = (2, 1, -1)$, $\overline{b} = (2, -1, 3)$ и $\overline{c} = (3, -1, 2)$.

7. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках $A(1, 1, 1)$, $B(4, 4, -2)$, $C(2, 0, 2)$ и $D(0, 2, 2)$.
8. В треугольнике ABC известны координаты двух вершин $A(2, -2)$ $B(3, -1)$ и точка пересечения медиан $E(1, 0)$. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины С.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0, -1, 0)$, $B(2, 1, -2)$, и $C(1, 4, 1)$.

Вариант 25.

1. Разложить вектор $\overline{c} = (13, -7)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.

2. Вычислить длину диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 5$, $(\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}) = 45^0$.

3. Показать, что точки $A(1, 3, -1)$, $B(2, 0, 3)$, $C(4, -1, 5)$ и $D(3, 2, 1)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию одной из диагоналей на большую сторону параллелограмма.

4. Длина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC равна C. Вычислить $\overline{AB}\,\overline{BC} + \overline{BC}\,\overline{BA} + \overline{CA}\,\overline{CB}$.

5. Найти момент силы $\overline{F} = (7, 7, -7)$, приложенной в точке $B(4, -3, 2)$ относительно точки $A(6, -5, -2)$, а также модуль и направляющие косинусы вектора силы $\overline{F}$.

6. Треугольник ABC построен на векторах $\overline{AB} = 3\overline{a} - 4\overline{b}$ и $\overline{BC} = \overline{a} + 5\overline{b}$. Найти длину высоты CK, если векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ взаимно перпендикулярны и по модулю равны 1.

7. Найти координаты вершины D тетраэдра, если известно, что она лежит на оси OX, объем тетраэдра равен 3, $A(5, 0, 3)$, $B(3, 3, -2)$ и $C(4, 2, 2)$.

8. В треугольнике ABC известны координаты двух вершин $A(3, -4)$, $B(4, -3)$ и точки пересечения медиан $E(2, -2)$. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины C.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0, 3, 2)$, $B(1, 0, -1)$ и $C(1, 5, -1)$.

Вариант 1.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;2), B(-1;3),C(-4;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

6) уравнение стороны AD;
7) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
8) длину высоты BK;
9) уравнение диагонали BD;
10) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(1;2;3), B(-1;3;5), C(2;0;4), D(3;-1;2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение второго порядка $2x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 2 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую, определяемую этим уравнением.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 3\varphi$.

Требуется:

5) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
6) построить полученные точки;
7) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
8) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ x \le y \le 2x \end{cases}$;

2) $\begin{cases} y \le \sqrt{9 - x^2} \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$

Вариант 2.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-1;2), B(1;-3),C(4;0). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;

5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(1;-2;3), B(2;0;5), C(-1;3;4), D(-2;1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2 - 4y^2 + 6x + 4y - 8 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 4cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y - x \leq 0 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x \leq \sqrt{4 - y^2} \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$

Вариант 3.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;2), B(2;3),C(-1;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-3;2;1), B(0;-3;-1), C(2;0;-2), D(2;-1;5). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) канонические уравнения прямой AD;
4) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
5) косинус угла между прямой AD и прямой $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = -t + 1 \\ z = 3t + 5 \end{cases}$;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4y^2 - 2x + 8y - 1 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 3\sin 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq 2x - 1 \end{cases}$;

2) $\sqrt{9-(x-3)^2} \leq y \leq \sqrt{36 - x^2}$

Вариант 4.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(3;-2), B(-4;3),C(-1;6). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-2;0;3), B(-1;5;2), C(2;1;4), D(3;-1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) координаты точки пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $3x^2 + 2y^2 + 6x - 8y + 5 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 2\sin\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x \leq y \leq 2x + 1 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x \leq \sqrt{4 - y^2} \\ x \geq 0,\ y \leq 0 \end{cases}$

Вариант 5.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;-2), B(1;0),C(-1;5). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(0;3;2), B(-1;2;-2), C(1;2;4), D(-1;-1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) косинус угла между плоскостью $2x-3y+z-4=0$ и плоскостью ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $9x^2-16y^2+18x+32y-32=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2=\cos 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1\le x\le 2 \\ 2x\le y\le 3x+1 \end{cases}$;

2) $-\sqrt{4-y^2}\le x\le 0$.

Вариант 6.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-2;2), B(1;-3),C(5;0). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(2;2;-1), B(-3;1;0), C(1;2;1), D(2;0;-3). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) координаты нормального вектора плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $5x^2+10x-y=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2=\sin 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1\le x\le 2 \\ -x\le y\le x+1 \end{cases}$;

2) $-\sqrt{4-x^2}\le y\le -x^2$.

Вариант 7.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;2), B(-2;1),C(-4;-5). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(3;2;1), B(-1;0;-2), C(2;1;3), D(3;-1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AD;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2+9y^2-4x+6y-31=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=3(1-\cos\varphi)$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 0\le x\le 2 \\ 0\le y\le x \end{cases}$;

2) $(x-1)^2\le y\le 4-(x-1)^2$.

Вариант 8.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;-2), B(-2;3),C(5;7). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-3;-2;2), B(-1;-3;1), C(-2;0;1), D(1;-1;4). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) канонические уравнения прямой AB;
4) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
5) косинус угла между прямой AB и прямой $\begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = -t + 10 \\ z = 2t - 5 \end{cases}$;
6) координаты точки пересечения прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2 - 9y^2 - 8x - 6y + 39 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = -2\sin\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\sqrt{x} \le y \le 2x - 1$;
2) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le x^2 \end{cases}$.

Вариант 9.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;-2), B(3;-3),C(7;2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(0;3;-1), B(-1;-2;5), C(1;0;-4), D(-3;-1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;

5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $3y^2+2x-6y+1=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=1+\cos 2\varphi$.
Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 0\le x\le 1 \\ -x^2\le y\le x^2 \end{cases}$;
2) $1-\sqrt{4-y^2}\le x\le 1$.

Вариант 10.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-1;-2), B(5;3),C(0;6). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-2;5;3), B(0;3;-1), C(2;2;4), D(3;1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) косинус угла между плоскостью $2x+3y-4z+5=0$ и плоскостью ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2+25y^2-4x+10y-11=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2=4\sin 2\varphi$.
Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ x \le y \le 2x+3 \end{cases}$;

2) $3-\sqrt{4-x^2} \le y \le 3$.

Вариант 11.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(5;3), B(2;1),C(3;-5). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(2;-3;-2), B(-1;3;0), C(-2;0;1), D(4;-1;3). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AD;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $9x^2-4y^2-36x-4y-1=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=\frac{1}{2}\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ -x \le y \le 0 \end{cases}$;

2) $0 \le x \le \sqrt{9-(y+1)^2}$.

Вариант 12.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-2), B(1;4),C(-3;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-3;1;-2), B(1;2;3), C(2;1;-3), D(0;-1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;

3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) координаты точки пересечения прямой $\frac{x}{2}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $5y^2-x-10y+1=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=\cos^2\varphi$.
Требуется:
1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами
1) $\begin{cases}1\le x\le 2\\ x\le y\le 5\end{cases}$;
2) $1\le y\le 1+\sqrt{9-(x-1)^2}$.

Вариант 13.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;1), B(4;-2),C(0;-5). Не находя координаты вершины D, найти:
1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-1;3;-1), B(2;0;5), C(2;3;4), D(5;-1;-2). Найти:
1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) канонические уравнения прямой AB;
4) координаты направляющего вектора прямой AB;
5) косинус угла между прямой AB и прямой $\begin{cases}x=-t+2\\ y=2t-7\\ z=t+5\end{cases}$;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2+2y^2-4x+8y-16=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2=4\cos 2\varphi$.
Требуется:
1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;

3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le y \le 2 \\ 2y \le x \le 3y+1 \end{cases}$;

2) $-\sqrt{4-x^2} \le y \le 1+\sqrt{4-x^2}$.

Вариант 14.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;0), B(1;-2),C(4;5). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(3;-2;-1), B(0;3;2), C(1;-1;-2), D(3;2;-5). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2-16y^2+8x+16y-13=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 1+2\sin\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 0 \le y \le 1 \\ -y \le x \le y \end{cases}$;

2) $4 \le y \le 4+\sqrt{9-(x-1)^2}$.

Вариант 15.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(3;-3), B(-4;3),C(1;6). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(2;1;-3), B(-1;-3;2), C(-2;1;1), D(3;0;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) косинус угла между плоскостью $x+2y-3z-4=0$ и плоскостью ABC;
4) канонические уравнения прямой AD;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $2x^2+8x-y=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=2+\sin\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1\le y\le 2 \\ 0\le x\le y \end{cases}$;
2) $x^2\le y\le\sqrt{1-x^2}$.

Вариант 16.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(3;-2), B(1;-1),C(0;5). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(0;-3;2), B(1;2;-1), C(1;-2;4), D(1;1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) координаты точки пересечения прямой $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2+4y^2-x+8y-4{,}75=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=-2\cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;

3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le y \le 2 \\ y \le x \le 2y+3 \end{cases}$;

2) $\sqrt{x} \le y \le \sqrt{1-x^2}$.

Вариант 17.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-1;1), B(1;3),C(5;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-2;2;1), B(-3;-1;0), C(1;-2;-3), D(2;0;3). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) координаты направляющего вектора прямой $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{5} = \dfrac{z}{-4}$;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $25x^2 - 16y^2 - 10x - 8y + 36 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2 = -\sin 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\dfrac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ 2 \le y \le 5 \end{cases}$;

2) $-3 \le x \le -3 + \sqrt{9-y^2}$.

Вариант 18.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-1;-1), B(-2;1),C(3;2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;

4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-2;2;5), B(-1;2;1), C(-3;3;1), D(-1;4;3). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) канонические уравнения прямой AB;
4) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
5) косинус угла между прямой AB и прямой $\begin{cases} x = 5t - 2 \\ y = 3t + 1 \\ z = t + 25 \end{cases}$;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2 - 6x + 9y = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 2 + 3\cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le \sqrt{x} \end{cases}$;
2) $\sqrt{1-(x-1)^2} \le y \le \sqrt{4-x^2}, \quad x \ge 0$.

Вариант 19.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;-2), B(-2;3),C(3;1). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-3;1;3), B(-4;2;-1), C(-2;1;-1), D(-2;3;1). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AD;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2 + 9y^2 - 24x + 9y + 2{,}25 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 3 + 2\cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 2 \\ -x \le y \le 2 \end{cases}$;
2) $\sqrt{1-(x+1)^2} \le y \le \sqrt{4-x^2}, \quad x \le 0$.

Вариант 20.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-2), B(3;1),C(-1;2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(2;1;4), B(0;0;2), C(1;-1;6), D(2;-1;2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) косинус угла между плоскостью $3x - 2y - z + 4 = 0$ и плоскостью ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) координаты точки пересечения прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $16x^2 - 9y^2 + 32x + 18y - 32 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2 = 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le y \le 2 \\ -1 \le x \le y \end{cases}$;
2) $0 \le x \le \sqrt{1-(y+1)^2}$.

Вариант 21.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;0), B(4;-2),C(6;2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(1;3;4), B(1;1;2), C(-1;2;2), D(0;1;6). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $3y^2 - x + 6y + 5 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2 = \frac{1}{4}\sin 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 0 \le y \le 1 \\ 0 \le x \le \sqrt{y} \end{cases}$;
2) $-\sqrt{4-(x-3)^2} \le y \le 0$.

Вариант 22.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-1), B(-2;-3),C(-1;3). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(2;0;3), B(1;1;7), C(0;1;3), D(2;-2;5). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2+25y^2-4x+50y-35=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 4-\sin\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ x \le y \le 3x+5 \end{cases}$;

2) $(x+1)^2 \le y \le 4-(x+1)^2$.

Вариант 23.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;3), B(0;2),C(-1;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-1;-2;-1), B(-3;-2;1), C(-1;0;3), D(-3;1;5). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) канонические уравнения прямой AD;
4) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
5) косинус угла между прямой AD и прямой $\begin{cases} x = 3t-2 \\ y = 2t+1 \\ z = -2t-1 \end{cases}$;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2-36y^2-x-72y-51{,}75=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 4+\cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ \sin x \le y \le 1 \end{cases}$;

2) $1 - \sqrt{9-(x+2)^2} \le y \le 1.$

Вариант 24.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;-1), B(-1;2),C(3;3). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-2;5;-3), B(2;-3;1), C(2;-2;-4), D(-3;1;2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) координаты точки пересечения прямой $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $2y^2 - 4y - x - 1 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 9\sin^2\varphi$.
Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\dfrac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ 3 \le y \le 5 \end{cases}$;

2) $-1 - \sqrt{4 - y^2} \le x \le -1.$

Вариант 25.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(5;3), B(3;5),C(-1;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(1;3;0), B(-2;1;4), C(2;0;1), D(4;-1;5). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;

2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) косинус угла между плоскостью $4x+3y-2z-4=0$ и плоскостью ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $9x^2+4y^2-36x-4y-41=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1\le x\le 2 \\ 0\le y\le \sqrt{x-1} \end{cases}$;
2) $1-\sqrt{9-y^2}\le x\le 1$.

Вариант 26.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;3), B(1;-1),C(-4;1). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-1;5;-2), B(1;2;2), C(2;4;-3), D(0;1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $36x^2-y^2-36x-2y-1=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2=9\cos 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 0 \\ x^2 \le y \le -2x+1 \end{cases}$;

2) $3-\sqrt{4-x^2} \le y \le 3$.

Вариант 27.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;1), B(4;2),C(2;-3). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-1;2;0), B(2;1;5), C(3;3;-4), D(3;-1;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AD;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD;
6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2+4x+y+3=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho=-3\cos 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le x^2 \end{cases}$;

2) $2 \le y \le 2+\sqrt{25-(x-1)^2}$.

Вариант 28.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;-1), B(2;2),C(4;-1). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(-3;0;-1), B(0;3;2), C(-1;1;-2), D(3;2;-4). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;

2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) канонические уравнения прямой AB;
4) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
5) косинус угла между прямой AB и прямой $\begin{cases} x = -2t - 2 \\ y = 5t - 3 \\ z = t + 15 \end{cases}$;
6) координаты точки пересечения прямой $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ и плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $4x^2 - 16y^2 + 8x + 16y - 13 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 1 + \sin 2\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ x^2 \le y \le 1 \end{cases}$;
2) $-2 \le y \le -2 + \sqrt{25 - (x+1)^2}$.

Вариант 29.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-5), B(-4;1),C(1;3). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(2;1;0), B(-1;3;2), C(2;-3;1), D(-3;0;-2). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) расстояние от точки D до плоскости ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $2y^2 + 3x - 2y - 2{,}5 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho^2 = 4\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le |x| \end{cases}$;
2) $1 - \sqrt{16 - x^2} \le y \le 1$.

Вариант 30.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(3;-4), B(-1;-1),C(4;2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Даны точки A(5;-3;2), B(3;2;-1), C(4;-2;1), D(3;1;0). Найти:

1) общее уравнение плоскости ABC;
2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
3) косинус угла между плоскостью $3x - 5y + 2z - 4 = 0$ и плоскостью ABC;
4) канонические уравнения прямой AB;
5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
6) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости ABC.

Задача 3. Уравнение кривой второго порядка $x^2 + 36y^2 - 6x + 72y + 36 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Задача 4. Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 3 + 4\cos\varphi$.
Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

Задача 5. Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ |x| \le y \le 4 - x^2 \end{cases}$;
2) $1 \le y \le 1 + \sqrt{16 - (x-2)^2}$.

4. КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Отметка «**отлично**»—задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Отметка «**хорошо**»—задание выполнено правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

Отметка «**удовлетворительно**»—задание выполнено правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка.

Отметка «**неудовлетворительно**»— допущены две (и более) грубые ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя или задание не решено полностью.

5. ЛИТЕРАТУРА

а) основная литература (библиотека СГАУ)

1. **Шипачев, В. С.** Курс высшей математики : учебник для вузов / Под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., испр. - М. : ОНИКС, 2007. - 600 с. : ил.
2. **Шипачев, В. С**.. Высшая математика : учебник / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 479 с. - ISBN 5-06-003959-5
3. **Пантелеев, А. В**. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 3-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 544 с. - (Прикладная математика для втузов). - ISBN 978-5-06-004137
4. **Виленкин , И. В**. Высшая математика: линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебное пособие / И. В. Виленкин , В. М. Гробер. - 6-е изд. - Ростов н/Д. : Феникс, 2011. - 414 с. : ил. - (Высшее образование). -ISBN 978-5-222-18236-9
5. **Хвалько Т. А.** Высшая математика (решение типовых задач. Часть 1.) / Хвалько Т. А. - Балашов : [б. и.], 2009. - (учебное пособие для студентов 1 курса инженерно-технических специальностей). - Б. ц.

6. **Шипачев, В. С**. Задачник по высшей математике : учебное пособие / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 304 с. : ил. - ISBN978-5-06-003575-9 : 369.60 р.

7. **Тыртышников, Е. Е**. Матричный анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Е. Е. Тыртышников. - М. : Физматлит, 2007. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0778-5

8. **Самарский, А. А.** Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 288 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0602-9

б) дополнительная литература

1. **Красс, М. С**. Математика для экономистов : учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с. - (Учебное пособие). - ISBN 978-5-94723-672-9

2. **Камышова, Г. Н**. Математический анализ : учебное пособие / Г. Н. Камышова, С. В. Чумакова, Н. Н. Терехова ; ФГБОУ ВПО СГАУ. - Саратов : Научная книга, 2012. - 87 с. - ISBN 978-5-97-58-14-30-2

3. **Кириллова, Т. В.** Математические методы в экономике : учебное пособие / Т. В. Кириллова, И. С. Вельдяева, Н. А. Цолан. - Саратов : ФГБОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2012. - 51 с.

4. **Баранова, Е. К**. Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям 550000 "Технические науки", 650000 "Техника и технологии" / Е. К. Баранова. - 2-е изд. - СПб. : Питер, 2013. - 400 с. : ил. - ISBN 978-5-496-00012-3

5. **Хучраева, Т. С**. Высшая математика : учебное пособие / Т. С. Хучраева, А. А. Смоленинов, Т. В. Кириллова. - Саратов : ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2008. - 156 с. - ISBN 978-5-7011-0559-9

6. **Степанов, В. В** Математика : сб. заданий и упражнений для вып. контрольных работ студ. инженерно-тех. спец. с.-х. вузов / сост. В. В. Степанов , В. Н. Опрышко, Ю. В. Лажаунинкас. - Саратов : ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2010. - 128 с.

7. **Степанов, В. В**. Математика [Текст] : сборник заданий и упражнений / В. В. Степанов, В.Н. Опрышко, Ю.В.Лажаунинкас; ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ" . - Саратов : [б. и.], 2010. - 128 с. - ISBN 978-5-91879-060-1

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:Rambler, Yandex, Google:

- www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
- http://en.wikipedia.ru – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
- http://mathworld.wolfram.com – краткие энциклопедические статьи по математике,
- http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk – статьи по истории математики.
- Электронная библиотека СГАУ- http://library.sgau.ru