Приложение 4

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Методические указания и задания
для выполнения типового расчета
по курсу «Математическая статистика»

для студентов 2 курса

Направление подготовки
19.03.02 Продукты питания из растительного сырья

Профиль подготовки
Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий

Саратов 2016

Теория вероятностей: методические указания и задания для выполнения типового расчета по курсу «Математическая статистика» направления подготовки 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья / сост. Н.В. Дьяконова //ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ».- Саратов, 2016.-

Методические указания и задания для выполнения типового расчета по дисциплине «Математическая статистика» составлены в соответствии с программой и предназначены для студентов направления подготовки 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья. Они содержат рекомендации, примеры и задания к выполнению типового расчета. Позволяют студентам освоить основные методы теории вероятностей, необходимые для анализа процессов и явлений в ходе поиска оптимальных решений практических задач. Обоснованием математической статистики является теория вероятностей, изучающая закономерности случайных явлений. Знание закономерностей, которым подчиняются массовые случайные события, позволяет предвидеть, как эти события будут протекать.

Объем и характер типового задания соответствует рабочей программе по высшей математике и предназначен для лучшего усвоения студентами курса высшая математика и интенсификации самостоятельных занятий.

Типовой расчет содержит 30 вариантов по 14 задач в каждом и предназначен для студентов данного направления, изучающих теорию вероятности и математическую статистику в рамках общего курса высшей математики.

В данном пособии представлена также необходимая для выполнения типового расчета теоретическая информация и примеры ее применения.

В конце приводится список литературы, которую можно порекомендовать студентам для изучения данного раздела математики.

Содержание

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Типовой расчет «Теория вероятностей» содержит 14 заданий. Первые четыре задания носят комбинаторный характер; следующее задание связано с непосредственным вычислением вероятности и с применением формул сложения и умножения; задание 7 – геометрическая вероятность; 8 задача связана с применением формулы полной вероятности и формулы Байеса; 9-11 задачи связаны с повторными независимыми испытаниями, три оставшиеся задачи посвящены случайным величинам, законам распределения случайных величин и их числовым характеристикам. Задания контрольной работы охватывают следующие разделы теории вероятностей:

- комбинаторика;
- непосредственное вычисление вероятности случайного события;
- геометрическое определение вероятности;
- формулы суммы и произведения вероятности;
- формулы полной вероятности и формулы Байеса;

– повторные независимые испытания: основные понятия, формула Бернулли, формулы Муавра – Лапласа (локальная и интегральная), формула Пуассона, условия применения указанных формул;

– случайные величины: понятие случайной величины, виды случайных величин (дискретные и непрерывные), способы задания случайных величин (закон распределения, функция распределения и плотность распределения (для непрерывных случайных величин));

– числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты случайных величин;

– некоторые виды распределений случайных величин: распределения дискретных случайных величин (биномиальное, распределение Пуассона, геометрическое), распределения непрерывных случайных величин (равномерное, показательное, нормальное);

– предельные теоремы теории вероятностей.

Перед выполнением типового расчета необходимо изучить соответствующие разделы литературы и закрепить с помощью упражнений для самостоятельной работы основные понятия, определения и методы теории вероятностей.

Так же перед решением заданий рекомендуется ознакомиться со всеми примерами, рассмотренными ниже. По каждому заданию типового расчета в методических указаниях приводится основной теоретический материал и разбирается несколько типовых примеров.

Типовой расчет сдается студентом на проверку после изучения всех разделов теории вероятностей.

Защита осуществляется в письменной форме во время занятий по расписанию Повторная защита – проводится вне сетки расписания в письменной форме или в форме собеседования. Работа выполняется на листах формата А4 (210x297), которые затем скрепляются. Решение заданий следует сопровождать краткими пояснениями. Исходные данные для заданий типового расчета выбирает с номерами вариант, которые соответствуют номеру в списке группового журнала.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Тема 1

Комбинаторика

Задачи 1-4

Перестановки - это выборки (комбинации), состоящие из n элементов и отличающиеся друг от друга порядком следования элементов.

$P_n = (n)!$; $P_n\, по\, кругу = \frac{n!}{n} = (n-1)!$;

перестановки с повторениями $\overline{P_n}(n_1, \mathrm{n}_2, ..., \mathrm{n}_\mathrm{k}) = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.

Размещениями из n элементов по k элементов будем называть упорядоченные подмножества, состоящие из k элементов, множества , состоящего из n элементов.(порядок важен). $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; размещения с повторениями $\overline{A}_n^k = n^k$. Одно размещение от другого отличается только не только составом выбранных элементов, но и порядком их расположения.

Сочетаниями из n элементов по m элементов будем называть любое подмножество, состоящие из m элементов, множества , состоящего из n элементов. (порядок не важен). $C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (\mathrm{n - m})!}$; сочетания с повторениями $\overline{C_n^m} = \frac{(m+n-1)!}{m! \cdot (\mathrm{n - 1})!} = C_{m+n-1}^m$.

Одно сочетание от другого отличается только составом выбранных элементов.

Сложная выборка $C_n^{n_1} \cdot C_{n-n_1}^{n_2} \cdot C_{n-n_1-n_2}^{n_3} \cdot \ldots C_{n-n_1-\ldots n_{k-1}}^{n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots n_k!}$.

Решения задач:

1.Сколько существует пятизначных чисел, состоящих из цифр 7,8,9, в которых цифра 8 повторяется 3 раза, а цифры 7 и 9 по одному разу.

Решение. Каждое пятизначное число отличается от другого порядком следования цифр, причем n_1=1 , n_2=3, а n_3=1, а их количество равна 5, т.е. является перестановкой с повторениями из 5 элементов. Их число находим по формуле (3) $P_5(1,3,1) = \frac{5!}{1! 3! 1!} = 20$.

2. На карточках написаны буквы М,А,Т,Е,М,А,Т,И,К,А. Сколько различных 10-ти буквенных «слов» можно составить из этих карточек? (здесь и далее словом считается любая последовательность букв русского алфавита)

Решение. Перестановка двух букв М, осуществляемая P_2= 2 способами, трех букв А, осуществляемая P_3= 3!=6 способами и перестановка двух букв Т, осуществляемая P_2= 2 способами не меняет составленное из карточек слово. $P_{10}(2,3,2) = \frac{10!}{2! 3! 2!} = 151200$ слов.

3. Студенты второго курса изучают 10 различных дисциплин. Определить – сколькими способами можно составить расписание на понедельник, если в понедельник планируется поставить 5 пар?

Решение: Каждый вариант расписания представляет собой выборку 5 элементов из 10, причем эти варианты отличаются друг от друга не только выбором этих дисциплин, но и порядком их следования, т.е. является размещением из 10 элементов по 5. $A_{10}^5 = \frac{10!}{(10-5)!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$.

4. Сколько существует различных вариантов выбора 4-х кандидатур из 9-ти специалистов для поездки в 4 различных страны?

5.Сколькими способами можно выбрать 4 монеты из четырех пятикопеечных монет и из четырех двухкопеечных монет?

Решение: порядок выбора монет неважен, и примерами соединений могут являться {5,5,5,5}, {2,2,2,2}, {5,2,5,5} и т.д. Это задача о числе сочетаний из двух видов монет по четыре с повторениями.

$$\overline{C_2^4} = \frac{(4+2-1)!}{4!\cdot(2\text{-}1)!} = 5 \text{ способов.}$$

6. В кондитерской имеется 5 разных сортов пирожных. Сколькими способами можно выбрать набор из 4 пирожных?

Решение: это задача о числе сочетаний из 5 видов пирожных по 4 с повторениями.

$$\overline{C_5^4} = \frac{(4+5-1)!}{4!\cdot(5\text{-}1)!} = 70 \text{ способов}$$

7. Сколько всего чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, в каждом из которых цифры расположены в неубывающем порядке?

Решение: это задача о числе сочетаний из 5 цифр по одному, по два, по три, по четыре и по пяти с повторениями в каждом случае.

$$\overline{C_5^1} = \frac{(1+5-1)!}{1!\cdot(5\text{-}1)!} = 5; \qquad \overline{C_5^2} = \frac{(2+5-1)!}{2!\cdot(5\text{-}1)!} = 15; \overline{C_5^3} = \frac{(3+5-1)!}{3!\cdot(5\text{-}1)!} = 35;$$

$$\overline{C_5^4} = \frac{(4+5-1)!}{4!\cdot(5\text{-}1)!} = 70; \overline{C_5^5} = \frac{(5+5-1)!}{5!\cdot(5\text{-}1)!} = 126$$

Согласно правилу сложения: 5+15+35+70+126=251 чисел.

Решение: $A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 3024$**.**

8. Решить уравнения а) $A_n^3 - 5C_{15}^3 = 455$; б) $C_n^{n-2} + C_n^{n-1} = 55$.

Решение:а) $A_n^3 - 5C_{15}^3 = 455$; $\frac{n!}{(n-3)!} - 5\cdot\frac{15!}{3!\cdot 12!} = 455$; $\frac{n!}{(n-3)!} = 2730$; $n! = 2730(n-3)!$;

$$(n-3)!\left[(n-2)\cdot(n-1)\cdot n - 2730\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} (n-3)! = 0 \\ (n-2)\cdot(n-1)\cdot n = 2730 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} n \in \otimes, \text{т.к. даже } 0! = 1 \\ n = 15 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow n = 15$.

б) $C_n^{n-2} + C_n^{n-1} = 55$; $\frac{n!}{(n-2)!\cdot 2!} + \frac{n!}{(n-1)!\cdot 1!} = 55$; $\frac{(n-1)\cdot n}{2} + \frac{n}{1} = 55$; $n^2 + n - 110 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -11 \notin N \\ n = 10 \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 10.$$

Тема 2

Классическое определение вероятности. Алгебра событий

Задачи 5 и 6.

Случайным событием (или просто ***событием***) в теории вероятности называется любой факт, который в результате испытания может произойти или не произойти. Событие – это не какое-нибудь происшествие, а лишь возможный исход, результат испытания.

Под ***испытанием (опытом, экспериментом)*** понимается выполнение определенного комплекса условий, в которых наблюдается то или иное явление, фиксируется тот или иной результат.

События обозначаются, как правило, заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C, ...

Событие называется ***достоверным***, если оно обязательно наступит в результате данного опыта, обозначается через Ω.

Событие называется ***невозможным***, если оно заведомо не произойдет в результате проведения опыта. Обозначается Ø.

Два события называются ***несовместными***, если появление одного из них исключает появление другого события в одном и том же опыте, т.е. они не смогут произойти вместе в одном опыте. В противном случае события называются совместными.

Несколько событий в данном опыте называются ***равновозможными***, если ни одно из них не является объективно более возможным, чем другие, т.е. все события имеют равные шансы.

Несколько событий образуют ***полную группу***, если в результате опыта появится хотя бы одно из них.

Суммой событий А и В называется событие С=А+В, состоящее в наступлении хотя бы одного из них (т.е. или А, или В, или А и В одновременно).

Произведением событий А и В называется событие С=А·В, состоящее в совместном наступлении этих событий (т.е. и А, и В одновременно).

Разностью событий А и В называется событие С=А-В, состоящее из всех элементарных событий, входящих в А, но не входящих в В.

Событие $\overline{\grave{A}}$ называется противоположным событию А, если оно происходит тогда и только тогда, когда не происходит событие А (т.е. $\overline{\grave{A}}$ означает, что событие А не наступило).

Событие А влечет событие В (или А является частным случаем В), если из того, что происходит событие А следует, что происходит событие В; записывают $A \subseteq B$. Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то события А и В называют равными; записывают А=В.

Примеры решения задач.

1.Пусть событие А заключается в том, что первый стрелок попал в мишень,

а событие В заключается в том, что второй стрелок попал в мишень. Тогда событие С=А+В будет заключаться в следующем: или первый стрелок попал в мишень , или второй стрелок попал в мишень, или оба стрелка попали в мишень – иными словами в мишень попал хотя бы один из стрелков.

Событие $Д=A \bullet B$ будет заключаться в том, что в мишень попали оба стрелка .

2.На предприятии выпускают изделия трех сортов. Событие А заключается в том, что выбранное изделие - 1 сорта, событие В заключается в том, что изделие 2 сорта, событие С заключается в том, что изделие третьего сорта.

Тогда событие А+В означает, что выбранное изделие либо 1, либо 2 сорта.

Событие А·В – невозможное событие; событие $\overline{\grave{A}+\tilde{N}}$ означает, что выбранное изделие 2 сорта; событие А·В+С означает, что выбранное изделие третьего сорта.

3. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9, в третье - 0,8. Найти вероятность того, что только одно отделение получит газеты вовремя;

Решение: Введем события

А1 = (газеты доставлены своевременно в первое отделение),

А2 = (газеты доставлены своевременно во второе отделение),

А3 = (газеты доставлены своевременно в третье отделение),

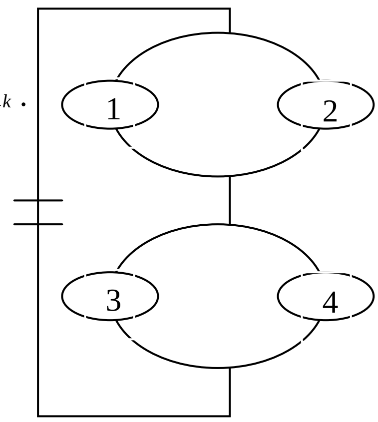
по условию $P(A_1)=0,95$; $P(A_2) = 0,9$; $P(A_3)=0,8$.

Найдем вероятность события Х = (только одно отделение получит газеты вовремя). Событие Х произойдет, если

или газеты доставлены своевременно в 1 отделение, и доставлены не вовремя во 2 и 3,
или газеты доставлены своевременно в 2 отделение, и доставлены не вовремя во 1 и 3,
или газеты доставлены своевременно в 3 отделение, и доставлены не вовремя во 2 и 1.

Таким образом так как события A1, A2, A3 - независимые, по теоремам сложения и умножения получаем , $P(X)=P(A_1\bar{A}_2A_3 + \bar{A}_1A_2A_3 + A_1A_2\bar{A}_3)=0{,}95\cdot 0{,}1\cdot 0{,}2+0{,}05\cdot 0{,}9\cdot 0{,}2+0{,}05\cdot 0{,}1\cdot 0{,}8=0{,}32$

4. На рисунке приведена схема электрической цепи.



События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{\tilde{N}}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.

Решение:

$C= A_1A_2A_3A_4 + A_1\overline{A_2}A_3A_4 + A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}A_4 + A_1\overline{A_2}A_3\overline{A_4} + \overline{A_1}A_2A_3A_4 + \overline{A_1}A_2\overline{A_3}A_4 + \overline{A_1}A_2A_3\overline{A_4}$ или , что гораздо проще

$C=(A_1+A_2)(A_3+A_4)$. Тогда $\overline{\tilde{N}}=A_1A_2+A_3A_4$.

Тема 3

Геометрическая вероятность.

Задача 7.

Геометрическая вероятность – вероятность попадания точки в область (отрезок, часть плоскости или пространства).

Обозначим меру (длину, площадь, объем) области через m(Ω). При этом вероятность попадания точки, брошенной наудачу в область А - часть области Ω, равна отношению мер областей А и Ω, соответственно равные m(А) и m(Ω).

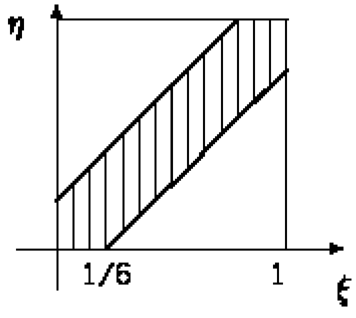
Формула геометрической вероятности имеет вид: $P=\dfrac{m(\text{A})}{\text{m}(\Omega)}$.

Решение задач.

Задача о встрече

Пьеро и Буратино условились встретиться в определенном месте между двумя и тремя часами дня. Они договорись, что тот, кто придет первым, ждет другого в течении 10 минут, после чего уходит. Чему равна вероятность их встречи , если каждый из друзей может прийти в любое время в течение указанного часа независимо от другого?

Решение. Будем считать интервал с 14 до 15 часов дня отрезком [0,1] длиной 1 час. Пусть x и y — моменты прихода Пьеро и Буратино (они являются точками отрезка [0,1]). Все возможные результаты эксперимента – множество точек квадрата со стороной 1: $\Omega=\{(x;y):0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$..



Можно считать, что эксперимент сводится к бросанию точки наудачу в квадрат. При этом благоприятными исходами являются точки множества $A=\left\{(x,y):|x-y|\le\frac{1}{6}\right\}$ (10 минут = 1/6 часа). То есть попадание в множество А наудачу брошенной в квадрат точки означает, что Буратино и Пьеро встретятся. Тогда вероятность встречи равна $P=\frac{m(A)}{m(\Omega)}=\frac{1-\left(\frac{5}{2}\right)^2}{1}=\frac{11}{36}$.

2. В прямоугольник 5*4 см^2 вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

Решение: По определению геометрической вероятности искомая вероятность равна отношению площади круга (в который точка должна попасть) к площади прямоугольника (в которой точка ставится), т.е. $P=\frac{\pi R^2}{ав}=\frac{\pi\cdot 2{,}25}{20}\approx 0353$.

3. В треугольник с вершинами в точках $(-1,0)$; $(0,1)$; $(3,0)$ наудачу брошена точка (x,y). Найти вероятность того, что координаты точки удовлетворяют неравенству

$2x+y\le 0$.

Решение: Сделать чертеж. Закрасить область, удовлетворяющую условию задачи.P=1/6.

Тема 4

Полная вероятность. Формула Байеса.

Задача 8.

Пусть событие А может произойти в результате осуществления одного события из

некоторой полной группы событий $H_1, H_2, \ldots H_n$.

События этой группы обычно называют гипотезами. Тогда

$$\mathbf{P(A) = P(H_1)P_{H1}(A) + P(H_2)\,P_{H2}(A) +\ldots+ P(Hn)P_{Hn}(A)} \qquad \mathbf{(1)}$$

(формула полной вероятности), причем

$$\mathbf{P(H_1) +P(H_2) +\ldots+ P(H_n) = 1.}$$

Пусть в результате испытания произошло событие А, которое могло наступить только

вместе с одним из событий H1, H2,…Hn, образующих полную группу событий (они

называются гипотезами). Требуется найти вероятность событий $H_1, H_2,\ldots$ Hn после

испытания, когда событие А имело место, т.е. $P_A(Hi)$, i = 1,2,…n. Для нахождения этих вероятностей используют формулы Байеса (формулы гипотез):

$$\mathbf{P_A\,(Hi)} = \frac{P(H_i)\cdot P_{H1}(A)}{P(H_1)\cdot P_{H1}(A)+P(H_2)\cdot P_{H2}(A)+\ldots..+P(H_i)\cdot P_{Hi}(A)+\ldots.+P(H_n)\cdot P_{Hn}(A)} \qquad \mathbf{(2)}$$

Замечания.

1) Вероятности $P_A(H_1)$ называются послеопытными (апостериорными) вероятностями

гипотез Hi, а вероятности P(Hi) - доопытными (априорными) вероятностями гипотез Hi. Эти вероятности различаются.

2) Знаменатель в правой части формулы (2) совпадает с правой частью формулы (1) и

равен P(A).

Решение задач.

1.На трех станках-автоматах обрабатываются однотипные детали, поступающие после обработки на общий конвейер. Первый станок дает 2% брака, второй – 7%, третий – 10%. Производительность первого станка в 3 раза больше производительности второго, а третьего – в 2 раза меньше, чем второго.

а) Каков процент брака на конвейере?

б) Каковы доли деталей каждого станка среди бракованных деталей на конвейере?

Решение. Возьмем с конвейера наудачу одну деталь и рассмотрим событие A – деталь бракованная. Оно связано с гипотезами относительно того, где была обработана эта деталь: H_i – взятая наудачу деталь обработана на i-ом станке,i=1,2,3 .

Условные вероятности (в условии задачи они даны в форме процентов):

$P_{H1}(A) = 0{,}02$ **,** $P_{H2}(A) = 0{,}07$ **,** $P_{H3}(A) = 0{,}1$ **.**

Зависимости между производительностями станков означают следующее: $P(H_1) = 3P(H_2), P(H_3) = 0{,}5P(H_2)$. Причем $P(H_1)$ $+P(H_2)$ $+P(H_3)$ = 1,так как гипотезы образуют полную группу.

Для того, чтобы найти вероятности появления гипотез, нам придется решить систему вышеперечисленных уравнений. Решив ее, получим $P(H_1) = \frac{6}{9}, P(H_2) = \frac{2}{9}, P(H_3) = \frac{1}{9}$.

а) Полная вероятность того, что взятая наудачу с конвейера деталь – бракованная:

$P(A) = P(H_1)P_{H1}(A) + P(H_2)\,P_{H2}(A) + P(H_3)P_{H3}(A) == \frac{6}{9}\cdot 0{,}02 + \frac{2}{9}\cdot 0{,}07 + \frac{1}{9}\cdot 0{,}1 = 0{,}04$.

Другими словами, в массе деталей, сходящих с конвейера, брак составляет 4%.

б) Пусть известно, что взятая наудачу деталь – бракованная. Пользуясь формулой Байеса, найдем условные вероятности гипотез:

$$P_A(H_1) = \frac{P_{H1}(A)P(H_1)}{P(A)} = \frac{0{,}02\cdot\frac{6}{9}}{0{,}04} = 0{,}33,$$

$$P_A(H_2) = \frac{P_{H2}(A)P(H_2)}{P(A)} = \frac{0{,}07\cdot\frac{2}{9}}{0{,}04} = 0{,}39,$$

$$P_A(H_3) = \frac{P_{H3}(A)P(H_3)}{P(A)} = \frac{0{,}1\cdot\frac{1}{9}}{0{,}04} = 0{,}28.$$

Таким образом, доли деталей каждого станка среди бракованных деталей на конвейере для первого станка составляет 33%, второго – 39%, третьего – 28%.

Тема 5

Повторные испытания.

Задачи 9-11.

Формула Бернулли: Если производится n независимых испытаний, в каждом из которых событие A появится с вероятностью p, то вероятность того, что событие A появится ровно k раз в n испытаниях, выражается формулой, которую называют формулой Бернулли

$$\mathbf{P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}}\ \text{,где } \mathbf{q=1-p} \qquad (1),$$

Иногда бывают полезны следующие формулы: Вероятность того, что событие A:

1) наступит n раз: $P_n(n) = p^n$; **(2)**

2) не наступит ни разу: $P_n(0) = (1-p)^n = q^n$; **(3)**

3) наступит хотя бы один раз: $P = 1-(1-p)^n = 1-q^n$; **(4)**

4) наступит не более k раз: $P = P_n(0) + P_n(1) + ... + P_n(k)$ **(5)**

или $P = 1-(P_n(k+1) + P_n(k+2) + ... + P_n(n))$. **(6)**

5) наступит не менее k раз: $P = 1-(P_n(0) + P_n(1) + ... + P_n(k-1))$ **(7)**

или $P = P_n(k) + P_n(k+1) + P_n(k+2) + ... + P_n(n)$. **(8)**

Из формул (5)и(6), а также (7)и (8) выбирают ту, которая содержит меньше слагаемых.

Наивероятнейшее число наступлений события

Наивероятнейшее число m_0 определяется из двойного неравенства

$$\mathbf{np - q \le m_0 \le np + p} \qquad \mathbf{(9)}$$

Формула Пуассона(лучше использовать при $\lambda \le 10$.)

Теорема :Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна и близка к нулю (p$\to 0$), а число независимых испытаний n достаточно велико ($n \to \infty$), причем произведение np стремится к постоянному числу $\lambda (np \to \lambda)$ то вероятность $P_n(k)$ того, что в n независимых испытаниях событие A наступит k раз, приближенно равна: $P_n(k) = P_k(\lambda) \approx \dfrac{\lambda^k \ell^{-\lambda}}{k!}$ **(11)**

Локальная теорема Муавра-Лапласа(рекомендуется применять при npq≥ 20).

Пусть в серии из n независимых испытаний вероятность наступления события A в каждом испытании равна p (0<p<1), q=1-p, $x_n = \dfrac{m-np}{\sqrt{npq}}$. Если $m \to \infty, n \to \infty$ и величина x является ограниченной, тогда $P_n(m) \approx \dfrac{1}{\sqrt{2\pi ïðq}} \ell^{\frac{-x^2}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$ **(12).**

Таблица значений функции $\varphi(x)$ приведена в приложении. Функция $\varphi(x)$ является четной, т.е $\varphi(-x) = \varphi(x)$, монотонно убывающей при x>4 практически $\varphi(õ) \approx 0$.

Интегральная теорема Муавра-Лапласа(удобно применять при npq≥ 20).

Если n – велико, а p – отлично от 0 и 1, то $P_n(k_1;k_2) \approx \Phi\left(\dfrac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\dfrac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$

где $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \ell^{-\frac{t^2}{2}} dt$- функция Лапласа. Таблица значений функции $\Phi(x)$ приведена в приложении. Функция $\Phi(x)$ является нечетной, т.е $\Phi(-x)$=-$\Phi(x)$.Если x>4, то $\Phi(x) \approx 1$ в силу монотонного возрастания функции $\Phi(x)$.

Решение задач:

Полагая, что вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,6, найти вероятности следующих событий:

1) а) при 12 выстрелах мишень будет поражена 7 раз;

б) при 12 выстрелах мишень будет поражена менее 4 раз;

в) при 12 выстрелах мишень будет поражена не более 8 раз;

2) Наивероятнейшее число выстрелов, которые поразят мишень при 125 сделанных выстрелах. И вероятность этого числа попаданий.

3) При 200 выстрелах мишень будет поражена не менее 110, но не более 130 раз.

4) При 200 выстрелах мишень будет поражена не более 110 раз;

5) При 200 выстрелах мишень будет поражена не менее 115 раз.

6) На стрельбы пришла Полина Александровна. Для нее вероятность попадания в мишень равна 0,04. Найти вероятность того, что из 200 выстрелов Полина Александровна попадет в мишень 10 раз.

Решение:

1) воспользуемся формулами Бернулли:

а) $P_{12}(7)=C_{12}^7 p^7(1-p)^{12-7} = \frac{12!}{7!5!}\cdot 0{,}6^7 \cdot 0{,}4^5 \approx 0{,}2270$;

б) при 12 выстрелах мишень будет поражена менее 4 раз означает, что мишень будет поражена 0, 1, 2 или 3 раза. Ищем $P_{12}(0)+P_{12}(1)+P_{12}(2)+P_{12}(3)=$ $q^{12}+C_{12}^1 p^1 q^{11}+C_{12}^2 p^2 q^{10}+C_{12}^3 p^3 q^9 = 0{,}4^{12}+\frac{12!}{1!\cdot 11!}\cdot 0{,}6^1\cdot 0{,}4^{11}+\frac{12!}{2!\cdot 10!}\cdot 0{,}6^2\cdot 0{,}4^{10}+$

$\frac{12!}{3!9!}\cdot 0{,}6^3\cdot 0{,}4^9 \approx 0{,}000017+0{,}000302+0{,}002491+0{,}012457=0{,}12738$.

в) при 12 выстрелах мишень поражена не более 8 раз означает, что она поражена 0,1,2,…,8 раз. Вычисление каждой из этих вероятностей и их последующее суммирование приведет к очень громоздким вычислениям. Противоположным событием будет событие, состоящее в том, что мишень поражена более 8 раз, т.е. 9, 10, 11 или 12.

Найдем $P_{12}(9)+P_{12}(10)+P_{12}(11)+P_{12}(12)=C_{12}^9 p^9 q^3+C_{12}^{10}p^{10}q^2+C_{12}^{11}p^{11}q^1+p^{12}=$ $=\frac{12!}{9!3!}\cdot 0{,}6^9\cdot 0{,}4^3+\frac{12!}{10!2!}\cdot 0{,}6^{10}\cdot 0{,}4^2+\frac{12!}{11!1!}\cdot 0{,}6^{11}\cdot 0{,}4^1+\cdot 0{,}6^{12}\approx 0{,}14189+0{,}06385+0{,}01741+$

$+0{,}002177=0{,}225331$. Нас интересует вероятность противоположного события, т.е. искомая вероятность равна 1- $(P_{12}(9)+P_{12}(10)+P_{12}(11)+P_{12}(12)) \approx 1-0{,}225331=0{,}774669$.

2)Наивероятнейшее число выстрелов, которые поразят мишень при 125 сделанных выстрелах. Воспользуемся формулой : $\mathbf{np - q \le m_0 \le np + p}$. Подставив в формулу n=125, p=0,6, q=0,4, получим $74{,}6 \le m_0 \le 75{,}6$. Следовательно, наивероятнейшее число попаданий будет равно 75.

Найдем $P_{200}(75)$. Т.к. n=200 достаточно велико (условие $npq=125\cdot 0{,}6\cdot 0{,}4=30\ge 20$), применяем локальную теорему Муавра-Лапласа. Сначала определим $x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}=\frac{75-125\cdot 0{,}6}{\sqrt{30}}=\frac{0}{\sqrt{30}}\approx 0$.Тогда по формуле

$$P_{125}(75)\approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{30}}\cdot\varphi(0)\approx\frac{0{,}3989}{\sqrt{30}}\approx 0{,}00728.$$

Значение $\varphi(0)\approx 0{,}3989$ найдено по табл.1 приложений.

3) Найдем вероятность того, что при 200 выстрелах мишень будет поражена не менее 110, но не более 130 раз. Так как количество выстрелов и количество попаданий достаточно велико, применение формулы Бернулли будет связано с большими трудностями. Применим интегральную формулу Муавра-Лапласа. Здесь n=200, p=0,6,q=0,4, k_1=110, k_2=130.

$\tilde{o}_1=\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right)=\frac{110-200\cdot 0{,}6}{\sqrt{48}}\approx -1{,}4434$. $\tilde{o}_2=\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right)=\frac{130-200\cdot 0{,}6}{\sqrt{48}}\approx 1{,}4434$.

Теперь по формуле **(15)** и учитывая свойства Φ(x), получим

$\mathbf{P_{200}}(110\le m\le 130)\approx\frac{1}{2}(\Phi(1{,}44)-\Phi(-1{,}44))=\frac{1}{2}(\Phi(1{,}44)+\Phi(1{,}44))\approx 0{,}8501$

(по таблице 2 приложений, $\Phi(1{,}44)\approx 0{,}8501$).

4) При 200 выстрелах мишень будет поражена не более 110 раз. Ищем $P_{200}(0 \le m \le 110)$. . Применим интегральную формулу Муавра-Лапласа. Здесь n=200, p=0,6,q=0,4, k_1=0, k_2=110.

$$x_1 = \left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \frac{0 - 200 \cdot 0{,}6}{\sqrt{48}} \approx -17{,}32. \; x_2 = \left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \frac{110 - 200 \cdot 0{,}6}{\sqrt{48}} \approx -1{,}4434 \;.$$

$$P_{200}(110 \le m \le 130) \approx \frac{1}{2}\left(\Phi(-1{,}44) - \Phi(-17{,}32)\right) = \frac{1}{2}\left(\Phi(1{,}44) + \Phi(17{,}32)\right) \approx \frac{1}{2}(0{,}8501 + 1) =$$
$$= 0{,}9255$$

5) Вероятность того, что при 200 выстрелах мишень будет поражена не менее 115 раз будем искать, также применяя интегральную формулу Муавра-Лапласа.

Задачи в классе. Здесь n=200, p=0,6,q=0,4, k_1=115, k_2=200.

$$x_1 = \left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \frac{112 - 200 \cdot 0{,}6}{\sqrt{48}} \approx -0{,}72. \; x_2 = \left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \frac{200 - 200 \cdot 0{,}6}{\sqrt{48}} \approx 11{,}55 \;.$$

$$P_{200}(115 \le m \le 200) \approx \frac{1}{2}\left(\Phi(11{,}55) - \Phi(-0{,}72)\right) = \frac{1}{2}\left(\Phi(11{,}55) + \Phi(0{,}72)\right) \approx \frac{1}{2}(0{,}5285 + 1) =$$
$$= 0{,}76425.$$

6) На стрельбы пришла Полина Александровна. Для нее вероятность попадания в мишень равна 0,04. Найти вероятность того, что из 200 выстрелов Полина Александровна попадет в мишень 10 раз.

p=0,04, q=0,96, n=200, m=10.

Т.к. n=200 достаточно велико (условие $np = 200 \cdot 0{,}04 = 8 \le 10$), применяем теорему Пуассона $P_n(k) = P_k(\lambda) \approx \dfrac{\lambda^k \ell^{-\lambda}}{k!}$, где $\lambda = np = 8$. $P_{200}(10) = P_{10}(8) \approx \dfrac{8^{10}\ell^{-10}}{10!} \approx 0{,}0993$.
Значение $P_{10}(8)$ берем из таблицы в приложении III.

Тема 6.
Дискретные случайные величины.

Задачи 12-13.

Числовая величина, принимающая то или иное значение в результате реализации испытания случайным образом, называется ***случайной величиной***.

Понятие случайной величины играет весьма важную роль в теории вероятностей. Если «классическая» теория вероятностей изучала главным образом случайные события, то современная теория вероятностей преимущественно имеет дело со случайными величинами.

Сами случайные величины обозначаются прописными латинскими буквами X, Y, Z и т.д., а их возможные значения – соответствующими строчными x, y, z. Например, если случайная величина имеет три возможных значения, то будем обозначать их так: x_1 ,x_2 ,x_3 .

Если случайная величина может принимать конечное или счетное множество значений, то она называется ***дискретной (дискретно распределенной)***.

Соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями называют ***законом распределения*** дискретной случайной величины.

Закон распределения можно задать в виде таблицы, формулы или графически.

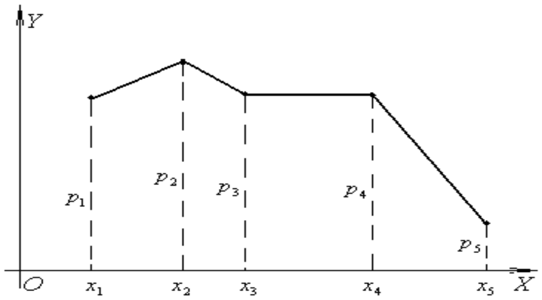
При табличном задании закона распределения в первой строке таблицы перечислены все значения случайной величины в порядке возрастания, а в нижней – соответствующие им вероятности.

X	x_1	x_2	x_3	…..	x_n
P	p_1	p_2	p_3	…..	p_n

Причем следует учитывать, что

$$\sum_i p_i = 1 \qquad \textbf{(1).}$$

Для наглядности ряд распределения случайной величины можно изобразить графически. Для этого в прямоугольной системе координат по оси абсцисс OX будем откладывать значения случайной величины , k=1, 2, …, n, а по оси ординат OY – соответствующие им вероятности $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Полученные точки соединяются отрезками прямых.



Построенная таким образом фигура называется ***многоугольником или полигоном распределения*** вероятностей.

Многоугольник распределения, также как и ряд распределения, полностью характеризует случайную величину. Он является одним из форм закона распределения.

Функция распределения дискретной случайной величины.

Наиболее общей формой закона распределения является ***функция распределения*** , представляющая собой вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем заданное x.

$$F(x)=P\{X<x\} \qquad \textbf{(2).}$$

Функцию F(x) иногда называют **интегральной функцией распределения** или **интегральным законом распределения.**

Геометрически функция распределения интерпретируется как вероятность того, что случайная точка X попадет левее заданной точки x.

Дан ряд распределения случайной величины X.

x_i	2	4	6	7
p_i	0,4	0,3	0,1	*

Найти значение *, найти и изобразить графически функцию распределения.

Решение: так как сумма всех вероятностей, стоящих в нижней строке есть величина равная 1, *=1-(0,4+0,3+0,1)=0,2. Т.е. вероятность того, что случайная величина X примет значение 7, равна 0,2.

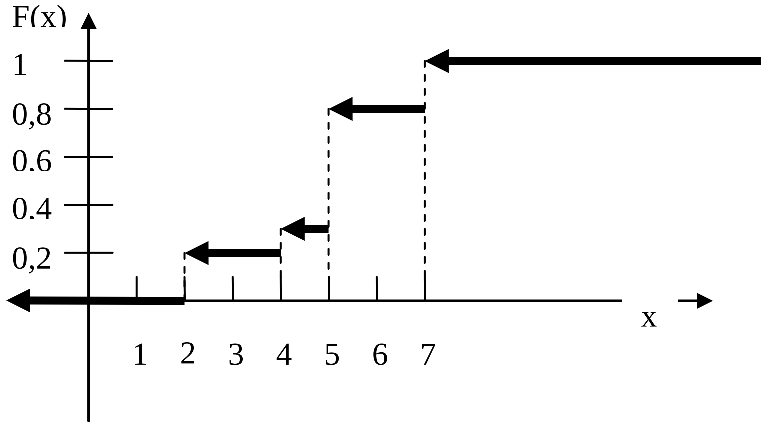
Для нахождения функции распределения **б**удем задавать различные значения x и находить для них F(x)=P{X<x}.

1. Если $\tilde{o} \le 2$, то, очевидно, F(x)=0 в том числе и при x=2 F(2)=P(X<2)=0.
2. Если $2 < x \le 4$, например, x=3; F(x)=P(X=2)=0,4. очевидно, что и F(4)=P(X<4)=0,4.
3. Если $4 < x \le 6$, например, x=5; F(x)=P(X=2)+P(X=4)=0,4+0,3=0,7. очевидно, что и F(6)=P(X<6)=0,7.
4. Если $6 < x \le 7$, например, x=6,123; F(x)=P(X=2)+P(X=4)+P(X=6)=0,4+0,3+0,1=0,8. очевидно, что и F(7)=P(X<7)=0,8.

5. Если $\tilde{o} > 7$, например, x=8; F(x)=P(X=2)+ P(X=4)+P(X=6)+P(X=7)==0,8+0,2=1.

Изобразим функцию F(x) графически:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \ \textit{при} \ x \le 2 \\ 0{,}4 \, \textit{при} \, 2 < x \le 4 \\ 0{,}5 \ \textit{при} \, 4 < x \le 5 \\ 0{,}8 \ \textit{при} \, 5 < x \le 7 \\ 1 \ \ \textit{при} \ \ x > 7 \end{cases}$$



Заметим, что при подходе слева к точкам разрыва функция сохраняет свое значение, иначе говоря, функция распределения непрерывна слева.

Итак, функция распределения дискретной случайной величины есть разрывная ступенчатая функция, скачки которой происходят в точках, соответствующим возможным значениям случайной величины и равны вероятностям этих значений. Сумма всех скачков функции равна 1.

Свойства функции распределения.

1. $0 \le F(x) \le 1$**.**

2. Функция распределения случайной величины есть неубывающая функция на всей числовой оси.

3. $F(-\infty) = \underset{x \to -\infty}{Lim} F(x) = 0$, $F(+\infty) = \underset{x \to +\infty}{Lim} F(x) = 1$.

4. $P(x_1 \le X < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$. **(4)**

Пример: $F(x) = \begin{cases} 0, \ \textit{при} \ x \le 0; \\ \dfrac{x}{3}, \textit{при} \, 0 < x \le 3; \\ 1, \ \textit{при} \ x > 3. \end{cases}$ Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [2; 5).

Решение: По формуле $P(x_1 \le X < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$. **(4)**

$P(2 \le X < 5) = F(5) - F(2) = 1 - 2/3 = 1/3$. **(4).**

Ответ : 1/3.

Математические операции над случайными величинами.

Определение**:** Случайные величины называются ***независимыми***, если закон распределения одной из них не зависит от того, какое значение принимает другая случайная величина. В противном случае случайные величины называются ***зависимыми.***

Пример: Суммы выигрыша в двух различных лотереях – независимые случайные величины так как при любом выигрыше в первой лотерее, закон распределения выигрышей по второй лотерее не изменится.

Определим математические операции над дискретными случайными величинами.
Пусть даны две случайные величины: X и Y

x_i	x_1	x_2	x_3	…..	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	…..	p_n

y_j	y_1	y_2	y_3	…..	y_m
p_j	p_1	p_2	p_3	…..	p_m

1. **Произведением kX** случайной величины X на постоянную величину k называется случайная величина, которая принимает значения kx_i с теми же вероятностями p_i (i=1, …, n).
2. **Степенью m** случайной величины X называется случайная величина X^m, которая принимает значения x_i^m с теми же вероятностями p_i (i=1, …, n).

Замечание: так как в ряде случаев одни и те же значения x_i^m могут получаться одними и теми же способами при различных x_i , то вероятности таких повторяющихся значений находятся сложением исходных вероятностей.

Пример: Дана случайная величина X:

x_i	-3	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,05	0,3	0,35

Найти закон распределения случайных величин 5X и X^2.

Решение: Закон распределения случайной величины 5X**.**

$5x_i$	-15	-10	0	5	10
p_i	0,1	0,2	0,05	0,3	0,35

Случайная величина X^2 примет значения $(-3)^2=9$; $(-2)^2=4$; $(0)^2=0$; $1^2=1$ и $2^2=4$.

Значение X=4 получили при значении x=-2 с вероятностью 0,2 и при значении x=2 с вероятностью 0,45. Тогда $P(X^2=4)=0,2+0,35=0,55$.

Закон распределения случайной величины X^2**.**

X_i^2	0	1	4	9
p_i	0,05	0,3	0,55	0,1

3. ***Суммой (разностью или произведением)*** случайных величин X и Y называется случайная величина, которая принимает все возможные значения вида x_i+y_j (x_i-y_j или x_iy_j), где i=1, 2,…, n, j=1, …, m с вероятностями $p_{ij}=P\left[(X=x_i, Y=y_j)\right]$. Если случайные величины независимы, то по теореме умножения вероятностей

$$p_{ij}=P\, P(X=x_i)\cdot P(Y=y_j)=p_i\cdot p_j \qquad \textbf{(5)}$$

Замечание: так как в ряде случаев одни и те же значения x_i+y_j (x_i-y_j или x_iy_j), могут получаться одними и теми же способами при различных x_i ,y_j то вероятности таких повторяющихся значений находятся сложением исходных вероятностей p_i или p_{ij} .

Пример: Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:

x_i	-2	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

y_i	-2	0	1	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

Решение: Составим вспомогательную таблицу:

X +Y	y_j	-2	0	1	4
x_i	p_i p_j	0,1	0,2	0,1	0,6
-2	0,2	-4 0,02	-2 0,04	-1 0,02	2 0,12
0	0,1	-2 0,01	0 0,02	1 0,01	4 0,06
1	0,3	-1 0,03	1 0,06	2 0,03	5 0,18
2	0,4	0 0,04	2 0,08	3 0,04	6 0,24

Таблица заполняется следующим образом: в каждой клетке таблицы в левом углу находится значение разности x_i-y_j , а в правом углу – вероятности этих значений, полученные в результате перемножения вероятностей p_i и p_j .

Так как среди 16 значений таблицы находятся повторяющиеся, то соответствующие вероятности их складываем по теореме сложения вероятностей. Например, значение Z=X+Y=0 может быть получено, когда X=2, Y=-2 с вероятностью 0,04; X=0,Y=0 с вероятностью 0,02, поэтому P(Z=0)=0,04+0,02=0,06 и т.д.

i	-4	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
i	0,02	0,05	0,05	0,06	0,07	0,23	0,04	0,06	0,18	0,24

Убедимся, что условие $\sum_{i=1}^{10} p_i = 1$ выполнено.

Б) аналогично составляем таблицу для U=XY

X Y	y_j	-2	0	1	4
x_i	p_i p_j	0,1	0,2	0,1	0,6
-2	0,2	4 0,02	0 0,04	-2 0,02	-8 0,12
0	0,1	0 0,01	0 0,02	0 0,01	0 0,06
1	0,3	-2 0,03	0 0,06	1 0,03	4 0,18
2	0,4	-4 0,04	0 0,08	2 0,04	8 0,24

i	-8	-4	-2	0	1	2	4	8
i	0,12	0,04	0,05	0,28	0,03	0,07	0,2	0,24

Числовые характеристики дискретных случайных величин

Закон распределения полностью характеризует дискретную случайную величину. Однако, когда невозможно определить закон распределения, или этого не требуется, можно ограничиться нахождением значений, называемых числовыми характеристиками случайной величины:

Математическое ожидание, дисперсия,
среднее квадратичное отклонение

Эти величины определяют некоторое среднее значение, вокруг которого группируются значения случайной величины, и степень их разбросанности вокруг этого среднего значения.

Математическое ожидание M дискретной случайной величины - это среднее значение случайной величины, равное сумме произведений всех возможных значений случайной величины на их вероятности.

$$M(X)=\frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n}{p_1 + p_2 + ... + p_n}=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Свойства математического ожидания:

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной .
2. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания .
3. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий .
4. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых

Для описания многих практически важных свойств случайной величины необходимо знание не только ее математического ожидания, но и отклонения возможных ее значений от среднего значения.

Дисперсия случайной величины — мера разброса случайной величины, равная математическому ожиданию квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

$D(X) = M(X - M(X)^2)$.

Принимая во внимание свойства математического ожидания, легко показать что

$D(X) = M(x^2) - (M(x))^2$

Казалось бы естественным рассматривать не квадрат отклонения случайной величины от ее математического ожидания, а просто отклонение. Однако математическое ожидание этого отклонения равно нулю. Это объясняется тем, что одни возможные отклонения положительны, другие отрицательны, и в результате их взаимного погашения получается ноль. Можно было бы принять за меру рассеяния математическое ожидание модуля отклонения случайной величины от ее математического ожидания, но как правило, действия связанные с абсолютными величинами, приводят к громоздким вычислениям.

Свойства дисперсии:

1. Дисперсия постоянной равна нулю.
2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат.
3. Если x и y независимые случайные величины , то дисперсия суммы этих величин равна сумме их дисперсий.

Средним квадратическим отклонением случайной величины (иногда применяется термин «стандартное отклонение случайной величины») называется число равное $\sigma = \sqrt{D(X)}$.

Среднее квадратическое отклонение, является, как и дисперсия, мерой рассеяния распределения, но измеряется, в отличие от дисперсии, в тех же единицах, которые используют для измерения значений случайной величины.

Решение задач:

1) Дана случайная величина X:

x_i	-3	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,05	0,3	0,3 5

Найти M(x), D(X).

Решение:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i=-3\cdot 0{,}1-2\cdot 0{,}2+0\cdot 0{,}05+1\cdot 0{,}3+2\cdot 0{,}35=0{,}3.$$

$$D(X)=M(x^2)-(M(x))^2=9\cdot 0{,}1+4\cdot 0{,}2+0+1\cdot 0{,}3+4\cdot 0{,}35-0{,}09=2{,}31.$$

$$\sigma=\sqrt{D(X)}=1{,}52.$$

2) Известно, что M(X)=5, M(Y)=2. Найти математическое ожидание случайной величины Z=6X-2Y+9-XY.

Решение: M(Z)=6M(X)-2M(Y)+9-M(X)M(Y)=30-4+9-10=25.

Пример: Известно, что D(X)=5, D(Y)=2. Найти математическое ожидание случайной величины Z=6X-2Y+9.

Решение: D(Z)=6^2 D(X)-2^2 D(Y)+0=180-8=172.

Тема 7.
Непрерывные случайные величины

Задача 14

Случайная величина, значения которой заполняют некоторый промежуток, называется ***непрерывной***.

Плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины X называется функция *f(x)* – первая производная от функции распределения F(x).

$$f(x)=F'(x).$$

Плотность распределения также называют ***дифференциальной функцией***. Для описания дискретной случайной величины плотность распределения неприемлема.

Зная плотность распределения, можно вычислить вероятность того, что некоторая случайная величина X примет значение, принадлежащее заданному интервалу.

Вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу (a, b), равна определенному интегралу от плотности распределения, взятому в пределах от a до b.

$$P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$$

Функция распределения может быть легко найдена, если известна плотность распределения, по формуле:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

Свойства плотности распределения.

1) Плотность распределения – неотрицательная функция.

$$f(x)\ge 0$$

2) Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах от - ∞ до ∞ равен единице.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

Решение задач.

1. Случайная величина подчинена закону распределения с плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} a\sin x, & при \quad 0 \le x \le \pi \\ 0, & при \quad x < 0 \quad или \quad x > \pi \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент *a*, определить вероятность того, что случайная величина попадет в интервал от 0 до $\frac{\pi}{4}$.

Решение:

Для нахождения коэффициента *a* воспользуемся свойством $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{\pi} a\sin xdx + \int_{\pi}^{\infty} 0dx = a\int_{0}^{\pi} \sin xdx = -a\cos x\Big|_{0}^{\pi} = 2a = 1; \ a = \frac{1}{2}.$$

$$a = \frac{1}{2}.$$

2 .Задана непрерывная случайная величина *x* своей функцией распределения *f(x)*.

$$f(x) = \begin{cases} A\cos 2x, & при \quad -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4} \\ 0, & при \quad |x| > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Требуется определить коэффициент А, найти функцию распределения, определить вероятность того, что случайная величина *x* попадет в интервал $\left(\frac{\pi}{6}; 2\right)$.

Решение:

Найдем коэффициент А.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} A\cos 2xdx + \int_{\pi/4}^{\infty} 0dx = \frac{A\sin 2x}{2}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = A = 1.$$

Найдем функцию распределения:

1) На участке $x < -\frac{\pi}{4}$: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{x} 0dx = 0.$

2) На участке $-\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$: $F(x) = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0dx + \int_{-\pi/4}^{x} \cos 2xdx = \frac{\sin 2x}{2}\Big|_{-\pi/4}^{x} = \frac{\sin 2x}{2} + \frac{1}{2}.$

3) На участке $x > \frac{\pi}{4}$: $F(x) = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos 2xdx + \int_{\pi/4}^{x} 0dx = \frac{\sin 2x}{2}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = 1.$

Итого: $f(x)=\begin{cases}\cos 2x, & при \quad -\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{\pi}{4}\\ 0, & при \quad |x|>\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$; $\quad F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<-\dfrac{\pi}{4}\\ \dfrac{\sin 2x+1}{2}, & при \quad -\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{\pi}{4};\\ 1, & при \quad x>\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$

Найдем вероятность попадания случайной величины в интервал $\left(\dfrac{\pi}{6};2\right)$.

$$P\left(\frac{\pi}{6}<x<2\right)=\int_{\pi/6}^{2}f(x)dx=\int_{\pi/6}^{\pi/4}\cos 2xdx+\int_{\pi/4}^{2}0dx=\frac{\sin 2x}{2}\Big|_{\pi/6}^{\pi/4}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}=0{,}067;$$

Ту же самую вероятность можно искать и другим способом:

$$P\left(\frac{\pi}{6}<x<2\right)=F(2)-F(\pi/6)=1-\frac{\sin(\pi/3)+1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}=0{,}067.$$

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант 1

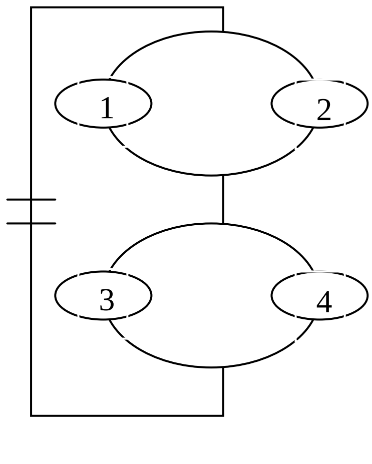
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ВАЛЕТ ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 125367266?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОГУЛКА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\quad A_{2n}^{2}\div C_{2n}^{3}=3$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; С={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В ящике содержится 10 деталей, среди которых 3 нестандартные. Определить вероятность того, что в наудачу отобранных 6 деталях окажется а) ровно две нестандартные; б) не более двух нестандартных.

7. В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Найти вероятность того, что точка, брошенная в круг, попадет в данный треугольник.

8. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: класс H_1 (мало рискует), класс H_2 (рискует средне), класс H_3 (рискует сильно). Агентство предполагает, что из всех водителей, застраховавших автомобили, 30% принадлежат к классу 50% — к классу H_2 и 20% — к классу H_3. Вероятность того, что в течение года водитель класса H_1 попадет хотя бы в одну аварию, равна 0,01, для водителя класса H_2 эта вероятность равна 0,02, а для водителя класса H_3 — 0,08. Водитель А страхует свою машину и в течение года попадает в аварию. Какова вероятность того, что он относится к классу H1?

9. Транзисторный радиоприемник смонтирован на 9 полупроводниках, для которых вероятность брака равна 0,05. приемник отказывает при наличии не менее двух бракованных полупроводников. Найти вероятность того, что: а) откажут ровно 5 полупроводников; б) приемник будет работать; в) приемник откажет.

10. Фарфоровый завод отправил на базу 10000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0001. Найдите вероятность того, что на базу придут ровно 3 негодных изделия.

11. Известно, что левши составляют примерно 1% . оценить вероятность того, что среди 500 человек окажется а) четверо левшей; б) левшей не менее 80 , но не более 150 человек.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,4	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=2X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

y_i	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 10, \\ a(x-10) \text{ при } 10<x\le 11 \\ 0 \text{ при } x>11. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения F(x) и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал (9,15; 10,4) . Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 2

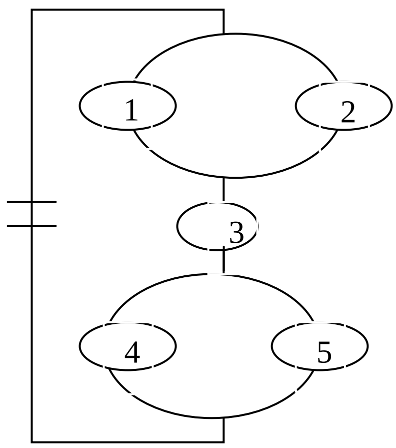
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова БОЧКА ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 245752235?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОСЬБА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\dfrac{C_{2n-1}^{n}}{C_{2n}^{n-1}}=\dfrac{9}{17}$

5.



На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.

6. Среди десяти билетов выигрышными являются четыре. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов окажется а)три выигрышных; б) не более трех выигрышных

7. На паркет, составленный из правильных треугольников со стороной a, случайно брошена монета радиуса r. Найдите вероятность того, что монета не заденет границы ни одного из треугольников.

8. В студенческом стройотряде 3 бригады первокурсников и одна — второкурсников. В каждой бригаде первокурсников 6 юношей и 4 девушки, а в бригаде второкурсников 4 юношей и 4 девушки. По жеребьевке из отряда выбрали одну из бригад и из нее одного человека для поездки в город, а) Какова вероятность того, что выбран юноша? б) Выбранный человек оказался юношей. Какова вероятность, что он первокурсник?

9. Радиоэлектронный комплекс самолета-бомбардировщика включает в себя 10 объектов. Вероятность работы каждого объекта равна 0,9. Объекты выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что : а) откажет хотя бы один объект; б) откажут ровно два объекта; в) откажут не менее двух объектов.
10. Радиоэлектронный комплекс самолета-бомбардировщика включает в себя 10 объектов. Вероятность работы каждого объекта равна 0,9. Объекты выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что : а) откажет хотя бы один объект; б) откажут ровно два объекта; в) откажут не менее двух объектов.

11. Полагая, что вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,6, найти вероятность того, что а) при 200 выстрелах мишень окажется поражена 110 раз; б) мишень будет поражена от 60 до 140 раз.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	2	3	4
p_i	0,4	0,2	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+2Y; б)U=XY.

x_i	-2	-1	1	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

y_i	-2	0	1	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ \dfrac{a}{x^4} \text{ при } x>1.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения F(x)и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал (0: 5) . Постройте графики функций распределения и плотности распределения

Вариант 3

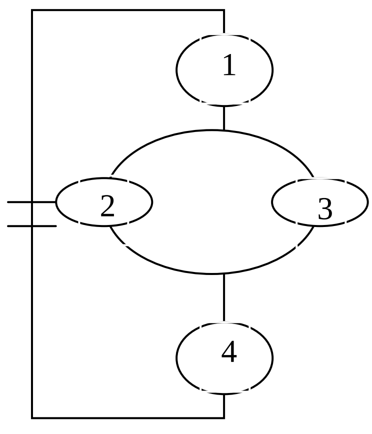
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова АЛЬБОМ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 345642353 ?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОСТЫНЯ составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^2 + C_n^{n-3} = 8n$

5. На рисунке приведены схемы электрических цепей. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В букете, состоящем из 9 цветов 4 красных цветка, остальные синие. Наудачу берется 5 цветов. Определить вероятность того, что красных цветов среди них будет а) ровно 2 штуки; б) не более двух.

7. Точка (c, q) наудачу выбирается из квадрата с вершинами (0,0), (1,0), (1,1), (0,1). Найдите вероятность того, что корни уравнения $x^2 + cx + q = 0$ окажутся действительными и одного знака.

8. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих шаров наудачу взят один шар. а)Найдите вероятность того, что взят белый шар.б) Выбранный шар оказался белым. Какова вероятность, что он взят из первой урны?

9. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в июле в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из восьми случайно выбранных в этом месяце дней а) ровно три окажутся дождливыми; б) дождливыми окажутся хотя бы два дня; в) дождливыми будут не более 7 дней?

10. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна 0,002. Найдите вероятность того, что за время t откажут ровно 3 элемента.

11. Вероятность того, что станок-автомат произведет годную деталь, равна 9/11. за смену было изготовлено 330 деталей. Определить вероятность того, что среди них а) 40 бракованных; б) бракованных деталей не более 40, но не менее 2.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
    а)Найти значение *;
    б) изобразить полигон распределения;
    в) найти и изобразить графически функцию распределения;
    г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
    д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
    е) найти математическое ожидание случайной величины X;
    ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	1	2	5	7
p_i	0,3	0,2	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=3X+Y; б)U=XY.

x_i	0	1	2	4
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-2	0	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -\pi,\\ a\cos\frac{x}{2} \text{ при } -\pi<x\le\pi,\\ 0 \text{ при } x>\pi.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(0;\pi/2)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 4

1. Сколько перестановок можно получить из букв слова ТЕСАК ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

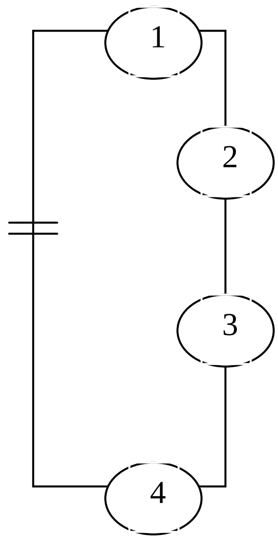
2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 768987864?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОЕКЦИЯ составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $3C_{2n}^{n-1} = 5C_{2n-1}^{n}$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает};

   C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В студенческой группе 15 человек, из которых 5 девушек, а остальные – юноши. Деканат дал студентам этой группы 5 билетов на концерт группы «Тылобурдо». Найти вероятность, что а)3 билета достанутся девушкам; б) не менее трех билетов достанутся девушкам.

7. Из отрезка [0, 2] на удачу выбраны два числа x и y. Найдите вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам $x^2 \le 4y \le 4x$.

8. 70% учащихся в Ижгту — юноши. 80% девушек и 60% юношей имеют билеты на КВН. В деканат принесли кем-то потерянный билет. Какова вероятность того, что этот билет принадлежал девушке? Юноше?

9. Рабочий обслуживает 12 однотипных станков. Вероятность, что станок потребует внимания рабочего в течение промежутка времени Т, равна 1/3. Найти вероятность того, что за время Т а) 4 станка потребуют внимания рабочего; б) менее 4-х станков .потребуют внимания рабочего; в) хотя бы 4 станка потребуют внимания рабочего.

10. Вероятность нарушения герметичности банки в некоторой партии консервных банок равна 0,0004. Вычислите вероятность того, что среди 2000 банок окажутся с нарушением герметичности не более 3.
11. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК равна p = 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется непроверенных а) ровно 60; б) от 70 до 100.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	3	4	5
p_i	*	0,2	0,1	0,3

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+3Y; б)U=XY.

x_i	-4	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le -\dfrac{\pi}{4}, \\ a\cos 2x \text{ при } -\dfrac{\pi}{4} < x \le \dfrac{\pi}{4}, \\ 0 \text{ при } x > \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\dfrac{\pi}{3}; -\dfrac{\pi}{12}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 5

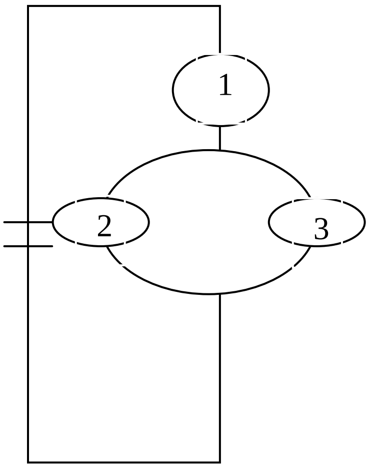
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова САМОЛЕТ ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 465768756?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОГУЛКА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $5C_n^3 = C_{n-2}^4$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. У Малыша в кульке лежали 12 конфет: 5 карамелек и 7 шоколадных. Карлсон не глядя запустил в кулек руку и достал 8 конфет. Найти вероятность того, что у Карлсона в руке оказалось а) 6 шоколадных конфет и 2 карамельки; б) карамелек оказалось не более 2.

7. Найдите вероятность того, что сумма двух наудачу взятых чисел из отрезка [-1,1] больше нуля, а их произведение отрицательно

8. Бросается монета, и если она падает так, что сверху оказывается герб, вынимаем один шар из урны I; в противном случае — из урны II. Урна I содержит 4 красных и 1 белый шар. Урна II содержит 1 красный и 3 белых шара, а) Какова вероятность того, что вынутый шар красный? б) Какова вероятность того, что шар вынимался из I урны, если он оказался красным?

9. Китайский завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью 1/3 оказывается дефектным. Для контроля продукции выбирается 6 изделий. Найти вероятность того, что а) ни в одном изделии не будет дефекта; б) не менее чем в двух изделий будет обнаружен дефект; в) ровно в трех изделиях будет дефект.

10. Вероятность появления брака при автоматической обработке деталей равна 0,003. Найдите вероятность того, что среди 1000 деталей только 4 детали будут бракованными.

11. Вероятность выхода конденсатора из строя в течение времени t равна 0,25. Вычислите вероятность того, что за этот промежуток времени из имеющихся 150 конденсаторов выйдет из строя а) ровно 60 конденсаторов; б) от 40 до 80 конденсаторов.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	0	3	6	7
p_i	0,1	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X-2Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,4	0,1	0,3	0,2

y_i	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,3	0,1	0,5

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 3,\\ 0{,}1 \text{ при } 3<x\le a,\\ 0 \text{ при } x>a.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал (2; 5) . Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 6

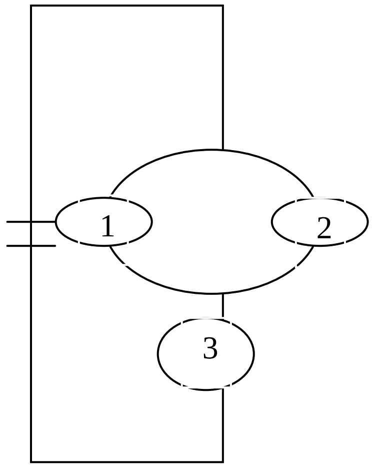
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова СВЁРТОК ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 475674658?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИМОЧКА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_5^3 + 5C_n^{15} = 165$.

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; С={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. Из 10 студентов 6 имеют спортивные разряды. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 5 студентов спортивный разряд имеют а)3 человека; б) менее трех человек.

7. На отрезок АВ длиной 12 см наугад ставят точку М. Найдите вероятность того, что площадь квадрата, построенного на отрезке АМ, будет заключена между 36 см^2 и 81 см^2.

8. На радиозаводе машина *A* производит 40% всех радиостанций, а машина *B* — 60%. В среднем 9 единиц из 1000 единиц продукции, произведенных машиной А, оказывается браком, а у машины *B* — брак 2 единицы из 500. Некоторая радиостанция, выбранная случайным образом из дневной продукции, оказалась браком. Какова вероятность того, что она произведена на машине В?

9. Баскетболист делает 5 бросков мячом в корзину. Вероятность попадания мяча при каждом броске одинакова и равна 0,4. найти вероятность того, что а) баскетболист ровно 4 раза попадет мячом в корзину; б) попаданий в корзину будет менее четырех; в) попаданий мячом будет не более 5.
10. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Найдите вероятность попадания в цель двумя и более выстрелами при залпе в 5000 выстрелов.

11. При штамповке металлических клемм получается в среднем 90% годных. Найдите вероятность того, что среди 900 клемм окажется от 700 до 820 годных.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
 а)Найти значение *;
 б) изобразить полигон распределения;
 в) найти и изобразить графически функцию распределения;
 г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
 д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
 е) найти математическое ожидание случайной величины X;
 ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,2	0,3	*	0,1

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
 Найти закон распределения случайных величин а)Z=X-Y; б)U=XY.

x_i	-4	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x \le -\dfrac{\pi}{4}, \\ a\cos 2x \text{ при } -\dfrac{\pi}{4} < x \le \dfrac{\pi}{4}, \\ 0 \text{ при } x > \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{12})$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 7

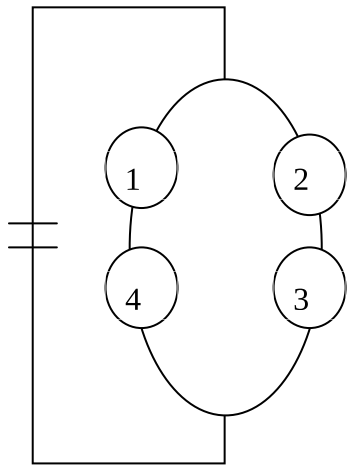
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ТЕРМОС?
 Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 384576985?
 Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИРОСТ составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^3 - 5C_{15}^3 = 455$.

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В лотерее «Спортлото 6 из 30» участник лотереи, правильно угадавший 4, 5 или 6 видов спорта из 30 , получает денежный приз. Найти вероятность того, что данный участник угадает а) 5 видов спорта; б) получит денежный приз.

7. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше двух, не превзойдет двух, а их произведение будет не больше 2/5 ?

8. В группе из 20 стрелков имеются 4 отличных, 10 хороших и 6 посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9, для хорошего — 0,7, для посредственного — 0,5. Найдите вероятность того, что: а) наудачу выбранный стрелок попадет в цель; б) 2 наудачу выбранных стрелка попадут в цель.в) Цель поражена. Найти вероятность, что ее поразил хороший стрелок

9. Среди коконов некоторой партии 30% цветных. Какова вероятность того, что среди 10 отобранных коконов а) цветных будет 3 кокона; б) цветных коконов будет не менее семи; в) цветных коконов будет не более 8.
10. На базе получено 10000 электроламп. Вероятность того, что в пути лампа разобьется, равна 0,0003. Найдите вероятность того, что среди полученных ламп будет пять ламп разбито.

11. Вероятность случайным образом отобранному изделию оказаться стандартным равна 0,8. Найдите вероятность того, что среди 225 взятых наугад изделий а) 180 окажутся стандартными; б) Стандартными окажутся от 155 до 200 изделий.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
    а)Найти значение *;

б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,2	0,3	*	0,1

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=-2X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,4	0,1	0,3	0,2

y_i	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,3	0,1	0,5

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ 2a(x-1) \text{ при } 1<x\le 2,\\ 0 \text{ при } x>2.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал (0,3 ; 1,4) . Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 8

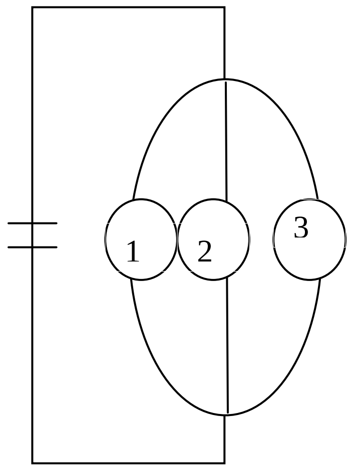
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ТАНЕЦ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа374694634 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОБКА составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^3 - C_n^3 = 10C_{n-1}^3$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6.

В аудитории находятся 25 студентов. 10 из них изучают английский язык, а остальные 15 – французский. Случайным образом для уборки территории отбираются 5 студентов. Найти вероятность того, что среди них а) ровно 3 изучают английский язык; б) студентов изучающих французский больше.

7. Точка (c, q) наудачу выбирается из квадрата с вершинами (0,0), (1,0), (1,1), (0,1). Найдите вероятность того, что корни уравнения $x^2 + cx + q = 0$ окажутся действительными и разных знаков?

8. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: класс H_1 (мало рискует), класс H_2 (рискует средне), класс H_3 (рискует сильно). Агентство предполагает, что из всех водителей, застраховавших автомобили, 30% принадлежат к классу 50% — к классу H_2 и 20% — к классу H_3. Вероятность того, что в течение года водитель класса H_1 попадет хотя бы в одну аварию, равна 0,01, для водителя класса H_2 эта вероятность равна 0,02, а для водителя класса H_3 — 0,08. Водитель А страхует свою машину и в течение года попадает в аварию. Какова вероятность того, что он относится к классу H_2?

9. По каналу связи передается 8 сообщений. Каждое из них независимо от других с вероятностью 0,2 искажается помехами. Найти вероятности следующих событий: а) из 8 событий ровно 5 искажаются помехами; б) искажаются помехами не более половины всех передаваемых сообщений; в) помехами искажается более 6 сообщений.

10. Найдите вероятность того, что среди 200 изделий окажется ровно три бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1%.

11. В цехе имеется 80 станков, работающих независимо друг от друга. Для каждого станка вероятность быть включенным равна 0,9. Вычислите вероятность того, что в некоторый момент времени включенными окажутся а) ровно 50 станков; б) от 60 до 75 станков.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;

в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,3	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X-2Y; б)U=XY.

x_i	-3	0	1	2
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-1	1	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1, \\ a\ln x \text{ при } 1<x\le e, \\ 0 \text{ при } x>e. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(e^{-1};\sqrt[3]{e}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 9

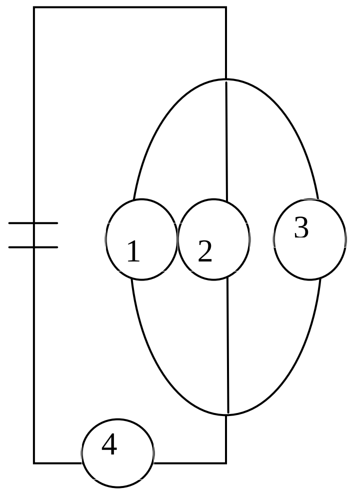
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова КУЛЕБЯКА?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 475638575 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИМЕР составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $C_n^{n-2}+C_n^{n-1}=55$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В конкурсе мисс ИжГТУ участвовало 13 девушек. Среди них было 6 блондинок и 7 брюнеток. Первокурсник ИВТ факультета пригласил в кино их всех, но пришли только 5 девушек. Найти вероятность того, что первокурсник смотрел кино а) 5 блондинками ; б) двумя блондинками и тремя брюнетками.

7. Точка (c, q) наудачу выбирается из квадрата с вершинами (0,0), (1,0), (1,1), (0,1). Найдите вероятность того, что корни уравнения $x^2 + cx + q = 0$ окажутся действительными положительными числами?

8. В каждой из 3 урн по 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найдите вероятность того, что шар, извлеченный затем из третьей урны, окажется белым.

9. Игральная кость подбрасывается 9 раз. Найти вероятность того, что а) шестерка выпадет 3 раза; б) шестерка выпадет более трех раз; в) шестерка выпадет не более семи раз.
10. Устройство состоит из 1600 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна 0,001. Найдите вероятность того, что за время t 4 элемента.

11. Вероятность изготовления детали со стандартными размерами равна 0,7. Вычислите вероятность того, что среди 300 деталей стандартными будут от 200 до 250.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7

p_i	*	0,3	0,2	0,1

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+3Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{при} \ x \le -\dfrac{3\pi}{2}, \\ a\cos\dfrac{x}{3} \ \text{при} \ -\dfrac{3\pi}{2} < x \le \dfrac{3\pi}{2}, \\ 0 \ \text{при} \ x > \dfrac{3\pi}{2}. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{4}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 10

1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова БОЧКА?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

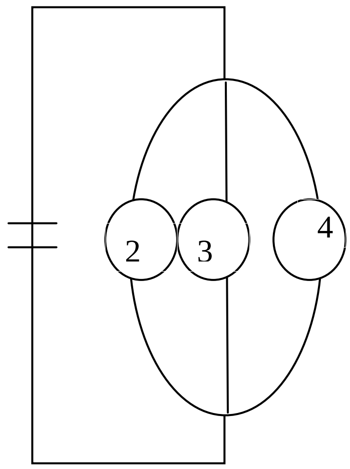
2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 274655733 ?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИВОЛЬЕ составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\dfrac{C_{2n+1}^{n-1}}{C_{2n}^{n-1}}=\dfrac{13}{7}$

1

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. У одной одинокой бабушки было 12 кошек. Среди которых были 5 короткошерстных и 7 длинношерстных. На 8 марта одинокая бабушка решила подарить 5 кошечек соседям. Выбирала она их случайным образом. Найти вероятность того, что среди подарочков а) ровно 4 кошки были длинношерстные; б) длинношерстных кошек было не менее четырех.

7. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2/7?

8. С первого станка-автомата на сборку поступают 40%, со второго — 30%, с третьего — 20%, с четвертого — 10% деталей. Среди деталей, выпущенных первым станком, 2% бракованных, вторым — 1 %, третьим — 0,5% и четвертым — 0,2%. а)Найдите вероятность того, что поступившая на сборку деталь небракованная. Известно, что поступившая на сборку деталь небракованная. Какова вероятность, что она выпущена третьим станком?

9. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет: а) три раза; б) не менее трех раз; в) более 7 раз.

10. Какова вероятность того, что среди 200 человек будет 6 левшей, если левши в среднем составляют 1%?

11. Вероятность, что рост человека находится в интервале от 164 до 174 равна 0,8. а) Найдите вероятность того, что среди встретившихся вам на улице 300 человек рост ровно 125 человек не будет находиться в интервале от 164 до 174.б) Найдите вероятность того, что среди встретившихся вам на улице 300 человек будут от 120 до 250 человек, чей рост находиться в интервале от 164 до 174.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);

е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	2	3	4
p_i	0,2	0,2	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=2X+Y; б)U=XY

x_i	0	1	2	4
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-2	0	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le -\dfrac{\pi}{4}, \\ a\cos 2x \text{ при } -\dfrac{\pi}{4}<x\le\dfrac{\pi}{4}, \\ 0 \text{ при } x>\dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{12}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 11

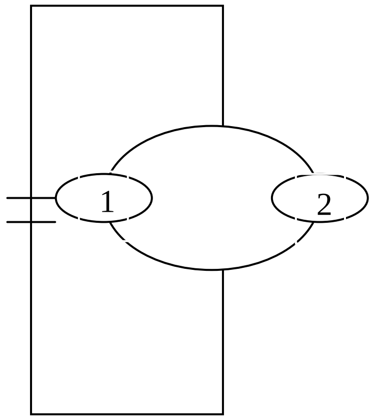
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ДОСУГ ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 586758475?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИКЛАД составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^5 = 18A_{n-2}^4$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В ящике содержится 10 деталей, среди которых 4 нестандартные. Определить вероятность того, что в наудачу отобранных 6 деталях окажется а) ровно две нестандартные; б) не более двух нестандартных.

7. На отрезке длиной *a* наудачу ставится 2 точки, в результате чего отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что из трех получившихся частей отрезка можно построить треугольник.

8. Из 5 стрелков 2 попадают в цель с вероятностью 0,6 и 3 — с вероятностью 0,4. а) Что вероятнее: попадет в цель наудачу выбранный стрелок или нет? б) Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к трем последним?

9. Транзисторный радиоприемник смонтирован на 10 полупроводниках, для которых вероятность брака равна 1/4. приемник отказывает при наличии не менее трех бракованных полупроводников. Найти вероятность того, что: а) откажут ровно 4 полупроводника; б) приемник будет работать; в) приемник откажет.

10. Устройство состоит из 1500 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа каждого из них в течение времени t равна 0,0017. Найдите вероятность того, что за время t откажут от 2 до 4 элементов.

11. Из большой партии продукции, содержащей 70% изделий первого сорта, наугад отбирают 100 изделий. Вычислите вероятность того, что среди отобранных будет а) ровно 80 изделий 1 сорта; б) не менее 50 и не более 90 изделий первого сорта.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	2	3	4

p_i	0,4	*	0,1	0,15

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X-4Y; б)U=XY

x_i	-4	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ \dfrac{a\ln x}{x} \text{ при } 1<x\le e^2,\\ 0 \text{ при } x>e^2.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(\dfrac{1}{2};e\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 12

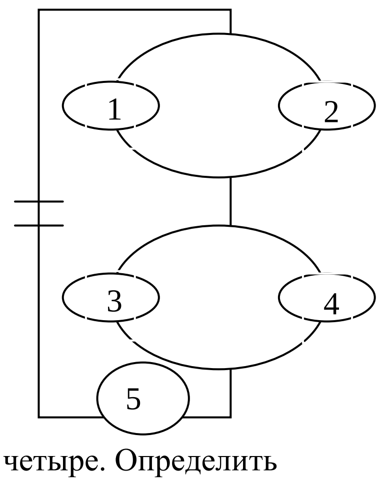
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ДЯТЕЛ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 284757438 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИВОЗ составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_{n-2}^{2}+C_{n}^{n-2}=101$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; С={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. Среди двенадцати билетов выигрышными являются четыре. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов окажется а)три выигрышных; б) не более трех выигрышных .

7. На отрезке АВ длиной а наудачу поставлены две точки С и Д. найти вероятность того, что точка С будет ближе к точке Д, чем к А.

8. На 3 дочерей — Машу, Дашу и Елену — в семье возложена обязанность мыть посуду. Поскольку Маша старшая, ей приходится выполнять 40% всей работы. Остальные 60% работы Даша и Елена делят поровну. Когда Маша моет посуду, вероятность для нее разбить по крайней мере одну тарелку равна 0,02. Для Даши и Елены эта вероятность равна соответственно 0,03 и 0,04. Родители не знают, кто мыл посуду вечером, но они слышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла Даша?

9. Радиоэлектронный комплекс самолета-бомбардировщика включает в себя 10 объектов. Вероятность работы каждого объекта равна 0,9. Объекты выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что : а) откажет хотя бы один объект; б) откажут ровно четыре объекта; в) откажут не менее трех объектов.
10. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на 1 веретене в течение 1 мин равна 0,003. Вычислите вероятность того, что в течение 1 мин произойдет не более двух обрывов.

11. Вероятность выхода конденсатора из строя в течение времени t равна 0,25. Вычислите вероятность того, что за этот промежуток времени из имеющихся 150 конденсаторов выйдет из строя а) ровно 50 конденсаторов; б) от 40 до 80 конденсаторов.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;

ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	1	2	5	7
p_i	0,3	0,4	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	4
p_i	0,4	0,1	0,3	0,2

y_i	-4	0	1	2
p_i	0,1	0,3	0,1	0,5

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ 0{,}3 \text{ при } 1<x\le a,\\ 0 \text{ при } x>a.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1;2)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 13

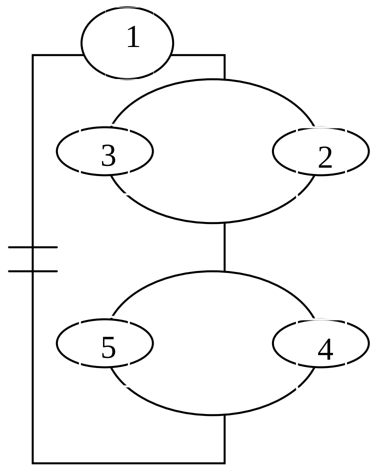
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ГРЕЧИХА ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 574836475 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИВЫЧКА составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $C_{n+1}^{n-1}+3C_{n+1}^{3}=4(n+n^2)$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В букете, состоящем из 10 цветов 6 красных цветка, остальные синие. Наудачу берется 5 цветов. Определить вероятность того, что красных цветов среди них будет а) ровно 2 штуки; б) не более двух.

7. На окружности радиуса R наудачу поставлены три точки А,В и С. Какова вероятность того, что треугольник АВС остроугольный?

8. Известно, что 96% выпускаемых заводом изделий отвечает стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную с вероятностью 0,05. Определите вероятность того, что изделие, прошедшее упрощенный контроль, отвечает стандарту.

9. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в июле в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из восьми случайно выбранных в этом месяце дней а) ровно четыре окажутся дождливыми; б) дождливыми окажутся хотя бы четыре; в) дождливыми будут не более 7 дней?

10. В зрительном зале находится 400 человек. Какова вероятность того, что среди них имеется 3 левши, если левши в среднем составляют 1%?
11. При штамповке металлических клемм получается в среднем 90% годных. Найдите вероятность того, что среди 900 клемм окажется а) 750 годных; б) от 700 до 820 годных.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	2	3	4
p_i	0,4	*	0,1	0,15

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY

x_i	-4	-1	0	2
p_i	0,2	0,4	0,3	0,1

y_i	-1	-1	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le\dfrac{10}{3},\\ 1-a(x-4)^2 \text{ при } \dfrac{10}{3}<x\le\dfrac{14}{3},\\ 0 \text{ при } x>\dfrac{14}{3}.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(-2;4)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 14

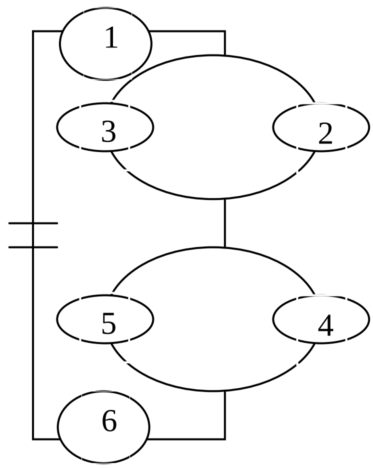
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ГРИМЁР?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 3845756475 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИМЕТА составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^{10}+A_n^{9}=4A_n^{8}$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; С={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В студенческой группе 12 человек, из которых 5 девушек, а остальные – юноши. Деканат дал студентам этой группы 5 билетов на концерт группы «Тылобурдо». Найти вероятность, что а)3 билета достанутся девушкам; б) не менее трех билетов достанутся девушкам.

7. Два парохода : «Олег Кошевой» и «Быстроходный» должны подойти к одному причалу. Время прихода каждого парохода независимо и равновозможно в течение суток. Найти вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки парохода «Олег Кошевой» один час, а время стоянки «Быстроходного» - два часа.

8. Брак в продукции завода вследствие дефекта *А* составляет 5%, причем среди забракованной по признаку *А* продукции 6% имеют дефект В, а в продукции, свободной от дефекта А, дефект *В* составляет 2%. Найдите вероятность наличия дефекта.

9. Рабочий обслуживает 10 однотипных станков. Вероятность, что станок потребует внимания рабочего в течение промежутка времени Т, равна 1/3. Найти вероятность того, что за время Т а) 4 станков потребуют внимания рабочего; б) менее 2-х станков потребуют внимания рабочего; в) хотя бы 2 станка потребуют внимания рабочего.

10. Завод отправил партию консервов в 2000 штук. Вероятность того, что консервная банка будет разгерметизирована, равна 0,0035. Какова вероятность того, что разгерметизировано будет не более 5 банок консервов?

11. Известно, что дальтоники составляют примерно 2% . оценить вероятность того, что среди 400 человек окажется а) четверо дальтоников; б) дальтоников не менее 80 , но не более 150 человек.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);

д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	0	3	6	7
p_i	0,1	0,4	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

y_i	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,6	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \dfrac{a}{(x+2)^2} \text{ при } 0<x\le 2, \\ 0 \text{ при } x>2. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(-1;1,5)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 15

1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ГРУЗОВИК ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

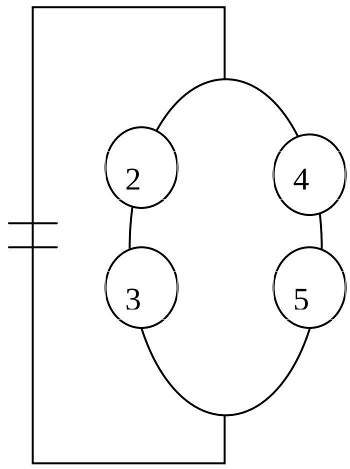
2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 4837365744?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИБЫЛЬ составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $C_n^{n-2}-C_{n-1}^{n-3}=\dfrac{35}{6}$

1

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. У Малыша в кульке лежали 10 конфет: 4 карамельки и 6 шоколадных. Карлсон не глядя запустил в кулек руку и достал 6 конфет. Найти вероятность того, что у Карлсона в руке оказалось а) 4 шоколадных конфеты и 2 карамельки; б) карамелек оказалось не более 2.

7. Остап Бендер узнал, что господин Корейко обедает у Синицких ежедневно Обед занимает у Корейко 10 минут. Обед Остапа занимает 20 минут. Оба они приходят на обед ежедневно в любое время с 12 до 14 часов. Найти вероятность того, Бендер и Корейко что они встретятся у Синицких.

8. 4 стрелка независимо друг от друга стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятности попадания для данных стрелков равны 0,4; 0,6; 0,7; 0,8. После стрельбы в мишени обнаружены 3 пробоины. Найдите вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.

9. Китайский завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью 1/3 оказывается дефектным. Для контроля продукции выбирается 8 изделий. Найти вероятность того, что а) ни в одном изделии не будет дефекта; б) не менее чем в трех изделиях будет обнаружен дефект; в) ровно в трех изделиях будет дефект.

10. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Найдите вероятность попадания в цель двумя и более выстрелами при залпе из 3000 орудий.

11. Полагая, что вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,7, найти вероятность того, что а) при 200 выстрелах мишень окажется поражена 110 раз; б) мишень будет поражена от 60 до 140 раз.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
    а)Найти значение *;
    б) изобразить полигон распределения;
    в) найти и изобразить графически функцию распределения;
    г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
    д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
    е) найти математическое ожидание случайной величины X;
    ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	1	3	5	6
p_i	*	0,2	0,1	0,3

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-2	-1	0	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

y_i	-1	0	1	4
p_i	0,1	0,1	0,1	0,7

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0, \\ e^{3ax} \text{ при } x \ge 0. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1; ln5)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 16

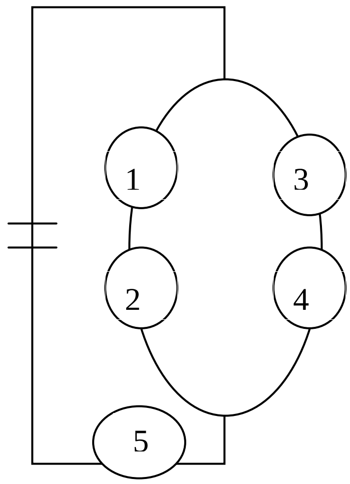
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ВОТЧИНА ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа1928339212 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИБОР составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\dfrac{C_{2n}^{n-1}}{C_{2n-1}^{n}} = \dfrac{17}{9}$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. Из 10 студентов 7 имеют спортивные разряды. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 5 студентов спортивный разряд имеют а)3 человека; б) менее трех человек.

7. На окружности радиуса R наудачу поставлены три точки А,В и С. Какова вероятность того, что треугольник АВС не является остроугольным?

8. Из 20 студентов, пришедших на экзамен, 8 подготовлены отлично, 6 — хорошо, 4 — посредственно и 2 — плохо. В экзаменационных билетах имеется 40 вопросов. Студент, подготовленный отлично, знает все вопросы, хорошо — 35, посредственно —25 и плохо — 10 вопросов. Некоторый студент ответил на все 3 вопроса билета. Найдите вероятность того, что он подготовлен: а) хорошо; б) плохо.

9. Баскетболист делает 8 бросков мячом в корзину. Вероятность попадания мяча при каждом броске одинакова и равна 0,4. найти вероятность того, что а) баскетболист ровно 4 раза попадет мячом в корзину; б) попаданий в корзину будет менее четырех; в) попаданий мячом будет не более 5.

10. При изготовлении радиоламп в среднем бывает 2% брака. Найдите вероятность того, что в партии из 200 ламп не более двух бракованных.

11. Вероятность того, что станок-автомат произведет годную деталь, равна 8/9. за смену было изготовлено 300 деталей. Определить вероятность того, что среди них а) 40 бракованных; б) бракованных деталей не более 40, но не менее 20.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;

ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,2	0,3	*	0,1

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-2	-1	1	2
p_i	0,1	0,1	0,2	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 3,\\ 0{,}1 \text{ при } 3<x\le a,\\ 0 \text{ при } x>a.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(2;5)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 17

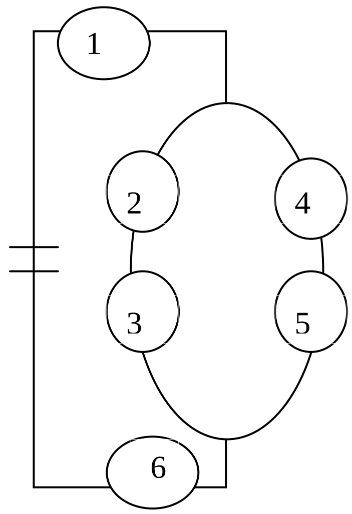
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ВОЗРАСТ ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа174757182 ?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРИБОЙ составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^3 + C_{2n}^{2n-2} = n + 5n^2$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В лотерее «Спортлото 6 из 45» участник лотереи, правильно угадавший 4, 5 или 6 видов спорта из 30 , получает денежный приз. Найти вероятность того, что данный участник угадает а) 5 видов спорта; б) получит денежный приз.

7. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, находящимися на расстоянии 2a друг от друга. На плоскость наудачу брошена монета радиуса r<a. найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.

8. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8;— с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 — с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок не попал в мишень. К какой группе вероятнее всего принадлежит этот стрелок?

9. Среди коконов некоторой партии 20% цветных. Какова вероятность того, что среди 10 отобранных коконов а) цветных будет 4 кокона; б) цветных коконов будет не менее шести; в) цветных коконов будет не более 8.

10. Аппаратура содержит 2000 одинаковых надежных элементов, вероятность отказа для каждого из которых равна 0,0005. Какова вероятность отказа аппаратуры, если он наступает при отказе хотя бы одного из элементов?
11. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК равна p = 0,3. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется непроверенных а) ровно 60; б) от 70 до 100.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	0	3	6	7
p_i	0,1	*	0,1	0,3

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-2	-1	0	1
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

y_i	-2	-1	1	4
p_i	0,1	0,1	0,5	0,3

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1, \\ \dfrac{a}{x} \text{ при } 1<x\le e, \\ 0 \text{ при } x>e. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(0,9;\sqrt{e}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 18

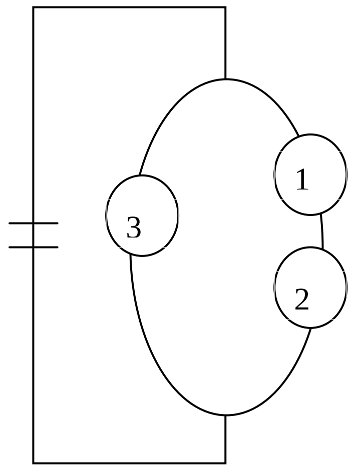
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ВОЛЫНКА?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 3857462642?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРОЧЕРК составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^2+C_{2n}^{2n-1}=-3n+5$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В аудитории находятся 20 студентов. 12 из них изучают английский язык, а остальные 8 – французский. Случайным образом для уборки территории отбираются 5 студентов. Найти вероятность того, что среди них а) ровно 3 изучают английский язык; б) студентов изучающих французский больше.

7. На отрезок AB длиной 12 см наугад ставят точку M. Найдите вероятность того, что площадь квадрата, построенного на отрезке AM, будет заключена между 36 см^2 и 81 см^2.

8. Для сдачи экзамена студентам было необходимо подготовить 30 вопросов. Из 25 студентов 10 подготовили все вопросы,8 студентов подготовили по— 25 вопросов, 5 —по 20 вопросов и 2 — по15 вопросов. Вызванный студент ответил на поставленный вопрос. Найдите вероятность того, что этот студент: а) подготовил *все* вопросы; б) подготовил только половину вопросов.

9. По каналу связи передается 8 сообщений. Каждое из них независимо от других с вероятностью 0,1 искажается помехами. Найти вероятности следующих событий: а) из 8 событий ровно 5 искажаются помехами; б) искажаются помехами не более половины всех передаваемых сообщений; в) помехами искажается более 6 сообщений.

10. По данным ОТК в среднем 3% изделий требуют дополнительной регулировки. Вычислите вероятность того, что из 200 изделий 4 потребуют дополнительной регулировки.

11. Вероятность выхода конденсатора из строя в течение времени t равна 0,3. Вычислите вероятность того, что за этот промежуток времени из имеющихся 150 конденсаторов выйдет из строя а) ровно 60 конденсаторов; б) от 40 до 80 конденсаторов.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале

[3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-2	1	3	4
p_i	0,4	0,2	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-4	0	2	4
p_i	0,1	0,4	0,1	0,2

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения
15.

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 2,\\ \dfrac{a}{\sqrt[3]{x-1}} \text{ при } 2<x\le 9,\\ 0 \text{ при } x>9.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(-0{,}5;6)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 19

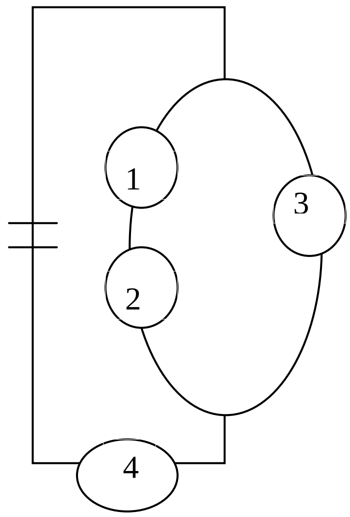
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ПРОБКА?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 4756473847?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПРАВИЛО составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^3 \div C_n^{n-1} = 340$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В конкурсе мисс ИжГТУ участвовало 15 девушек. Среди них было 8 блондинок и 7 брюнеток. Первокурсник ИВТ факультета пригласил в кино их всех, но пришли только 5 девушек. Найти вероятность того, что первокурсник смотрел кино а) 5 блондинками ; б) двумя блондинками и тремя брюнетками.

7. Внутрь круглого озера радиуса R вписан остров, формой которого является правильный треугольник. Найти вероятность того, что парашютист, выброшенный над озером, упадет в воду.

8. Из 2 близнецов первым родился мальчик. Какова вероятность, что вторым родится девочка, если среди близнецов вероятность рождения 2 мальчиков и 2 девочек соответственно равна 0.6 и 0.4, а для разнополых близнецов вероятность родиться первым для обоих полов одинакова?

9. Игральная кость подбрасывается 9 раз. Найти вероятность того, что а) шестерка выпадет 3 раза; б) шестерка выпадет более трех раз; в) шестерка выпадет не более семи раз.

10. Среди семян ржи 0,4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 500 семян обнаружить 5 семян сорняков?

11. 19) При штамповке металлических клемм получается в среднем 90% годных. Найдите вероятность того, что среди 900 клемм окажется от 700 до 820 годных.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7

p_i	0,4	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-2	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения
15.

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0,\\ a\sin x \text{ при } 0<x\le\pi,\\ 0 \text{ при } x>\pi.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 20

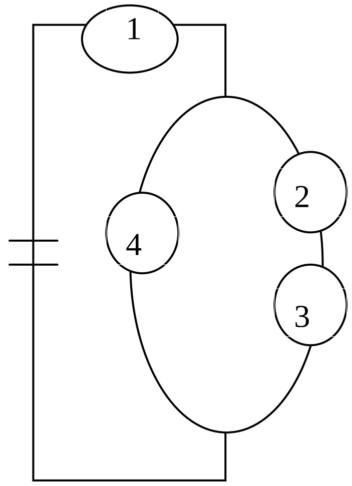
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ПРИЮТ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 2847563473?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПОХЛЕБКА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\frac{C_{2n}^{n-1}}{C_{2n+1}^{n-1}}=\frac{7}{13}$.

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. У одной одинокой бабушки было 13 кошек. Среди которых были 6 короткошерстных и 7 длинношерстных. На 8 марта одинокая бабушка решила подарить 6 кошечек соседям. Выбирала она их случайным образом. Найти вероятность того, что среди подарочков а) ровно 4 кошки были длинношерстные; б) длинношерстных кошек было не менее четырех.

7. Королева Елизавета велела белошвейке вышить на ленте длины *a* две розы. Найти вероятность того, что расстояние между розами окажется меньше *a*/2.

8. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по шоссе, как 3 : 2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

9. Монету подбрасывают 9 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет: а) три раза; б) не менее трех раз; в) более 6 раз.

10. Устройство состоит из 1000 элементов, работавших независимо один от другого. Вероятность отказа каждого из них в течение времени t равна 0,0025. Найдите вероятность того, что за время t откажут ровно 3 элемента.

11. Вероятность случайным образом отобранному изделию оказаться стандартным равна 0,8. Найдите вероятность того, что среди 300 взятых наугад изделий а) 180 окажутся стандартными; б) Стандартными окажутся от 155 до 200 изделий.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;

ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	0	1	3	5
p_i	0,1	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	0	1	2	4
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-2	0	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения
15.

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0,\\ \dfrac{a}{x+1} \text{ при } 0<x\le e-1,\\ 0 \text{ при } x>e-1.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(0;1)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 21

1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ОРХИДЕЯ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

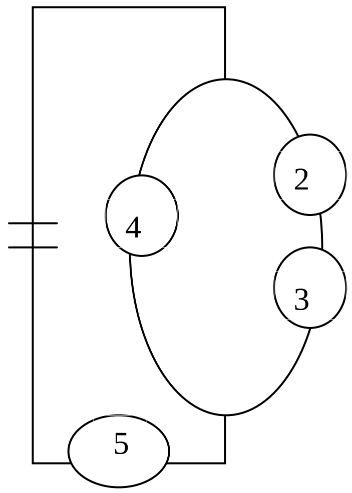
2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 4756349845?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПОЧИНКА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $C_{n+4}^{n+2}=12+20n$

1

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В ящике содержится 10 лампочек, среди которых 3 лампы по 60 ватт, а остальные по 100 ватт. Определить вероятность того, что среди наудачу отобранных 6 лампочек окажется а) ровно две 60 ваттные лампы; б) не более двух 60 ваттных ламп.

7. Улитка переползает тропинку за 6 минут. Какова вероятность того, что улитка заметит ползущего по тропинке жука, если она может это сделать лишь в том случае, когда жук находится не более чем в двух минутах до пересечения курса улитки, или не более чем в двух минутах после пересечения жуком курса улитки. Курс жука перпендикулярен курсу улитки.

8. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием А, 30% — с заболеванием В, 20% — с заболеванием С. Вероятность полного излечения болезни А равна 0,7; для болезней B и C эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием А.

9. Транзисторный радиоприемник смонтирован на 6 полупроводниках, для которых вероятность брака равна 0,1. приемник отказывает при наличии не менее двух бракованных полупроводников. Найти вероятность того, что: а) откажут ровно 5 полупроводников; б) приемник будет работать; в) приемник откажет.

10. Пусть вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,02. Найдите число наиболее вероятное число опоздавших из 855 пассажиров. Какова вероятность того, что опоздает меньше 5 пассажиров?

11. В цехе имеется 90 станков, работающих независимо друг от друга. Для каждого станка вероятность быть включенным равна 0,9. Вычислите вероятность того, что в некоторый момент времени включенными окажутся а) ровно 50 станков; б) от 60 до 75 станков.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале

[3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-2	1	3	4
p_i	0,4	0,2	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-4	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0,\\ a\sin\frac{x}{2} \text{ при } 0<x\le 2\pi,\\ 0 \text{ при } x>2\pi.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{3}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 22

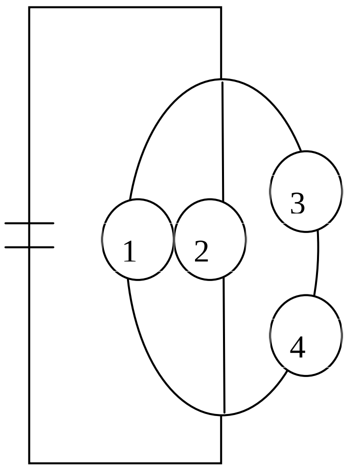
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ОРГАНИЗМ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 2948576488?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПОДХАЛИМ составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $C_{2n}^{2n-2}=17n$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. Мама испекла десять пирожков с начинкой. Внешне пирожки были одинаковые. Среди десяти пирожков четыре были с мясом, а остальные с капустой. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу пяти пирожков окажется а)три мясных; б) не более трех капустных .

7. Королева Елизавета велела белошвейке вышить на ленте длины a две розы. Найти вероятность того, что расстояние между розами окажется меньше $a/4$.

8. В первой урне находится один белый и 9 черных шаров, а во второй — один черный и 5 белых шаров. Из каждой урны удалили случайным образом по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью (свободную) урну. Найдите вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.

9. Радиоэлектронный комплекс самолета-бомбардировщика включает в себя 8 объектов. Вероятность работы каждого объекта равна 0,9. Объекты выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что : а) откажет хотя бы один объект; б) откажут ровно шесть объектов; в) откажут не менее шести объектов.

10. Найдите вероятность того, что среди 200 изделий окажется не более трех бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1%.

11. Вероятность изготовления детали со стандартными размерами равна 0,8. Вычислите вероятность того, что среди 300 деталей стандартными будут от 200 до 250.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	2	3	4

p_i	0,4	*	0,15	0,15

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,4	0,1	0,3	0,2

y_i	-2	0	1	2
p_i	0,1	0,3	0,1	0,5

14.Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -\dfrac{\pi}{4},\\ a\cos 2x \text{ при } -\dfrac{\pi}{4}<x\le\dfrac{\pi}{4},\\ 0 \text{ при } x>\dfrac{\pi}{4}.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\dfrac{\pi}{2};-\dfrac{\pi}{12}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 23

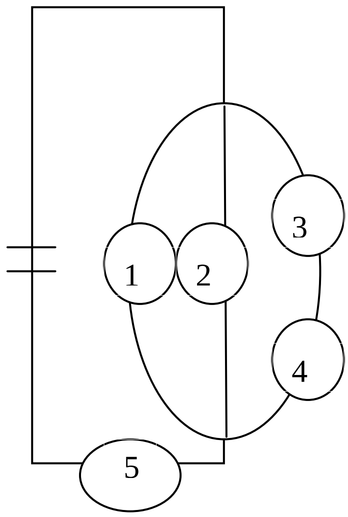
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова НАТУРЩИК?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 48375637558 ?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПЛОТИНА составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\dfrac{A_{n+3}^{n-1}}{C_{n+3}^{4}}=P_6$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В вазе стояло 12 цветов : 7 розовых роз и 5 желтых тюльпанов. Наудачу взяли 5 цветов. Определить вероятность того, что желтых тюльпанов среди них будет а) ровно 2 штуки; б) не более двух.

7. В четырехугольник с вершинами в точках $(-2,2)$; (2, 2) ; (2,-2) ; (-2,-2) наудачу брошена точка (x , y) . Найти вероятность того, что координаты точки удовлетворяют неравенству $y - x \le 1$.

8. Из 2 близнецов первым родился мальчик. Какова вероятность, что вторым родится тоже мальчик, если среди близнецов вероятность рождения 2 мальчиков и 2 девочек соответственно равна 0.6 и 0.4, а для разнополых близнецов вероятность родиться первым для обоих полов одинакова?

9. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в июле в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из восьми случайно выбранных в этом месяце дней а) ровно пять окажутся дождливыми; б) дождливыми окажутся хотя бы четыре дня; в) дождливыми будут не более 6 дней?
10. Найдите вероятность того, что среди 200 изделий окажется более трех бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1%.

11. Вероятность, что рост человека находится в интервале от 164 до 174 равна 0,8. а) Найдите вероятность того, что среди встретившихся вам на улице 300 человек рост ровно 125 человек не будет находиться в интервале от 164 до 174.б) Найдите вероятность того, что среди встретившихся вам на улице 300 человек будут от 120 до 250 человек, чей рост находиться в интервале от 164 до 174.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	*	0,3	0,2	0,1

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-3	-1	1	2
p_i	0,2	0,4	0,3	0,1

y_i	-2	-1	1	3
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -\pi,\\ a\cos\dfrac{x}{2} \text{ при } -\pi<x\le\pi,\\ 0 \text{ при } x>\pi.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 24

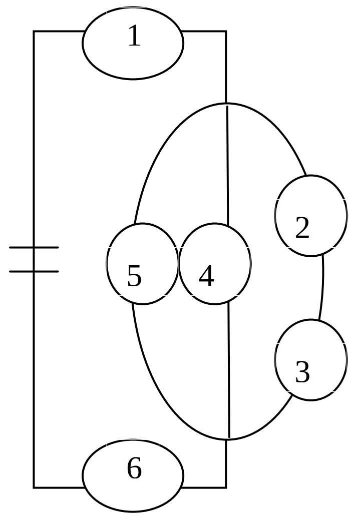
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова МИНАРЕТ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 4736275464?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПЛОМБИР составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $\dfrac{A_{n+2}^{n}}{C_{n+2}^{2}}=P_9$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В студенческой группе 20 человек, из которых 6 девушек, а остальные – юноши. Деканат дал студентам этой группы 5 билетов на концерт группы «Тылобурдо». Найти вероятность, что а)только 2 билета достанутся девушкам; б) не менее трех билетов достанутся девушкам.

7. На круге для метания дротиков нарисованы 4 концентрических окружности. Радиус внешнего круга равен 5r, а радиусы остальных кругов равны 4r,3r,2r и r соответственно.
Внутренний круг и два кольца, ограниченные радиусами 2r и3r , а также 4r и 5r-закрашены. Определить вероятность попадания дротика в заштрихованную область.

8. Имеется 10 монет, причем у одной из них герб с обеих сторон, а остальные монеты обычные. Наугад выбранную монету, не разглядывая, бросают 10 раз, причем при всех бросаниях она падает гербом кверху. Найдите вероятность того, что была выбрана монета с 2 гербами.

9. Рабочий обслуживает 12 однотипных станков. Вероятность, что станок потребует внимания рабочего в течение промежутка времени Т, равна 1/3. Найти вероятность того, что за время Т а) 2 станка потребуют внимания рабочего; б) менее 2-х станков потребуют внимания рабочего; в) хотя бы 2 станка потребуют внимания рабочего.

10. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на 1 веретене в течение 1 мин равна 0,003. Вычислите вероятность того, что в течение 1 мин произойдет не более двух обрывов

11. Из большой партии продукции, содержащей 80% изделий первого сорта, наугад отбирают 200 изделий. Вычислите вероятность того, что среди отобранных будет а) ровно 80 изделий 1 сорта; б) не менее 50 и не более 90 изделий первого сорта.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал

[3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	1	3	5	6
p_i	*	0,25	0,1	0,3

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-3	0	1	2
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-1	1	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ \dfrac{a}{x^4} \text{ при } x>1.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(0;5)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 25

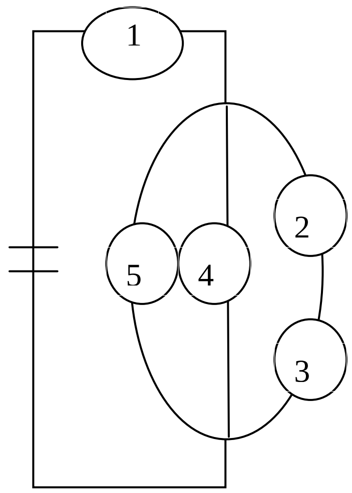
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова МОНЕТА?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 34765726374?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПЛОТНИК составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $17C_{2n-1}^{n}=9C_{2n}^{n-1}$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. У Малыша в кульке лежали 12 конфет: 5 карамелек и 7 шоколадных. Карлсон не глядя запустил в кулек руку и достал 7 конфет. Найти вероятность того, что у Карлсона в руке оказалось а) 4 шоколадных конфеты и 3 карамельки; б) шоколадных конфет оказалось не более 2.

7. На круге для метания дротиков нарисованы 4 концентрических окружности. Радиус внешнего круга равен 5r, а радиусы остальных кругов равны 4r,3r,2r и r соответственно.
Внутренний круг и два кольца, ограниченные радиусами 2r и3r , а также 4r и 5r-закрашены. Определить вероятность попадания дротика в незаштрихованную область.

8. При переливании крови надо учитывать группу крови донора и больного. Человеку, имеющему четвертую группу крови, можно перелить кровь любой группы; человеку со второй или третьей группой крови можно перелить кровь либо той же группы, либо первой; человеку с первой группой крови можно перелить только кровь первой группы

9. Китайский завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью 1/3 оказывается дефектным. Для контроля продукции выбирается 8 изделий. Найти вероятность того, что а) ни в одном изделии не будет дефекта; б) не менее чем в трех изделий будет обнаружен дефект; в) ровно в пяти изделиях будет дефект.

10. В зрительном зале находится 500 человек. Какова вероятность того, что среди них имеется 3 левши, если левши в среднем составляют 1%?

11. Вероятность выхода конденсатора из строя в течение времени t равна 0,3. Вычислите вероятность того, что за этот промежуток времени из имеющихся 150 конденсаторов выйдет из строя а) ровно 50 конденсаторов; б) от 40 до 80 конденсаторов.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале

[3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,3	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения
15.

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 10,\\ a(x-10) \text{ при } 10<x\le 11,\\ 0 \text{ при } x>11.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(9{,}15;10{,}4)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 26

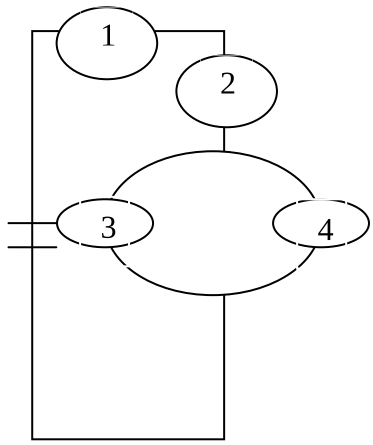
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова МЕГАФОН?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа5867496847?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПИГМЕНТ составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $P_{2n} \div P_{2n-1} = P_n \div (2P_{n-2})$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. Из 12 студентов 8 имеют спортивные разряды. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 5 студентов спортивный разряд имеют а)3 человека; б) менее трех человек.

7. Незнайка и Пончик договорились встретиться у фонтана между 10 и 11 часами утра. Каждый из них может прийти к фонтану в любой промежуток времени от 10 до 11 часами утра. Определить вероятность того, что время ожидания одним другого будет не больше 15 минут.

8. Среди населения 33,7% имеют первую 37,5% —- вторую, 20,9%—третью и 7,9% — четвертую группу крови, а) Найдите вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора, б) Найдите вероятность того, что переливание крови можно осуществить, если имеются 2 донора.

9. Баскетболист делает 8 бросков мячом в корзину. Вероятность попадания мяча при каждом броске одинакова и равна 0,4. найти вероятность того, что а) баскетболист ровно 4 раза попадет мячом в корзину; б) попаданий в корзину будет менее пяти в) попаданий мячом будет не более 5.
10. Завод отправил партию консервов в 2000 штук. Вероятность того, что консервная банка будет разгерметизирована, равна 0,0035. Какова вероятность того, что разгерметизировано будет не более 4 банок консервов?

11. При штамповке металлических клемм получается в среднем 80% годных. Найдите вероятность того, что среди 900 клемм окажется а) 750 годных; б) от 700 до 820 годных.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
   а)Найти значение *;
   б) изобразить полигон распределения;
   в) найти и изобразить графически функцию распределения;
   г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
   д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
   е) найти математическое ожидание случайной величины X;
   ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	0	3	6	7
p_i	0,1	*	0,15	0,3

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
    Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	0	1	2	4
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-2	0	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения
15.

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0,\\ a\sin\frac{x}{2} \text{ при } 0<x\le 2\pi,\\ 0 \text{ при } x>2\pi.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(\frac{\pi}{3};\pi\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 27

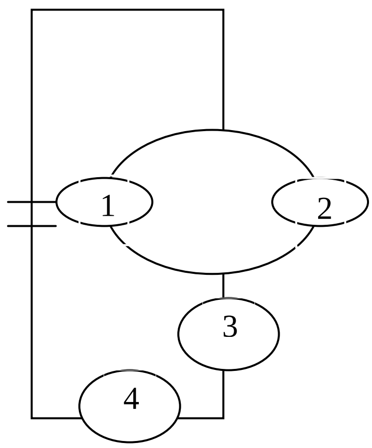
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова МАЙОНЕЗ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 4857364585?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПЕЧНИК составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_{n-1}^{3}\cdot P_{n-2}=30P_n$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В лотерее «Спортлото 5 из 35» участник лотереи, правильно угадавший 4 или 5 видов спорта из 35 , получает денежный приз. Найти вероятность того, что данный участник угадает а) 5 видов спорта; б) получит денежный приз.

7. Лиса Алиса и Кот Базилио договорились встретиться на Поле Чудес в Стране Дураков между 11 и 12 часами ночи. Каждый из них может прийти к месту встречи в любой промежуток времени от 10 до 11 часов ночи. Определить вероятность того, что время ожидания одним другого будет не больше 20 минут.

8. На 3 дочерей — Алису, Марину и Елену — в семье возложена обязанность мыть посуду. Поскольку Алиса старшая, ей приходится выполнять 40% всей работы. Остальные 60% работы Марина и Елена делят поровну. Когда Алиса моет посуду, вероятность для нее разбить по крайней мере одну тарелку равна 0,02. Для Марины и Елены эта вероятность равна соответственно 0,03 и 0,04. Родители не знают, кто мыл посуду вечером, но они слышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла Елена?

9. Среди коконов некоторой партии 40% цветных. Какова вероятность того, что среди 10 отобранных коконов а) цветных будет 3 кокона; б) цветных коконов будет не менее трех; в) цветных коконов будет не более 9.

10. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Найдите вероятность попадания в цель двумя и более выстрелами при залпе из 3000 орудий.

11. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение минуты равна 0,002. Найти вероятность того, что в течение минуты обрыв произойдет на а) трех веретенах; б) от 13 до 40 веретенах.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5;

7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	1	2	4	7
p_i	0,1	0,2	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-4	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,2	0,5

y_i	-1	0	2	4
p_i	0,2	0,2	0,5	0,1

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -2\pi,\\ a\cos\dfrac{x}{4} \text{ при } -2\pi<x\le 2\pi,\\ 0 \text{ при } x>2\pi.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\pi;\dfrac{4\pi}{3}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 28

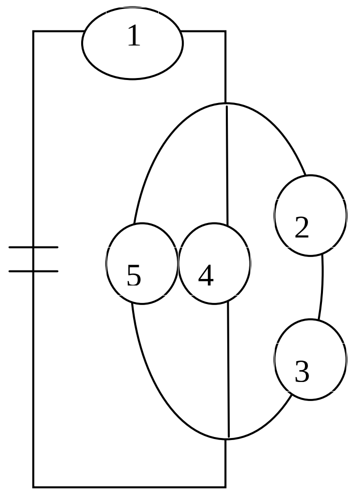
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова КУПОЛ?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 12343263429?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПЛАНШЕТ составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^2 = 2C_{n+2}^{n-2}$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В аудитории находятся 25 студентов. 10 из них изучают английский язык, а остальные 15 – французский. Случайным образом для уборки территории отбираются 7 студентов. Найти вероятность того, что среди них а) ровно 3 изучают английский язык; б) студентов изучающих французский больше.

7. Улитка переползает тропинку за 9 минут. Какова вероятность того, что улитка заметит ползущего по тропинке жука, если она может это сделать лишь в том случае, когда жук находится не более чем в трех минутах до пересечения курса улитки, или не более чем в трех минутах после пересечения жуком курса улитки. Курс жука перпендикулярен курсу улитки.

8. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: класс H_1 (мало рискует), класс H_2 (рискует средне), класс H_3 (рискует сильно). Агентство предполагает, что из всех водителей, застраховавших автомобили, 30% принадлежат к классу 50% — к классу H_2 и 20% — к классу H_3. Вероятность того, что в течение года водитель класса H_1 попадет хотя бы в одну аварию, равна 0,01, для водителя класса H_2 эта вероятность равна 0,02, а для водителя класса H_3 — 0,08. Водитель А страхует свою машину и в течение года попадает в аварию. Какова вероятность того, что он относится к классу H_3?

9. По каналу связи передается 8 сообщений. Каждое из них независимо от других с вероятностью 0,1 искажается помехами. Найти вероятности следующих событий: а) из 8 событий ровно 5 искажаются помехами; б) искажаются помехами не более половины всех передаваемых сообщений; в) помехами искажается более 5 сообщений.

10. При изготовлении радиоламп в среднем бывает 2% брака. Найдите вероятность того, что в партии из 200 ламп не более двух бракованных.

11. Коммутатор учреждения обслуживает в среднем 100 абонентов. Вероятность того, что в течение одной минуты абонент позвонит на коммутатор, равна 0,04. Какова вероятность того, что в течение минуты на коммутатор позвонит а)12 абонентов; б) от 20 до 40 абонентов.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;

в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	2	4	6	7
p_i	0,45	0,3	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-1	0	1	4
p_i	0,4	0,1	0,3	0,2

y_i	-4	0	1	2
p_i	0,1	0,3	0,1	0,5

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ \dfrac{a}{x^3} \text{ при } 1<x\le 3,\\ 0 \text{ при } x>3.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(0;2)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 29

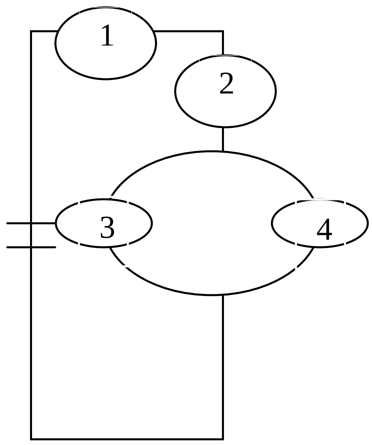
1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова КУЧЕР?
Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?

2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 19438452919?
Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?

3. Из букв слова ПИОНЕР составляются пятибуквенные слова.
А).Сколько таких слов можно получить?
Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
В) А если слова содержат не менее 5 букв?

4. Решить уравнение $A_n^6=28A_{n-2}^5$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; C={ в цепи нет разрыва}. Выразить события C и $\overline{C}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. В конкурсе мисс ИжГТУ участвовало 13 девушек. Среди них было 6 блондинок и 7 брюнеток. Первокурсник ИВТ факультета пригласил в кино их всех, но пришли только 5 девушек. Найти вероятность того, что первокурсник смотрел кино а) 5 блондинками ; б) двумя блондинками и тремя брюнетками.

7. На отрезок АВ длиной 15 см наугад ставят точку М. Найдите вероятность того, что площадь квадрата, построенного на отрезке АМ, будет заключена между 36 см^2 и 81 см^2.

8. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием А, 30% — с заболеванием В, 20% — с заболеванием С. Вероятность полного излечения болезни А равна 0,7; для болезней B и C эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием В.

9. Игральная кость подбрасывается 8 раз. Найти вероятность того, что а) шестерка выпадет 4 раза; б) шестерка выпадет более четырех раз; в) шестерка выпадет не более шести раз.
10. Аппаратура содержит 2000 одинаковых надежных элементов, вероятность отказа для каждого из которых равна 0,0005. Какова вероятность отказа аппаратуры, если он наступает при отказе хотя бы одного из элементов?

11. Фирма раскладывает листовки с рекламой своего товара по почтовым ящикам. Вероятность того, что реклама сработает и обладатель такой листовки пойдет в магазин и купит товар равна 0,001. Фирма распространила 500 листовок. Найти вероятность того, что пойдут покупать товар этой фирмы а) 25 человек; б) от 200 до 250 человек.

12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;

ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-1	2	3	4
p_i	0,4	*	0,1	0,15

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	-4	-1	0	2
p_i	0,2	0,4	0,3	0,1

y_i	-1	-1	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

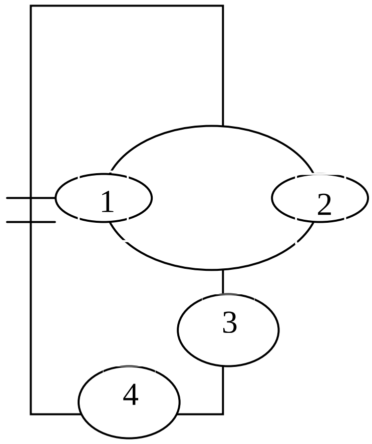
$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le -\frac{\pi}{2}, \\ a\cos^2 x \text{ при } -\frac{\pi}{2}<x\le\frac{\pi}{2}, \\ 0 \text{ при } x>\frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения .

Вариант 30

1. А). Сколько перестановок можно получить из букв слова ЗЕНИТ?
   Б). Сколько перестановок будет заканчиваться на гласную букву для четных вариантов, на согласную букву – для не четных вариантов?
2. А). Сколько перестановок можно получить из цифр числа 17364735627?
   Б). Сколько перестановок будет начинаться с четной цифры для четных вариантов, с нечетной цифры – для нечетных вариантов?
3. Из букв слова ПАРОДИЯ составляются пятибуквенные слова.
   А).Сколько таких слов можно получить?
   Б) Сколько таких слов начинается с буквы П?
   В) А если слова содержат не менее 5 букв?
4. Решить уравнение $7C_{2n+1}^{n-1}=13C_{2n}^{n-1}$

5. На рисунке приведена схема электрической цепи. События: A_k ={элемент k работает}; С={ в цепи нет разрыва}. Выразить события $\tilde{N}$ и $\overline{\tilde{N}}$ через события A_k и $\overline{A}_k$.



6. У одной одинокой бабушки было 15 кошек. Среди которых были 8 короткошерстных и 7 длинношерстных. На 8 марта одинокая бабушка решила подарить 7 кошечек соседям. Выбирала она их случайным образом. Найти вероятность того, что среди подарочков а) ровно 4 кошки были длинношерстные; б) длинношерстных кошек было не менее четырех.
7. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, находящимися на расстоянии $3a$ друг от друга. На плоскость наудачу брошена монета радиуса r<a. найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.

8. В сборной ИжГТУ по футболу 7 игроков с «ИВТ» факультета, 8 – с «ТТ», 6 – с «РиДа» и 4 – с МиМ факультета. Статистикой установлено, что вероятность забить гол в играх сборной для студента «ИВТ» факультета составляет 0,5, для студента «ТТ» факультета 0,4, для «РиДовца» 0,35 и для «МиМовца» 0,3. В матче футболистами забито 2 гола. Какова вероятность того, что один гол забил представитель «ИВТ» факультета, другой – представитель МиМ факультета?

9. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет: а) четыре раза; б) не менее четырех раз; в) не более 8 раз.
10. По данным ОТК в среднем 3% изделий требуют дополнительной регулировки. Вычислите вероятность того, что из 200 изделий 4 потребуют дополнительной регулировки.
11. В цехе имеется 90 станков, работающих независимо друг от друга. Для каждого станка вероятность быть включенным равна 0,9. Вычислите вероятность того, что в некоторый момент времени выключенными окажутся а) ровно 50 станков; б) от 60 до 75 станков.
12. Дан ряд распределения случайной величины X.
а)Найти значение *;
б) изобразить полигон распределения;
в) найти и изобразить графически функцию распределения;
г)найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале [3,5; 7,5);
д) Найти вероятность того, что случайная величина не попадет в интервал [3,5; 7,5);
е) найти математическое ожидание случайной величины X;
ж) найти дисперсию случайной величины X;

x_i	-2	1	3	4
p_i	0,4	0,25	0,1	*

13. Даны законы распределения двух случайных величин X и Y:
Найти закон распределения случайных величин а)Z=X+Y; б)U=XY.

x_i	0	1	2	4
p_i	0,1	0,1	0,3	0,5

y_i	-2	0	2	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,6

14. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -3,\\ \dfrac{ax}{x+4} \text{ при } -3<x\le e-4,\\ 0 \text{ при } x>e-4.\end{cases}$$

Найдите: 1) функцию распределения и необходимые константы; 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 3) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(-4;1)$. Постройте графики функций распределения и плотности распределения.

4. КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Качество выполнения внеаудиторной самостоятельной работы студентов оценивается посредством текущего контроля самостоятельной работы студентов. Текущий контроль СРС – это форма планомерного контроля качества и объема приобретаемых студентом компетенций в процессе изучения дисциплины, проводится на практических и семинарских занятиях и во время консультаций преподавателя.

Максимальное количество баллов «отлично» студент получает, если:

- обстоятельно с достаточной полнотой излагает соответствующую тему;
- раскрыл содержание практической части задания на 85%-100%;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «хорошо» студент получает, если:

- неполно, но правильно решено задание;
- если студент раскрыл содержание практической части задания на 70%-84%;
- при решении были допущены 1-2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «удовлетворительно» студент получает, если:

- неполно, но правильно изложено задание;
- если студент раскрыл содержание практической части задания на 50%-69%;
- при решении было допущено 2 существенные ошибки;
- излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;
- затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

Оценка «неудовлетворительно» студент получает, если:

- неполно изложено задание;

- если студент раскрыл содержание практической части задания менее, чем на 49%;

- при изложении были допущены существенные ошибки, т.е. если оно не удовлетворяет требованиям, установленным преподавателем к данному виду работы.

4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

основная литература:

1. **Вентцель, Е. С.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения : учебное пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 4-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 491 с. - (Учебники для вузов. Математика). - ISBN 978-5-06-005714-0
2. **Шириков, В. Ф.** Теория вероятностей : учебное пособие / В. Ф. Шириков, С. М. Зарбалиев. - М. : КолосС, 2008. - 389 с. - (Учебники и учеб. пособия для студентов высш. учеб. заведений). - ISBN 978-5-9532-0621-1
3. **Юрьева, А. А.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. : учебное пособие / А. А. Юрьева. - 2-е изд., испр. - Саратов : ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2009. - 208 с.

дополнительная литература:

1. **Шипачев, В. С.** Курс высшей математики : учебник для вузов / Под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., испр. - М. : ОНИКС, 2007. - 600 с.
2. **Кириллова, Т. В., Хучраева Т.С.** Элементы математической статистики / Т. В., Хучраева Т.С. Кириллова. - Саратов : Сарат. гос. агр. ун-т, 2004. - 60 с. - ISBN 5-7011-0394-3
3. **Прохоров, Ю.В.** Вероятность и математическая статистика : энциклопедический словарь / ред. Ю. В. Прохоров. - Репр. воспроизведение изд. - М. : Большая Российская Энциклопедия, 2003. - 910 с. - (Золотой фонд). - ISBN 5-7107-7433-2
4. **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высш. образование, 2006. - 479 с. : ил. - (Основы наук).

Интернет-ресурсы:

- http://ru.wikipedia.org -Википедия;
- www.newlibrary.ru - новая электронная библиотека;
- www.edu.ru – федеральный портал российского образования;
- www.mathnet.ru – общероссийский математический портал;
- www.elibrary.ru – научная электронная библиотека;
- www.matburo.ru – матбюро: решения задач по высшей математике;
- www.nehudlit.ru - электронная библиотека учебных материалов.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Таблица значений функции $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006
4,2	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004
4,3	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003
4,4	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002
4,5	0,00002	0,00002	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001
4,6	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001
4,7	0,000006									
4,8	0,000004									
4,9	0,000002									
5	0,00000									

ПРИЛОЖЕНИЕ II

Таблица значений функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,49977	0,49978	0,49978	0,49979	0,49980	0,49981	0,49981	0,49982	0,49983	0,49983
3,6	0,49984	0,49985	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49987	0,49988	0,49988	0,49989
3,7	0,49989	0,49990	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992	0,49992
3,8	0,49993	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995
3,9	0,49995	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997
4	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998
4,1	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,499985		0,499986
4,2	0,499987		0,499988		0,499989		0,499990		0,499991	
4,3	0,499991	0,499992		0,499993				0,499994		
4,4	0,499995					0,499996				
4,5	0,499997									
4,6	0,499998									
4,7	0,499999									
4,8	0,499999									
4,9	0,4999995									
5	0,500000									

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Таблица значений функции Пуассона $P_m(\lambda)=\dfrac{\lambda^m}{m!}\ell^{-\lambda}$

λ / k	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,0905	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	0,1839
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613
4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

λ / k	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0573	0,0337	0,0189
5	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11	0,0000	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000