

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ
МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

краткий курс лекций
для аспирантов

Направление подготовки
35.06.04 Технологии, средства механизации и энергетическое
оборудование в сельском, лесном и рыбном хозяйстве

Профиль подготовки
Технологии и средства механизации в сельском хозяйстве

Саратов 2014

631.3; 632.08; 635.015; 633.1...633.4
П-92-2001

ББК 40.7; 44

Рецензенты:

Заведующий кафедрой «Сельскохозяйственные машины», доктор технических наук,
профессор Пензенской ГСХА.

Н.П.Ларюшин

Профессор кафедры «Процессы и сельскохозяйственные машины в АПК» доктор
технических наук, профессор ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ»

Протасов А.А.

Методы исследований сельскохозяйственных машин и оборудования: краткий курс лекций для аспирантов направления подготовки 35.06.04 Технологии, средства механизации и энергетическое оборудование в сельском, лесном и рыбном хозяйстве / Сост.: Спевак В.Я. // ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2014. – 49 с.

Краткий курс лекций по дисциплине «Методы исследований сельскохозяйственных машин и оборудования» составлен в соответствии с рабочей программой дисциплины и предназначен для аспирантов направления подготовки 35.06.04 «Технологии, средства механизации и энергетическое оборудование в сельском, лесном и рыбном хозяйстве». Краткий курс лекций содержит: математическую теорию планирования экспериментов к исследованиям сельскохозяйственных машин и оборудования. В основу положен факторный метод проведения опытов, позволяющий получить статическую модель процесса (машины). Анализ этой модели дает возможность определить оптимальные сочетания факторов.

© Спевак В.Я., 2014

© ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2014

Введение

Современное развитие сельского хозяйства предусматривает дальнейшее ускорение темпов научно-технического прогресса путем всемерного развития исследований в наиболее перспективных направлениях сельскохозяйственной науки и сокращение сроков внедрения результатов научных исследований в производство. Принципиальной особенностью подхода к проблемам сельского хозяйства является стремление учесть весь комплекс факторов, определяющих развитие отрасли. Именно комплекс тесно связанных организационных, экономических, технологических и других мер, стремление заглянуть в будущее и заложить его прочные основы позволили достигнуть нынешнего уровня развития. Глубокое изучение технологии и рабочих процессов машин в сочетании с кибернетическими методами исследований (моделирование) представляет собой основу системного подхода к решению наиболее широких научных проблем. Метод системного анализа исследуемых технологических процессов включает оптимальное планирование эксперимента, разработку математической модели и присчитыванием этих процессов на ЭВМ с целью их интенсификации путем выбора оптимальных условий, в которых протекает тот или иной процесс. При изучении сложных явлений или процессов, в ходе которых участвуют и взаимодействуют факторы, и при изменяющихся условиях задачи оптимизации этих процессов становятся многофакторной, экстремальной, решат ее приходится при не полном знании самого механизма рассматриваемых явлений, не поддающихся описанию аналитическими методами. При постановке факторных экспериментов обработка их результатов основывается на законах математической статистики, поэтому аспирант должен иметь представление о таких разделах ее, как вариационный, дисперсионный и регрессионный анализы.

Лекция 1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

В научных исследованиях многообразия сельскохозяйственных процессов наибольшее место отводится экспериментальным методам. Эксперименты проводятся в поле, в ремонтных мастерских, на животноводческих фермах и комплексах, в лабораториях сельскохозяйственных научно-исследовательских институтов и вузов страны, ветеринарных клиниках и т. д. В эксперименте участвуют земля и животные, продукты растениеводства и животноводства, энергетические установки, сельскохозяйственные и другие машины, разнообразные технологические процессы и т. п.

Все многообразие решаемых исследователями задач можно объединить в три основных вида: выявление количественных зависимостей между параметрами объекта или процесса; отыскание оптимальных параметров рабочих органов машин и протекания сельскохозяйственных процессов; выбор оптимального состава удобрительных смесей, рационов для животных, птицы рыб и т. д.

С развитием техники моделирование все более прочно входит в практику проектирования. Связано это с тем, что, построив наобум реальное техническое устройства, невозможно гарантировать его правильную работу. Проведение экспериментальных исследований не всегда позволяет получить необходимые данные. Математическое моделирование свободно от многих ограничений, связанных с экспериментами и, обычно, обладает меньшей трудоемкостью.

Задачи, которые приходится решать человечеству, как по сложности, так и по количеству, растут с колоссальной скоростью. И многие из них невозможно решить без использования моделирования. Это может быть и физическое моделирование в реальном, уменьшенном или увеличенном масштабе, это могут быть и какие-либо математические зависимости, описывающие реальное явление. В настоящее время все большее внимание уделяют именно математическим моделям, т. к. только они позволяют подробно и с высокой точностью «проигрывать» реальные ситуации, подбирать требуемые режимы работы, и, при необходимости, оптимизировать работу системы.

Широкое внедрение вычислительной техники создали дополнительные предпосылки для использования математических моделей, позволяя исследовать явления и процессы с использованием численных алгоритмов анализа и оптимизации. При этом стало возможным решать задачи, которые ранее были недоступны исследователям. Именно поэтому при выполнении диссертации математическому моделированию уделяется особое внимание. Каждая диссертация включает в себя математическую модель, которая обычно обеспечивает научную новизну исследований, и программную реализацию этой модели, что обеспечивает практическую значимость диссертации.

Математические модели подразделяются на статические и динамические (рис. 1).

Динамические модели учитывают изменение каких-либо своих параметров во времени, а **статические** — не учитывают этого. Например, модель расчёта шероховатости поверхности во время её обработки является динамической моделью. В противоположность этому, модель для расчёта шероховатости детали (после обработки) является статической. Для описания динамических моделей обычно

используются дифференциальные или разностные уравнения. Статические модели часто представлены обычными формульными зависимостями.

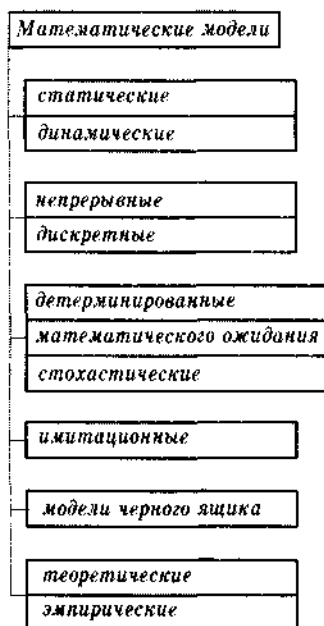


Рис. 1. Классификация моделей

И статические, и динамические модели могут быть непрерывными и дискретными. **Непрерывные модели** описываются с помощью непрерывных функций. **Дискретные модели** могут иметь дискретность как по координате, так и по времени (для динамических моделей). Например, если при моделировании формирования параметров точности учитывается их изменение от прохода к проходу, то полученная модель является динамической и дискретной по времени. Если вместо расчёта отклонений формы определяется только значение качества точности, модель является дискретной по координате.

Если в модели не учитывается влияние случайных факторов, то такая модель является **детерминированной**. Если случайные факторы заменяются на их средние значения, такая модель называется **моделью математического ожидания**. Принципиального различия между моделью математического ожидания и детерминированной моделью нет. Отличия заключаются в способе использования модели. Модель математического ожидания применяется при наличии случайных факторов, но справедлива только для их средних значений и не учитывает ни разброс относительно среднего, ни функцию распределения случайной величины.

В отличие от моделей математического ожидания, **стохастические модели** учитывают распределения случайных параметров и позволяют определять не только средние, но и колебания выходных параметров вплоть до получения их функции распределения. Например, стохастическая модель технологической операции должна позволять рассчитывать не только средний размер детали (или номинальный размер), но и поле допуска, а в идеале — функцию распределения размера детали. Естественно, что для этого должны быть заданы распределения случайных параметров процесса: размера заготовки, параметров инструмента и т.п.

Имитационные модели по структуре подобны исходной системе и должны быть ориентированы на проведение численных экспериментов. Так, например, модель технологической операции должна включать в себя модель заготовки, инструмента, приспособления и т.п. Имитационные модели часто являются динамическими и

стохастическими и при правильном построении позволяют заменять экспериментальные исследования на численные эксперименты с моделью.

Модели «чёрного ящика» в некотором смысле противоположны имитационным. Они не предполагают вскрытия внутренней структуры системы, а только соответствуют ей по входам и выходам. Эти модели обычно проще имитационных, хотя могут допускать проведение численных экспериментов. Чаще всего модели «чёрного ящика» получают обработкой экспериментальных данных. Так, например, эмпирические зависимости для расчёта режимов резания являются классическим примером модели «чёрного ящика».

По способу получения различают **теоретические и эмпирические модели**. Построение **теоретических** моделей производят феноменологическим или асимптотическим способом. Феноменологический способ подразумевает прямое наблюдение и осмысливание результатов. Именно этим способом получены фундаментальные законы Ньютона, Архимеда, Ома и т.д.

Асимптотический метод предполагает применение ранее полученных зависимостей к конкретной прикладной ситуации. Это самый обычный способ получения моделей, например, технических систем на основе применения законов механики. Фактически модель получается как частный случай более общего, описываемый с использованием фундаментальных законов. А сами эти законы получены феноменологическим способом.

Эмпирические модели получают на основе обработки экспериментальных данных. Для этого обычно используют метод наименьших квадратов или его модификации. Данные для построения эмпирических моделей могут быть получены либо экспериментом, либо наблюдением.

При наблюдении исследователь практически не может вмешиваться в работу исследуемой системы, а только фиксировать значения входных и выходных параметров. Примером наблюдения является исследование технологического процесса изготовления детали, когда невозможно вмешательство в него, а допустима только фиксация параметров заготовки и детали (размера, шероховатости и т.п.). В этом случае для получения аналитической зависимости применяется метод наименьших квадратов в своём классическом виде.

Если исследователь может непосредственно вмешиваться в работу системы и осуществлять воздействия на её входы и выходы, допустим эксперимент. Если входной параметр (фактор) один, то осуществляют его изменение с постоянным или переменным шагом, получают табличные данные и обрабатывают их с помощью всё того же метода наименьших квадратов.

Если факторов несколько — задача существенно усложняется. Необходимо сначала составить план эксперимента, который будет задавать какие сочетания значений факторов требуется подавать на вход системы, чтобы обеспечить получение математической модели с минимумом затрат на исследования. Эта задача решается с использованием методики планирования эксперимента, в основе которой лежит метод наименьших квадратов.

Алгоритмы применения метода наименьших квадратов и методики планирования экспериментов подробно описаны в конце этого раздела.

Вопросы для самоконтроля

1. Роль моделирования в научных исследованиях.

2. Классификация моделей.
3. Понятие детерминированной модели.
4. Понятие стохастической и имитационной моделей.
5. Понятие модели «черного ящика».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Подготовка магистерской диссертации:** учебное пособие / Т.А. Аскалонова, А.В. Балашов, С.Л. Леонов [и др.]; под ред. Е.Ю. Татаркина – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый оскол: ТНТ, 2012 – 248 с.

Дополнительная

1. **Длин, А.М.** Математическая статистика в технике [Текст] / А. М. Длин – М.: Высшая школа, 1998. – 446 с.

2. **Хан, Т.** Статистические модели в инженерных задачах [Текст] / Т. Хан, С. Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 393 с.

Лекция 2

АДЕКВАТНОСТЬ МОДЕЛИ ОРИГИНАЛУ. МЕТОД ТЕОРИИ ПОДОБИЯ. ПРЕИМУЩЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Так как модель является «проекцией объективной реальности» (системы), она не может полностью повторять все её свойства. Поэтому адекватность модели — это соответствие её свойств, параметров соответствующим свойствам и параметрам моделируемой системы. Можно выделить качественную и количественную адекватность.

Качественная адекватность предполагает наличие одинаковых свойств как в моделируемой системе, так и в её модели. Например, наличие экстремумов, совпадение интервалов возрастания-убывания параметров и т.п. является признаком качественной адекватности. При этом совпадения численных значений не гарантируется. При **количественной адекватности** требуется совпадение с разумной степенью точности и самих значений параметров. В зависимости от целей моделирования определяется и набор этих параметров, и степень их соответствия друг другу. Не нужно забывать, что абсолютно адекватной моделируемой системе является только сама система. Поэтому определение набора параметров для сравнения и разумной степени точности является очень важной задачей.

Обратной стороной адекватности является простота модели. Нельзя забывать, что модель создаётся для какого-либо использования. Чем она сложнее, тем более трудоёмки расчёты с её помощью. Но обычно повышение точности (адекватности) приводит к росту сложности модели. Таким путём можно получить адекватную модель, абсолютно непригодную для практического использования.

Так, например, для описания процесса вибраций при круглом шлифовании можно учесть силовое воздействие отдельных абразивных зёрен инструмента с учётом упруго-пластических свойств обрабатываемого материала, деформаций самих зёрен с учётом их заделки в связку, инерционных свойств элементов и т.д. Получаемая в этом случае математическая модель будет обладать высокой степенью адекватности и позволит получать полную информацию о силовых явлениях и вибрациях в технологической системе. Вот только реализовать эти математические соотношения даже на самой современной вычислительной технике вряд ли удастся: слишком велико количество элементов и их параметров. С другой стороны существуют более простые законы механики, которые, конечно, не позволяют предсказать поведение каждого зерна абразивного инструмента, но связывают макропараметры системы (приведённые массы и жёсткости элементов технологической системы) с перемещениями её элементов с достаточной для инженерных задач точностью.

Таким образом, адекватность модели и её простота, вытекающая из необходимости реализации и использования модели, являются как бы противоречивыми свойствами. Для нахождения разумного баланса между ними обязательно нужно использовать информацию о цели создания модели. Но в любом случае этот баланс зависит также и от опыта разработчика модели.

Особое внимание необходимо уделить стохастическим моделям. Здесь понятие адекватности имеет особое значение. Учёт случайных колебаний параметров моделируемой системы требует доопределить само свойство адекватности. Иногда его трактуют просто как «адекватность в среднем», фактически просто увеличивая допуск на адекватность. Но более правильно для стохастических моделей сравнивать пара-

метры распределений случайных величин, требуя совпадения их с определённой точностью с аналогичными параметрами моделируемой системы. Например, если модель рассчитывает размер обработанной детали с учётом его случайных колебаний, для её адекватности реальному процессу механической обработки требуется совпадение вида закона распределения этой величины (для размеров это обычно закон распределения Гаусса), а также совпадение параметров этого закона (среднего и дисперсии) с определённой степенью точности. Для проверки адекватности обычно применяют методы статистической проверки гипотез: принадлежность выборки заданному закону распределения (критерий χ^2), сравнения выборок (t -критерий Стьюдента) и собственно проверку адекватности (критерий Фишера).

При проверке адекватности нужно учитывать не только понятие адекватности, но и диапазон применимости модели. Так, например, при построении эмпирических моделей диапазон их применимости ограничивается рамками проведённых экспериментов. При выходе за границы этого диапазона адекватность модели уже не гарантируется. Очень часто данный факт исследователями не учитывается. Например, использование эмпирических формул, полученных для средних значений какого-либо параметра в общем случае нельзя использовать для описания колебаний этих значений. Статические параметры системы (например, её жёсткость) могут на несколько порядков отличаться от динамических.

Для расширения диапазона применимости моделей можно использовать методы теории подобия, которые предписывают представление зависимостей в безразмерной форме. Методы теории подобия всегда наиболее активно использовались в экспериментальных исследованиях. Именно с их помощью устанавливалось соответствие между параметрами исследуемой системы и её физической моделью. Для этого требуется совпадение соответствующих критериев подобия.

Но в то же время выражение зависимостей в безразмерной форме позволяет упростить получение и расширить диапазон применимости (адекватности) для эмпирических моделей. Рассмотрим этот факт на примере описания поведения маятника. На перемещение груза (координата y в зависимости от времени τ) оказывает влияние сила $F(\tau)$ и параметры m, G и k . Таким образом, выходная величина зависит от пяти размерных параметров:

$$y = f(m, G, k, F, \tau). \quad (1)$$

Для этой зависимости имеется 3 безразмерных комплекса. Выбрав в качестве параметров, имеющих независимые размерности, m, F и τ , получим комплексы:

$$\begin{cases} \Pi_y = \frac{ym}{\tau^2 F} \\ \Pi_G = \frac{G\tau}{m} \\ \Pi_k = \frac{k\tau^2}{m} \end{cases} \quad (2)$$

В соответствии с положениями теории подобия вместо формулы (1) можно искать зависимость между безразмерными комплексами:

$$\Pi_y = \Phi(\Pi_G, \Pi_k). \quad (3)$$

Очевидно, что безразмерная зависимость проще размерной и её получение менее трудоёмко.

Кроме того, область применения безразмерной зависимости шире. Если при получении формулы (1) проводились эксперименты с изменением t в диапазоне (m_{min}, m_{max}) , а P изменяли в диапазоне $(F_{min}; F_{max})$, то использовать эту модель за пределами указанных диапазонов нельзя. Аналогично, формула (3) получена для вполне определённых диапазонов изменения комплексов (2). В то же время при одновременном увеличении m и F в одинаковое количество раз безразмерный комплекс P_y остаётся постоянным. Поэтому, несмотря на то, что в экспериментах использовались вполне определённые значения параметров m и F , при использовании формулы (3) можно значительно расширить диапазон их изменения, лишь бы не выйти за диапазон изменения P_y . Аналогичные выводы можно получить и для других безразмерных комплексов и размерных параметров.

Таким образом, выражение математических моделей в безразмерной форме позволяет не только упростить получаемые зависимости, но и расширить их диапазон адекватности.

Моделирование систем в любом случае является приближением к реальной системе. Поэтому логично было бы предположить, что экспериментальные исследования с реальным объектом более информативны и более точны по сравнению с его моделью. Однако на самом деле чаще всего наблюдается прямо противоположная ситуация.

Математическое моделирование позволяет получить больше информации о системе, чем её экспериментальные исследования. Действительно, при проведении экспериментов имеется большое количество различных ограничений. Если, например, исследуется процесс износа резца при точении, то для измерения этого износа необходимо прервать процесс, произвести необходимые замеры, а затем возобновить процесс точения. При этом совсем не очевидно, что при возобновлении процесса точения все условия обработки будут абсолютно аналогичны моменту прерывания точения. Да и сами измерения вне процесса механической обработки могут вносить существенные погрешности.

Аналогичные проблемы возникают и при измерении, например, деформации элементов технологической системы. Для этого необходима установка датчиков, измеряющих величину деформации. Сами датчики имеют вполне определённые размеры и установка их возможна только с определённым минимальным шагом. Кроме того, датчики вносят некоторые изменения в систему (имеют определённую массу, требуют подготовки места под установку и др.), да и сами имеют вполне определённую погрешность измерения.

Ещё большие сложности возникают при измерении сил и температур, т.к. эти параметры определяются только косвенными методами. Сила, например, определяется через деформацию каких-либо элементов, а при измерении температуры с помощью термопары мы фактически измеряем не температуру тела, а температуру самой термопары.

Вышеописанные примеры показывают, что экспериментальные исследования могут нести значительные погрешности и существенно ограничивать возможности получения информации. В этом плане моделирование систем и, в том числе, технологических операций имеет значительно меньше ограничений. Измерения каких-либо параметров можно производить с любым шагом по времени и координате. Единственным ограничением является время решения задачи. Поэтому при правильном использовании моделирование позволяет получить большее количество информации.

Математическое моделирование позволяет сократить время и затраты на исследования. Очевидно, что время и затраты связаны между собой прямой пропорциональной зависимостью. Но даже если включить в затраты разработку самой модели, обычно это значительно меньше, чем делать экспериментальные стенды и установки. А уж при проведении экспериментов затраты на новый расчёт на несколько порядков меньше, чем изготовление нового устройства.

Если, например, необходимо изменить конструкцию фрезы при исследовании операции механической обработки, то требуется изготовить или приобрести саму фрезу. Кроме эко комических это требует и временных затрат и порой весьма значительных. Если же эти исследования проводить на ЭВМ с использованием математической модели, то изменение конструкции требует только ввода новых исходных данных. Очевидно, что и время, и затраты в этом случае будут значительно меньше.

Очевидно, что данное преимущество имеет место только при грамотно разработанной и адекватной реальному процессу модели.

Математическое моделирование позволяет «проигрывать» экстремальные ситуации. Существует ряд явлений, где проведение экспериментов вообще недопустимо. Это может быть связано с выходом из строя уникального дорогостоящего оборудования или с опасностью для персонала, окружающей среды и т.п. В такой ситуации моделирование может оказаться единственным возможным способом исследования.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие качественной и количественной адекватности модели.
2. Сущность математического моделирования и его преимущества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Подготовка магистерской диссертации:** учебное пособие / Т.А. Аскалонова, А.В. Балашов, С.Л. Леонов [и др.]; под ред. Е.Ю. Татаркина – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый оскол: ТНТ, 2012 – 248 с.

Дополнительная

1. **Длин, А.М.** Математическая статистика в технике [Текст] / А. М. Длин – М.: Высшая школа, 1998. – 446 с.
2. **Хан, Т.** Статистические модели в инженерных задачах [Текст] / Т. Хан, С. Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 393 с.

Лекция 3

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ

В 60-80-х годах прошлого столетия активно развивалась новая в то время наука — исследование операций (ИСО). Активное развитие вычислительной техники стимулировало использование численных методов и задач оптимизации в различных областях человеческой деятельности. Потребность автоматизации решения задач управления с одной стороны и возможность получения и реализации таких решений и привело к развитию ИСО.

ИСО «выросло» из решения военных задач. Именно в этой области потребовалось решать достаточно сложные оптимизационные задачи иногда при недостаточном количестве информации. Это привело к развитию математического аппарата многокритериальной и стохастической оптимизации, теории игр и т.п. В дальнейшем развитие и внедрение автоматизированных систем управления предприятиями потребовало использования аналогичных оптимизационных алгоритмов и развитие ИСО получило дополнительный толчок.

Всё это не означает, что использование оптимизационных алгоритмов и методов возможно только в области решения задач управления и экономики. Просто на тот момент появилась потребность развития именно таких задач. Но параллельно с этим продолжалось совершенствование инженерных методов расчёта. И эти методы также использовали задачи оптимизации. Практически все вопросы управления техническими системами сводятся к решению различных задач оптимизации.

Появление понятия «Поддержка жизненного цикла продукции» или «CALS-технологии» является логическим продолжением и практической реализацией идей ИСО. Здесь уже основное внимание уделяется не методам решения задач оптимизации (считается, что развитие вычислительной техники уже практически решило эти задачи), а разработке единого информационного пространства, снижению затрат не только на этапе изготовления, но и эксплуатации и технического обслуживания и т.п.

В соответствии с этим можно выделить следующие области использования математических моделей:

1. Если полученная модель описывается достаточно простыми аналитическими зависимостями, то с её помощью можно организовать поиск оптимальных (в соответствии с целью моделирования) условий использования моделируемой системы. При этом возможно аналитическое решение задачи, то есть получение оптимальных условий в общем виде. Затем на основе этого решения можно оценить влияние на него колебаний исходных данных, степень достижения цели и т.п.

2. В случае получения сложной модели, для которой аналитическое решение задачи оптимизации невозможно, используют численные методы оптимизации. При этом решение задачи в общем виде невозможно. Но допустимы численные методы анализа решения, в том числе и на основе методик стохастического моделирования. Особенно это актуально, если параметры модели и/или исходные данные являются случайными величинами. Единственный недостаток такого подхода — увеличение, и иногда весьма значительно, времени решения задачи.

3. Если точное (оптимальное) решение задачи не требуется, то можно использовать подбор варианта с использованием имитационной модели. Если при подборе будет использоваться опыт исследователя, время для получения решения,

достаточно близкого к оптимальному, будет значительно меньше, чем при решении оптимизационной задачи.

4. Для достижения заданной цели не всегда требуется оптимальное решение. Иногда достаточно решения задачи интерполяции или экстраполяции. Такие алгоритмы требуются, например, для получения прогноза работы системы. Математические модели являются практически единственным средством для решения таких задач.

Можно описывать и другие области применения математических моделей. Но в любом случае имитационные модели являются мощным средством для решения любых задач исследования и совершенствования моделируемой системы. Использование стохастических моделей позволяет получать не только средние значения параметров, но и их отклонения от среднего. Таким образом можно решать задачи устойчивости, чувствительности вплоть до получения законов распределения случайных параметров системы.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите области использования математических моделей.
2. Какие вопросы решает имитационные модели?
3. Какие вопросы решает стохастические модели?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Подготовка магистерской диссертации:** учебное пособие / Т.А. Аскалонова, А.В. Балашов, С.Л. Леонов [и др.]; под ред. Е.Ю. Татаркина – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый оскол: ТНТ, 2012 – 248 с.

Дополнительная

1. **Длин, А.М.** Математическая статистика в технике [Текст] / А. М. Длин – М.: Высшая школа, 1998. – 446 с.
2. **Хан, Т.** Статистические модели в инженерных задачах [Текст] / Т. Хан, С. Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 393 с.

Лекция 4

ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С РАЗБИВКОЙ НА ТРИ ЭТАПА

Метод наименьших квадратов предназначен для расчёта коэффициентов аналитической зависимости, являющейся наилучшим приближением к таблично заданной функции.

Ниже приведён алгоритм аппроксимации, основанный на методе наименьших квадратов.

Дано: график или таблица функции

X	x_1	x_2		x_n
Y	y_1	y_2		y_n

Найти: аналитическое представление функции $Y = F(X)$. Предполагается, что входной параметр X один и выходной параметр Y также один.

Решение задачи разбивается на 3 этапа:

1. Оценка вида зависимости и запись её в аналитическом виде с неизвестными параметрами (коэффициентами).

2. Приведение выбранной зависимости к линейной относительно коэффициентов.

3. Нахождение коэффициентов методом наименьших квадратов.

Первый этап не предполагает автоматизации и его выполнение существенно зависит от опыта исследователя. На основании предыдущего опыта или из анализа графического представления зависимости записываем формулу $Y = F(X, C)$, где $C = (c_1, c_2, \dots, c_m)$ — вектор неизвестных коэффициентов. Например: $Y = c_1 + c_2X$ или $Y = c_1X^{c_2}$. Количество коэффициентов не должно превышать количество точек в таблице исходных данных: $m \leq n$.

Второй этап. Для эффективного применения метода наименьших квадратов (МНК) зависимость должна быть линейной относительно неизвестных коэффициентов. Ниже приведено несколько примеров преобразования для зависимостей с двумя коэффициентами:

$$y = ax^b \Rightarrow \ln y = \ln a + b \ln x \Rightarrow Y = A + bX,$$

$$\text{где } Y = \ln y; X = \ln x; A = \ln a;$$

$$y = ae^{bx} \Rightarrow \ln y = \ln a + bx \Rightarrow Y = A + bx,$$

$$\text{где } Y = \ln y; A = \ln a$$

$$y = \frac{1}{a + bx} \Rightarrow \frac{1}{y} = Y = a + bx.$$

$$y = a + bx + cx^2 + \dots \text{ или } y = a + \frac{b}{x}$$

Нелинейные зависимости являются линейными относительно коэффициентов.

Следует отметить, что далеко не каждую зависимость можно привести к линейной относительно коэффициентов. Например, формулу $y = ax^b + c$ нельзя

привести к линейной никакими преобразованиями. Такие формулы нежелательно использовать для МНК.

На третьем этапе осуществляется поиск коэффициентов зависимости. Критерием близости аналитической зависимости к экспериментальным точкам является сумма квадратов невязок:

$$S(C) = \sum_{i=1}^n (F(X_i, C) - Y_i)^2.$$

Если кривая точно проходит через все точки таблицы, $S = 0$. В противном случае $S > 0$. Поэтому критерием для поиска коэффициентов C является $\min S(C)$. Необходимым, а в данном случае и достаточным критерием минимума функции $S(C)$ является равенство нулю её частных производных:

$$\frac{\partial S}{\partial c_i} = 0; \quad i = 1 \dots m.$$

Если S линейно зависит от c_i , эта система является линейной и достаточно просто решается. При нелинейной зависимости для поиска минимума могут быть использованы численные методы оптимизации. При этом решение задачи значительно усложняется.

Пример:

Используемая зависимость — прямая линия $Y = a + bx$.

Т.к. коэффициенты a и b входят в зависимость линейно, выполнение второго этапа не требуется.

Поиск коэффициентов a и b :

$$S = \sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i)^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i) x_i = 0$$

Раскрывая скобки, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} an + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases}$$

Решением этой системы являются значения коэффициентов a и b .

При наличии нескольких входных факторов X решение задачи практически не изменяется. Проблема состоит только в построении таблицы исходных данных. Рекомендуется в этом случае использовать методику планирования эксперимента.

Если имеется несколько выходных параметров Y , алгоритм аппроксимации применяется к каждому из них независимо, позволяя получать зависимости для каждого выходного параметра.

Одним из недостатков МНК является его чувствительность к погрешностям и ошибкам в исходных данных. Т.к. величина штрафа в МНК пропорциональна квадрату невязки, грубые ошибки в исходных данных, возводясь в квадрат, оказывают сильное влияние на значение S и могут значительно исказить получаемую формулу. Для

устранения этого, а также для повышения качества аппроксимации на заданных участках применяют весовую модификацию МНК:

$$S(C) = \sum_{i=1}^n \varphi(x_i) \cdot (F(X_i, C) - Y_i)^2.$$

где $\varphi(x)$ — весовая функция.

Эта функция имеет большие значения на участках, где требуется повышенная точность аппроксимации. Если какой-либо участок необходимо исключить из рассмотрения (например, из-за высоких погрешностей), на этом участке полагают $\varphi(x)=0$.

Для построения эмпирических зависимостей кроме МНК используются и другие методы. Например, вместо суммы квадратов можно использовать сумму модулей невязок:

$$S(C) = \sum_{i=1}^n |F(X_i, C) - Y_i|.$$

Эта функция менее чувствительна к ошибкам и погрешностям в исходных данных. Однако получение системы линейных алгебраических уравнений для расчёта коэффициентов возможно только при использовании метода наименьших квадратов. При использовании суммы модулей невязок для поиска коэффициентов необходимо применять численные методы оптимизации.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается первый этап построения эмпирических моделей с помощью метода наименьших квадратов?
2. В чем заключается второй этап построения эмпирических моделей с помощью метода наименьших квадратов?
3. В чем заключается третий этап построения эмпирических моделей с помощью метода наименьших квадратов?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Подготовка магистерской диссертации:** учебное пособие / Т.А. Аскалонова, А.В. Балашов, С.Л. Леонов [и др.]; под ред. Е.Ю. Татаркина – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый оскол: ТНТ, 2012 – 248 с.

Дополнительная

1. **Длин, А.М.** Математическая статистика в технике [Текст] / А. М. Длин – М.: Высшая школа, 1998. – 446 с.
2. **Хан, Т.** Статистические модели в инженерных задачах [Текст] / Т. Хан, С. Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 393 с.

Лекция 5

МЕТОДИКА ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ. СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА.

Настоящая методика устанавливает правила и алгоритм построения линейной и степенной математической модели технологических процессов и проверки её адекватности. В качестве модели могут быть использованы зависимости;

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$$

или

$$y = C x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k}$$

где y — выходной параметр;
 x_i — входные параметры (факторы);
 C, a_i — искомые коэффициенты.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) 2^k

В эксперименте участвует k факторов. Для каждого фактора устанавливаем 2 уровня (значения) — верхний (максимальный) и нижний (минимальный).

Обозначим:

$$x_{io} = \frac{x_i^e + x_i^u}{2} \text{ — основной уровень;}$$

$$\Delta x_i = \frac{x_i^e - x_i^u}{2} \text{ — интервал варьирования;}$$

$$X_i = \frac{x_i - x_{io}}{2} \text{ — кодированное значение фактора.}$$

Величина кодированного значения фактора для верхнего уровня принимает значение +1, для нижнего -1, для основного 0. При построении матрицы планирования эксперимента единицу опускают, а записывают только знаки «+» и «-». При варьировании факторов на 2 уровнях для k факторов возможно получить $N = 2^k$ вариантов сочетаний их значений. В соответствии с этим матрица планирования имеет N строк и $(k + 1)$ столбец:

Матрица планирования ПФЭ 2^2

N	Факторы		
	x_0	x_1	x_2
1	+	+	+
2	+	+	-
3	+	-	+
4	+	-	-

Алгоритм заполнения матрицы:

1. Первый столбец заполняется «+».
2. Второй — половина «+», половина «-».
3. В каждом последующем столбце частота чередования знаков удваивается.
4. В последнем столбце знаки чередуются через один.

Матрица планирования ПФЭ 2^3

N	Факторы			
	x_0	x_1	x_2	x_3
1	+	+	+	+
2	+	+	+	-
3	+	+	-	+
4	+	+	-	-
5	+	-	+	+
6	+	-	+	-
7	+	-	-	+
8	+	-	-	-

Недостатком полного факторного эксперимента является завышенное количество экспериментов. Для k факторов требуется найти $k+1$ коэффициент. Поэтому минимально необходимо провести $k+1$ экспериментов. В соответствии с методикой ПФЭ проводится 2^k экспериментов. Если для 2-х факторов необходимо 3 эксперимента, а проводится $2^2 = 4$ эксперимента, то для, например, 5-и факторов требуется 6 экспериментов, а по алгоритму ПФЭ проводится $2^5 = 32$ эксперимента.

Для сокращения объёма экспериментов используются дробный факторный эксперимент.

Дробный факторный эксперимент (ДФЭ) 2^{k-2}

ДФЭ целесообразно применять при числе факторов от трёх и более, если ПФЭ по экономическим или каким-либо другим соображениям производить невыгодно. ДФЭ характеризуется сокращением числа опытов. Коэффициент P называют дробностью реплики. При $P = 1$ число экспериментов сокращается в 2 раза, при $P = 2$ – в 4 раза, при $P = 3$ – в 8 раз и т.д. по степеням двойки. Переход к кодированным значениям факторов производится аналогично, как и в ПФЭ.

При построении матрицы планирования первоначально строят матрицу для ПФЭ 2^B , где $B = k - p$. Затем столбцы для остальных факторов дополняют с помощью так называемых генерирующих соотношений.

Для 3-х факторов существует 2 генерирующих соотношения: $x_3 = x_1x_2$ и $x_3 = -x_1x_2$ и, соответственно, две матрицы планирования:

Матрица ДФЭ 2^{3-1}

Матрица 1					Матрица 2				
N	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	N	x_0	x_1	x_2	$x_3 = -x_1x_2$
1	+	+	+	+	1	+	+	+	-
2	+	+	-	-	2	+	+	-	+
3	+	-	+	-	3	+	-	+	+
4	+	-	-	+	4	+	-	-	-

На практике можно применять любую из них. В дальнейшем генерирующие соотношения со знаком минус рассматриваться не будут, т.к. они не обладают никакими преимуществами.

Для четырёх факторов в ДФЭ 2^{4-1} существуют следующие генерирующие соотношения: $x_4 = x_1x_2x_3$; $x_4 = x_1x_2$; $x_4 = x_2x_3$; $x_4 = x_1x_3$ (соотношения со знаком минус не рассматриваются). Из приведённых соотношений первое предпочтительнее. В этом

случае говорят, что оно обладает наивысшей разрешающей способностью. Матрица планирования в этом случае имеет вид:

Матрица ДФЭ 2^{4-1}

N	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 = x_1x_2x_3$
1	+	+	+	+	+
2	+	+	+	-	-
3	+	+	-	+	-
4	+	+	-	-	+
5	+	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	+	-	-	+	+
8	+	-	-	-	-

ДФЭ 24-2 реализовать невозможно: $N = 4$, а коэффициентов модели 5. Для нахождения 5 коэффициентов необходимо по крайней мере 5 экспериментов.

Генерирующие соотношения для ДФЭ 2^{5-1} :

$$x_5 = x_1 x_2 x_3 x_4; x_5 = x_1 x_3 x_4; x_5 = x_2 x_3 x_4; x_5 = x_1 x_2;$$

$$x_5 = x_1 x_3; x_5 = x_1 x_4; x_5 = x_2 x_3; x_5 = x_2 x_4; x_5 = x_3 x_4.$$

Наибольшей разрешающей способностью обладает первое соотношение.

Для ДФЭ 2^{5-2} существует 12 пар генерирующих соотношений со знаком «+»:

$$x_4 = x_1x_2, \quad x_5 = x_1x_3; \quad x_4 = x_1x_2x_3, \quad x_5 = x_1x_2;$$

$$x_4 = x_1x_2, \quad x_5 = x_2x_3; \quad x_4 = x_1x_2x_3, \quad x_5 = x_1x_3;$$

$$x_4 = x_2x_3, \quad x_5 = x_1x_2; \quad x_4 = x_1x_2x_3, \quad x_5 = x_2x_3;$$

$$x_4 = x_2x_3, \quad x_5 = x_1x_3; \quad x_4 = x_1x_2, \quad x_5 = x_1x_2x_3;$$

$$x_4 = x_1x_3, \quad x_5 = x_1x_2; \quad x_4 = x_1x_3, \quad x_5 = x_1x_2x_3;$$

$$x_4 = x_1x_3, \quad x_5 = x_2x_3; \quad x_4 = x_2x_3, \quad x_5 = x_1x_2x_3;$$

Из них наибольшей разрешающей способностью обладают последние три.

Матрица ДФЭ 2^{5-2}

N	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 = x_1x_2$	$x_5 = x_1x_2x_3$
1	+	+	+	+	+	+
2	+	+	+	-	+	-
3	+	+	-	+	-	-
4	+	+	-	-	-	+
5	+	-	+	+	-	-
6	+	-	+	-	-	+
7	+	-	-	+	+	+
8	+	-	-	-	+	-

Проведение эксперимента

1. Задание верхних и нижних значений каждого фактора, расчёт основного уровня и интервала варьирования.

2. Задаётся случайный порядок проведения опытов (рандомизация). То есть эксперименты проводятся не в том порядке, как они указаны в матрице планирования, а

в случайном. Это позволяет исключить влияние неслучайных факторов на результаты аппроксимации.

3. Задаётся повторяемость эксперимента M . Каждый эксперимент из матрицы планирования повторяется M раз. При этом M может быть как чётным, так и нечётным.

4. Проведение эксперимента с обработкой результатов.

Обработка результатов

1. Расчёт средних и дисперсий для каждой строки плана:

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Y_{ij};$$

$$s_i^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (\bar{Y}_i - Y_{ij})^2.$$

2. Поиск максимальной дисперсии из s_i^2 . Обозначаем $s_{\max}^2$.

3. Проточка однородности дисперсий по критерию Кохрена:

— Расчёт значения критерия Кохрена:

$$G = s_{\max}^2 / \sum_{i=1}^N s_i^2.$$

Для заданного уровня значимости (например $q = 5\%$), определяющего вероятность ошибочного решения, и степеней свободы $V_1 = M - 1$ и $V_2 = N$ находим табличное значение критерия $G_{таб}$.

— Если $G < G_{таб}$, то дисперсии однородны. В противном случае необходимо увеличить M или уменьшить погрешность в эксперименте с максимальной дисперсией.

4. Расчёт средней дисперсии:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2.$$

5. Расчёт коэффициентов модели в безразмерной форме:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_k X_k;$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ij} \bar{Y}_j,$$

где X_{ij} – соответствующие значения из 1-го столбца матрицы планирования.

Например для ПФЭ 22:

$$b_0 = \frac{1}{4} (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4)$$

$$b_1 = \frac{1}{4} (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 - \bar{Y}_3 - \bar{Y}_4)$$

$$b_2 = \frac{1}{4} (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 - \bar{Y}_4)$$

Знаки в суммах берутся из соответствующего столбца матрицы планирования.

6. Расчёт значимости коэффициентов модели по критерию Стьюдента:

— Расчёт дисперсии ошибки определения коэффициента:

$$s_b^2 = \frac{s^2}{NM}; \quad s_b = \sqrt{s_b^2}.$$

— Расчёт критерия Стьюдента:

$$t = \frac{|b_i|}{s_b}.$$

Для заданного уровня значимости (5 %) и степени свободы $V = N(M - 1)$ определяется табличное значение критерия $t_{кр}$.

Если $t_i > t_{кр}$, то коэффициент b_i значим. В противном случае его необходимо отбросить ($b_i = 0$).

Причины незначимости коэффициентов:

- действительное отсутствие связи фактора с выходной величиной Y_i ;
- большое значение ошибки эксперимента из-за неучтённых факторов;
- малая величина интервала варьирования фактора.

7. Проверка адекватности модели:

- расчёт Y_i по полученной модели для каждой строки плана эксперимента;
- определение дисперсии адекватности модели:

$$S_{ад}^2 = \frac{M}{N - L} \sum_{i=1}^N (Y_{ci} - Y_i)^2,$$

где L – количество значимых коэффициентов, включая b_0 ;

- расчёт значения критерия Фишера:

$$F = S_{ад}^2 / S^2;$$

— определение для заданного уровня значимости q и степеней свободы $V_1 = N - L$ и $V_2 = N(M - 1)$ по таблицам значение критерия Фишера $F_{кр}$. Если $F < F_{кр}$, то модель адекватна реальному процессу. В противном случае необходим тщательный анализ процесса для устранения или снижения действия случайных факторов и уменьшения числа незначимых факторов.

Расчёт коэффициентов размерной модели осуществляется по формулам:

$$a_0 = b_0 - \sum_{i=1}^N b_i \frac{x_{i0}}{\Delta x_i}$$

$$a_i = \frac{b_i}{\Delta x_i}; \quad (i = 1 \dots k).$$

Имеется программное обеспечение для автоматизации расчётов по методике планирования экспериментов, разработанное на кафедрах ТАП и ОТМ АлтГТУ им. И. И. Ползунова.

Математическое моделирование является мощным инструментом для изучения систем различной природы. Его применение основывается на математическом описании явлений на основе использования инженерных знаний и законов из области механики, теплофизики, сопротивления материалов, электротехники и т.п. Адекватность моделей определяется правильностью применения этих законов и, обычно, предполагает экспериментальную проверку.

Для построения эмпирических моделей наиболее часто используются метод наименьших квадратов (однофакторные модели) и методика планирования экспериментов (многофакторные модели). Для автоматизации расчётов по этим методам можно использовать программное обеспечение, имеющееся на кафедрах ТАП и ОТМ Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова.

Реализация как теоретических, так и эмпирических моделей обычно предполагает использование вычислительной техники и разработку программного

обеспечения. При этом становятся доступными любые алгоритмы исследования моделей вплоть до методов оптимизации и стохастического моделирования.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие полного факторного эксперимента.
2. Понятие дробного факторного эксперимента.
3. План проведения эксперимента.
4. Методика обработки результатов эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Подготовка магистерской диссертации:** учебное пособие / Т.А. Аскалонова, А.В. Балашов, С.Л. Леонов [и др.]; под ред. Е.Ю. Татаркина – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый оскол: ТНТ, 2012 – 248 с.

Дополнительная

1. **Длин, А.М.** Математическая статистика в технике [Текст] / А. М. Длин – М.: Высшая школа, 1998. – 446 с..
2. **Хан, Т.** Статистические модели в инженерных задачах [Текст] / Т. Хан, С. Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 393 с.

Лекция 6

АПРИОРНОЕ РАНЖИРОВАНИЕ ФАКТОРОВ. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОНКОРДАЦИИ

Как уже было отмечено, решение экстремальной задачи разбивается на ряд этапов.

Вначале при предварительном изучении объекта проводится априорное ранжирование факторов, или «психологический эксперимент» Далее ставится небольшая серия экспериментов (отсеивающие эксперименты) и после обработки результатов получают приближенное представление о степени влияния отдельных факторов. При этом для сокращения объема дальнейших исследований малозначащие факторы исключаются.

На следующем этапе (движение в область оптимума) ведут поиск области оптимума, где вначале с помощью небольшого числа опытов находят правильное направление, в котором нужно проводить дальнейшие эксперименты. Двигаясь наикратчайшим путем, находят область оптимума. На этих этапах результаты опытов представляются уравнениями регрессии первого порядка. На последнем этапе (описание области оптимума или почти стационарной области) ставится серия опытов для описания поверхности отклика полиномом второго порядка.

После проведения каждого этапа выбирается новая «стратегия» экспериментального исследования. Поэтому после проведения каждого этапа необходима тщательная аналитическая обработка результатов опыта.

После получения математической модели факторов в виде уравнений первого или второго порядков производится ее анализ на экстремум с целью отыскания оптимального сечения факторов в исследуемом объекте.

В ряде случаев имеется необходимость в постановке и решении более сложных задач, так называемых компромиссных задач или задач на условный экстремум.

Перед началом исследования необходимо по возможности выбрать все факторы, влияющие на процесс, и указать пределы их варьирования.

В начальной стадии изучения какого-либо объекта часто бывает полезно, кроме тщательного изучения литературы и раннее полученных материалов, провести так называемых психологический эксперимент, или априорное ранжирование факторов.

Суть этого метода сводится к тому, что исследователям, принадлежащим к различным школам, предлагается расположить факторы, действующие в объекте, в порядке убывания величины вносимого ими вклада или влияния на критерий оптимизации, т.е. необходимо проранжировать k потенциально возможных факторов, приписав им порядковые номера (ранги) 1, 2, 3, ..., k .

Психологический эксперимент необходим для того, чтобы сократить объем экспериментальной работы, так как несущественные факторы можно быстро исключить из дальнейшего рассмотрения. Ранжирование факторов есть некоторая формализация разрозненных сведений об изучаемом объекте, которая позволяет сравнить различные факторы между собой. Это облегчает дальнейшие этапы решения экспериментальной задачи. Кроме того, обсуждение различными специалистами одного вопроса, а также элементы дискуссии, возникающие при этом объекте.

Процедура психологического эксперимента осуществляется следующим образом. Каждому специалисту при опросе предлагается заполнить анкету, в которой указаны факторы, их размерность и предполагаемые интервалы варьирования факторов

Специалист должен назначить место каждого фактора, а также дополнить анкету другими, не включенными в рассмотрение факторами или высказать мнение об изменении интервалов варьирования.

Число опрашиваемых специалистов должно быть возможно максимальным – это позволит объективнее оценить долю факторов

По результатам опроса вычисляется коэффициент конкордации W (согласования), определяющий степень согласованности мнений специалистов, по формуле:

$$W = \frac{12S}{m^2(k^3 - k)}, \quad (1)$$

где S – сумма квадратов отклонений;
 m – число опрашиваемых специалистов;
 k – сумма факторов.

Сумма квадратов отклонений вычисляется по формуле:

$$S = \sum_{i=1}^k \left(\sum_{j=1}^m a_{ij} - L \right)^2, \quad (2)$$

где a_{ij} – ранг (порядковый номер при опросе) i -го фактора у j -го специалиста;
 L – среднее значение сумм рангов по каждому фактору:

$$L = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m a_{ij}}{k}.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Этапы решения экстремальной задачи.
2. Условие получения математической модели факторов.
3. Понятие коэффициента конкордации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 7

РАНДОМИЗАЦИЯ ОПЫТОВ. РАСЧЕТ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ.

Планированием эксперимента можно исключить из результата опытов ошибку, которую вносят неоднородности дискретного и непрерывного типов. Неоднородности дискретного типа – это различия в перерабатываемом сырье, например в высушиваемом зерне из различных партий или зеленой массе с различных участков поля, высушиваемой и размалываемой при производстве травяной муки. Различия в машинах, операторах, способах проведения процессов, величине напряжения в электрической сети при работе установок с электродвигателем являются также дискретными неоднородностями в эксперименте.

Однако большее искажение результатов эксперимента создают неоднородности непрерывного типа, вызывающие непрерывные изменения свойств объектов – временной дрейф. Особое искажение в результаты исследований сельскохозяйственных процессов вносят колебание состава сырья (зерно, зеленая масса, молоко, навоз, корма, солома и т.д.) в тех случаях, когда проведение экспериментов затягивается по времени. Поэтому действие временного дрейфа можно уменьшить ускорением эксперимента, но часто это невозможно осуществить из-за большой переналадки пилотной установки или ожидания анализов предыдущего опыта для постановки последующего. Построение планов, исключая действие неоднородностей типа дрейфа, изложено в работе Е. В. Марковой и А. Н. Лисенкова.

При планировании эксперимента очень важно рандомизировать порядок проведения опытов, т.е. расположить их один за другим в процессе исследования в случайном порядке (от англ. random – случайный). Это особенно важно при наличии большой неоднородности влияния неконтролируемых и неуправляемых факторов на отклик и большой неоднородности условий эксперимента. Например, при исследовании рабочего процесса силосорезки сравниваются два режима ее работы. Если в измельченном сырье имеется неоднородность материала по влажности, то может оказаться, что контрольные замеры показателей работы первого режима пойдут при одной влажности, а второго – при другой. В результате такого эксперимента получатся искажённые данные и опыты окажутся несравнимыми.

Рандомизация проведения опытов обеспечивает равномерное внесение элемента случайности влияния неуправляемых и неконтролируемых факторов на отклик, позволяет обоснованно использовать аппарат математической статистики при обработке результатов эксперимента. Имеется несколько способов рандомизации (бросание монеты, вытаскивание наугад карточек с номерами и т.д.), но лучшим является использование таблиц случайных чисел, которые приводятся во многих книгах по математической статистике. Наиболее простая таблица состоит из двузначных чисел, сгруппированных в столбцы.

Эффективным методом исследования, позволяющим получить эмпирические формулы – функции одновременного влияния многих факторов при небольшом числе опытов аналогично методу латинского квадрата при рациональном планировании эксперимента.

При планировании эксперимента решается вопрос о числе повторностей опыта при определении той или иной измеряемой величины. В литературе по обработке результатов измерений известно несколько методов определения необходимого числа повторностей или объема выборки.

Остановимся на одном из них. Допустим, определяется средняя арифметическая величина многократных измерений одного и того же объекта. Для определения количества повторностей измерений необходимо задаться следующими величинами. Надежность результатов опыта – α , с помощью которой мы сможем установить доверительный интервал значений измеряемой величины. Показатель α еще называется доверительной вероятностью того, что значения измеряемой величины $\pm \Delta X$, определяемые доверительной вероятностью. Чем выше требуется надежность, тем больше (шире) получится доверительный интервал и, чем больше задается доверительный интервал, тем вероятнее, что результаты измерений не выйдут за его пределы.

При обычных исследованиях в технике для нахождения зависимостей влияния различных факторов достаточно доверительная вероятность 0,7...0,9. При изучении же характеристик приборов нужна более высокая надежность – 0,95...0,99. Следует учесть, что чем выше надежность результатов, тем больше требуется повторность опытов.

Допустимой ошибкой – ϵ , выраженной в долях среднеквадратичного отклонения σ . Из классической теории ошибок измерений известно, что результаты многократных измерений одной и той же величины должны лежать в пределах $\pm 3\sigma$. Поэтому, если заранее известно, в каких пределах должна изменяться измеряемая величина, то можно сокращения числа повторностей задаваться ошибкой $\pm 3\sigma$.

В литературе по оценке результатов измерений известны методы определения числа повторностей опытов при условии измерения погрешностей приборов для различных уровней измерения, при определении величин, которые измеряются опосредованно через ряд других, когда ошибки одного прибора накладываются на другие и т.д. В экспериментальных исследованиях необходимо знать и уметь рассчитывать ошибки измерения.

Численное значение физической величины получается в результате ее измерения, т.е. сравнение ее с другой того же рода, принятой за единицу.

Ошибкой измерения называется разность $X - X_0$ между результатом измерения X_i и истинным значением величины. Одной из основных задач математической обработки результатов опыта как раз является оценка истинного значения измеряемой величины. Обычно неизвестны значение ошибки и истинное значение величины, поэтому ставится задача вычисления X_0 с минимальной ошибкой.

Прежде чем планировать и проводить эксперимент необходимо выбрать критерий оптимизации, т.е. параметр, по которому оценивается исследуемый объект и который связывает факторы в математическую модель. Правильно выбранный критерий оптимизации дает исследователю четкое представление о цели работы. Задача исследователя состоит в том, чтобы созданием математической модели минимизировать или максимизировать критерий оптимизации путем соответствующего подбора факторов, действующих на изучаемый объект. В качестве критерия оптимизации могут быть выбраны экономический показатель, характеризующий машину или технологический процесс, выход продукта, энергозатраты и т.п. Необходимо стремиться к тому, чтобы критерий оптимизации был один, имел ясный физический смысл и количественную оценку. Таким образом, лучше всего выбрать такой критерий, который являлся бы совокупной и исчерпывающей характеристикой объекта исследования.

В более сложных исследованиях можно выбрать два-три критерия оптимизации, но при этом возникают осложнения с анализом результатов, так как

придется решать компромиссную задачу. Кроме того, в ряде случаев это потребует постановки большого количества опытов и увеличения счетной работы.

В общем случае выбор критерия оптимизации полностью определяется конкретными условиями объекта исследования, его физической природой, возможностями экспериментальной установки и интуицией исследователя.

Вопросы для самоконтроля

1. Методика рандомизации опытов при планировании эксперимента.
2. В чем заключается необходимость накладывать ограничения на рандомизацию?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опрышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 8

ВЫБОР КРИТЕРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ. ПОДБОР ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА КРИТЕРИЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Эксперимент – это метод исследования, состоящий в целенаправленном воздействии на объект в заданных контролируемых условиях, позволяющих следить за ходом его проведения с точным фиксированием значений заранее намеченных параметров исследуемого объекта и требуемой надежностью и точностью и воссоздавать его каждый раз по мере необходимости при повторении тех же условий его проведения.

Прежде чем планировать и проводить эксперименты необходимо выбрать критерий оптимизации, т. е. параметр, по которому оценивается исследуемый объект который связывает факторы в математическую модель. Правильно выбранный критерий оптимизации дает исследователю четкое представление о цели работы. Задача исследователя состоит в том, чтобы созданием математической модели минимизировать или максимизировать критерий оптимизации путем соответствующего подбора факторов, действующих на изучаемый объект. В качестве критерия оптимизации могут быть выбраны экономический показатель, характеризующий машину или технологический процесс, выход продукта, энергозатраты и т.п. Необходимо стремиться к тому, чтобы критерий оптимизации был один, имел ясный физический смысл и контролировал оценку. Таким образом, лучше всего выбрать такой критерий, который являлся бы совокупной и исчерпывающей характеристикой объекта исследования.

При составлении плана эксперимента прежде всего назначают (выбирают) независимые факторы исходя из априорной (доопытной) информации или предварительного изучения объекта исследования

Факторами называются переменные величины, принимающие в некоторый момент времени определенное значение и соответствующие способам воздействия на объект. Они определяют как сам объект исследования, так и его состояние.

Факторы могут быть контролируемыми и управляемыми, контролируемые неуправляемыми и неконтролируемыми, или шумами. Каждый фактор может принимать в опыте одно или несколько значений, которые называются варьирования фактора.

Факторы бывают количественные и качественные. Количественные можно измерить и выразить в числах, например относительная влажность воздуха в % его давление в Па и т.д. Качественные факторы не выражают именованными числами; к их числу можно отнести: тип исследуемой машины, способ посева, конструктивный элемент машины, цвет объекта и т.п. При качественных факторах их можно условно пронумеровать (закодировать). Допустим, подача материала в машину самотеком – уровень 0, а принудительно – 1.

В связи с назначением уровней и их границ возникают вопросы: сколько назначить уровней и в каких пределах их варьировать?

Здесь нет каких-либо строгих ограничений и, как показывает опыт исследователей, в конкретных ситуациях руководствуются следующими правилами.

В случаях постановки однофакторного эксперимента следует назначить столько уровней варьирования фактором, чтобы можно было проследить за его влиянием во всем диапазоне. В местах перегибов закономерности эмпирических кривых следует

назначить больше уровней. Варьирование переменными на двух уровнях позволяет значительно уменьшить объем экспериментальной и счетной работы.

В любом случае необходимо стремиться к получению равных интервалов между уровнями. Это облегчит вычислительную работу и позволит получить при обработке результатов больше информации об эксперименте при сравнении средних и при вычислении эффектов факторов (линейного, квадратного и т.д.).

Факторы должны быть управляемыми и непосредственно воздействовать на объект. Под управляемость подразумевается возможность установки и поддержания выбранного нужного уровня фактора постоянным в течение всего опыта или его изменение по заданной программе. Требование непосредственного воздействия на объект заключается в том, что нужно выбирать такие факторы, которые бы сами не были функциями других факторов.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие эксперимента.
2. Понятие сущности критерия оптимизации.
3. Характеристика факторов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 9

ОТСЕИВАЮЩИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ. МЕТОД СЛУЧАЙНОГО БАЛАНСА. ОБРАБОТКА И КОРРЕКТИРОВКА РЕЗУЛЬТАТОВ.

Отсеивающие эксперименты проводятся в начальной стадии изучения объекта исследования с целью исключения малозначащих факторов для сокращения последующего числа опытов. Суть метода случайного баланса заключается в том, что если факторы расположить в порядке убывания их доли, вносимой в дисперсию критерия оптимизации, то получится ранжированный ряд вида убывающей экспоненты. Небольшим числом опытов воспроизводят этот ряд и при помощи регрессионного анализа оценивают наиболее значимые эффекты факторов на шумовом поле, создаваемом несущественными факторами. Построение ранжированного ряда производится в две стадии. В начале проводят серию опытов по специально составленной матрице, а затем строят диаграммы рассеяния для визуальной оценки в степени влияния того или иного фактора и оценивают ее количественно.

Наиболее распространенным методом построения матрицы отсеивающих экспериментов является метод случайного баланса. Идея этого метода заключается в том, что вместо небольшой выборки систематической матрицы полного факторного эксперимента берут случайные выборки из него. Построение матрицы случайного баланса осуществляется двумя путями: при помощи таблицы случайных чисел, распределяют уровни факторов по столбцам матрицы случайным образом или же матрицу составляют случайным смешиванием двух полуреплик. Первый метод является менее эффективным и используется тогда, когда число уровней варьирования факторов больше двух. Прежде чем строить матрицу отсеивающих экспериментов, следует назначить уровни варьирования факторами и закодировать их знаками (+) и (-).

При построении матрицы отсеивающих экспериментов методом случайного смешивания двух полуреплик рассматриваемые факторы делятся на две части (не обязательно равные) и из каждой половины строится полуреплика.

Для анализа результатов отсеивающих экспериментов строят диаграмму рассеяния. Для этого по оси абсцисс наносятся все факторы с их уровнями, а по оси ординат опытные значения критерия оптимизации. Учет степени влияния того или иного фактора производят визуально по величине разностей между средними значениями критерия оптимизации, вычисленными отдельно для каждого уровня фактора.

Корректировка результатов. После выделения эффектов нескольких факторов производится корректировка результатов отсеивающих экспериментов для того, чтобы четче выделить эффекты других менее сильных факторов и парных взаимодействий. Корректируем путем прибавления с обратным знаком эффектом выделенных факторов к результатам отсеивающих экспериментов. По результатам корректировки снова строим скорректированную диаграмму рассеяния.

Вопросы для самоконтроля

1. Суть метода случайного баланса.
2. Стадии построения ранжированного ряда.
3. Методика обработки результатов эксперимента

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 10

ДВИЖЕНИЕ В ОБЛАСТЬ ОПТИМУМА. МЕТОД КРУТОГО ВОСХОЖДЕНИЯ.

Метод крутого восхождения. После проведения отсеивающего эксперимента малозначащие факторы отсеиваются и начинается новый этап исследования – описание поверхности отклика, т. е. отыскивание уравнения поверхности. Наиболее распространенным является метод крутого восхождения по поверхности отклика в направлении градиента (метод Бокса – Уилсона).

Градиентом какой-либо функции $y = f(x, z, \dots)$ называется вектор, который по численному значению и по направлению характеризует наибольшую скорость изменения величины y . Направление градиента совпадает с направлением нормали к поверхности уровня $y(x, z, \dots) = \text{const}$, проходящей через данную точку, обозначается $\text{grad } y$ и равен

$$|\text{grad } y| = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 + \dots} \quad (1)$$

Движение осуществляется «шагами», последовательно. Сущность метода можно пояснить на таком примере. На рис. 1, а и б показаны линии равного выхода, т. е. поверхность отклика, при действии двух независимых факторов x_1 и x_2 .

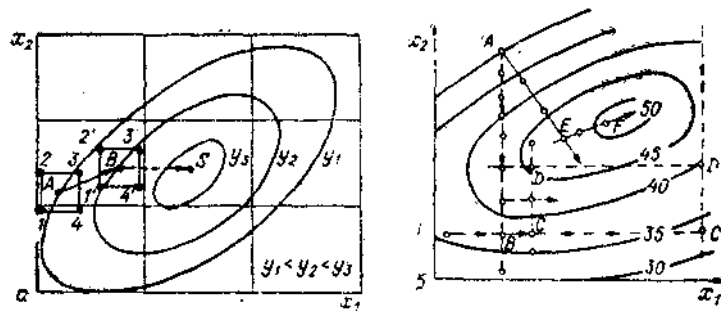


Рис. 1. Крутое восхождение по поверхности отклика (а) и традиционный эксперимент (б)

Поиск оптимального значения выходной переменной осуществляют вдоль линии градиента AB (рис. 1, а), направление которого вычисляется по пробным опытам в точках $1', 2', 3', 4'$, от начальной точки A . Далее^ вокруг точки B вновь производят серию опытов $1', 2', 3', 4'$, в результате чего определяется новое направление движения к оптимуму по линии BS . Вначале исследователь не знает вида поверхности отклика и при традиционном методе исследования (рис. 1, б) фиксирует один фактор, допустим x_1 и начинает движение от точки A к точке B . От точки B прирост отклика значительно идет на убыль, тогда фиксируется фактор x_2 и начинается движение к точке C . Далее снова фиксируется фактор x_1 и начинается движение к точке D и т. д. Движение осуществляется вслепую, так как вид поверхности отклика неизвестен, и если при движении от точки B к точке C назначить большой интервал варьирования фактора x_1 то можно пройти оптимум и попасть в точку C' , а затем в точку O' , т. е. найти ложный оптимум. Этот метод однофакторного эксперимента и выполнение его связаны с большим количеством опытов.

Если двухфакторный эксперимент выполнять методом крутого восхождения, то движение начинается от произвольной или выбранной априори, точки. Допустим, движение начинается от точки A (рис. 1, б) к точке E по нормали к линиям равного выхода, т. е. в направлении градиента, по наиболее кратчайшему и крутому пути. В

точке E проводится серия так называемых мысленных опытов и отыскивается новое направление градиента – от точки E к точке F .

При первом этапе крутого восхождения – движение по точкам AEF – поверхность отклика описывается линейными уравнениями либо описываются локальные участки поверхности, и здесь важно знать лишь направление крутого восхождения. Линейное уравнение будет иметь вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots \quad (2)$$

В этом уравнении коэффициенты регрессии $b_1, b_2, \dots$ характеризуют наклоны поверхности в направлении $x_1, x_2, \dots$ и называются линейными эффектами факторов.

После точки F , когда изменение факторов не дает значительного прироста отклика, начинается следующий этап исследования – описание почти стационарной области уравнениями (математическими моделями факторов) второго, а иногда и третьего порядков, которые будут характеризовать кривизну поверхности.

Вопросы для самоконтроля

1. Как проводится описание поверхности отклика?
2. Понятие градиента функции.
3. Методика выполнения метода крутого восхождения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с..

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рошин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 11

ЦЕНТРАЛЬНОЕ КОМПОЗИЦИОННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПЛАНОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА. РОТАТАБЕЛЬНЫЕ И ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПЛАНЫ

После крутого восхождения, когда линейного приближения поверхности отклика становится недостаточно, начинается описание почти стационарной области уравнениями регрессии второго порядка.

Математическая модель объекта исследования второго порядка будет иметь вид

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2. \quad (1)$$

В настоящее время разработано множество планов второго порядка, обладающих различными свойствами, которые будут изложены ниже.

Метод построения планов второго порядка проследим на примере трехфакторного эксперимента.

На рис. 1 фигурой в виде куба показано планирование типа 2^3 . Восемь точек в углах куба изображают планирование при крутом восхождении. Это «ядро» плана, с помощью которого достигается лишь линейное приближение поверхности отклика. Для описания поверхности отклика полиномом второй степени «ядро» плана достраивают некоторым количеством звездных точек, расположенных от центра эксперимента на расстоянии звездного плеча α . На рис. 12 звездные точки обозначены крестиками. Такие планы называются композиционными или последовательными. Кроме того, для оценки кривизны поверхности отклика добавляют еще одну точку или несколько параллельных точек в центре плана (точка 0 на рис. 1), поэтому план будет центральным, так как он симметричен относительно центра. Нулевую точку по каждому фактору назначают на уровне, где получен наилучший результат методом крутого восхождения.

При центральном композиционном планировании второго порядка общее число точек плана при k факторах будет $N = 2^k + 2k + n_0$, где n_0 — число точек в центре эксперимента.

Ядром плана может быть не полный факторный эксперимент типа 2^k , а полуреплика от него. Рекомендуют при числе факторов $k \leq 5$ использовать полный факторный эксперимент, а при большем числе факторов — полуреплику. При $k \geq 8$ планирование ведут по схеме 2^{k-p} .

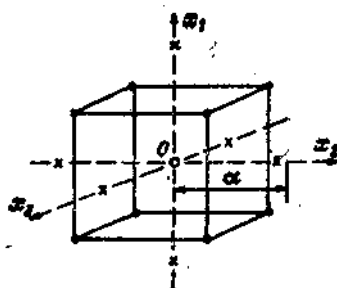


Рис. 1. Графическое изображение центрального композиционного плана эксперимента при $k = 3$.

Центральный композиционный план может быть ротатабельным и ортогональным.

Ротатабельные планы эксперимента обладают тем, положительным свойством, что имеют минимальную дисперсию коэффициентов регрессии математической модели.

Ротатабельным называется план, в котором получаемая информация о поверхности отклика является одинаковой для всех направлений (факторов) в точках, удаленных на одинаковые расстояния от центра эксперимента. Ротатабельный план инвариантен к (ортогональному вращению координат и позволяет получить равномерно «размазанную» информацию по сферам (гиперсферам). Это способствует условию, когда дисперсия критерия оптимизации будет постоянной для всех точек, находящихся на равном расстоянии от центра эксперимента. Экспериментатор вначале не знает вида, поверхности отклика, поэтому важно получить симметричные информационные контуры – кривые или поверхности равной информации. В этом случае говорят, что информация должна быть равномерно «размазана» по сферам или в k-мерном случае – по гиперсферам.

При этом должны выполняться соотношения:

$$\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 = N\lambda_2, \quad i=1, 2, \dots, k;$$

$$\sum_{u=1}^N x_{iu}^4 = 3 \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 x_{ju}^2 = 3N\lambda_4, \quad j=1, 2, \dots, k; \quad i \neq j.$$

Здесь λ_2 – некоторая константа, определяющая масштаб плана в целом.

Следует учесть, что ротатабельность не инвариантна к изменению интервала варьирования факторами.

От величины константы λ_4 зависит вид информационного профиля, показывающего величину информации в зависимости от удаления по радиусу ρ в направлении оси какого-либо фактора от центра. Рекомендуется λ_4 выбирать так, чтобы информация оставалась постоянной в интервале $0 \leq \rho \leq 1$, при этом λ_4 будет немного меньше единицы. Такое планирование называется униформ-ротатабельным.

В практической работе для составления центрального композиционного униформ-ротатабельного плана эксперимента используют следующие формулы и условия. Величина звездного плеча, а при планировании 2^k рассчитывается по формуле:

$$\alpha = 2^{k/4}. \quad (2)$$

Если ядро плана является дробной репликой типа 2^{k-p} звездное плечо будет:

$$\alpha = 2^{\frac{k-p}{4}}. \quad (3)$$

При ротатабельном планировании выбор числа нулевых точек (в центре эксперимента) оказывается несколько неопределенным, так как изменение их числа не оказывает влияния на ротатабельность плана. Нулевые точки необходимы для оценки ошибки эксперимента и проверки адекватности модели второго порядка и, кроме того, количество нулевых точек изменяет вид информационного контура. В настоящее время разработаны два критерия определения количества нулевых точек. Согласно первому критерию, количество нулевых точек n_0 определяется из условий униформного планирования, когда некоторая константа λ_4 вычисляется по формуле:

$$\lambda_4^* = \frac{\lambda_4}{\lambda_2^2} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 x_{ju}^2}{\left(\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \right)^2} N \gg \frac{k}{k+2}. \quad (4)$$

В частном случае, когда звездные точки плана и вершина куба (гиперкуба) лежат на одной сфере (гиперсфере), (4) вырождается в простую формулу:

$$\lambda_4^* = \frac{k}{k+2} \cdot \frac{n_0 + n_c}{n_c}, \quad (5)$$

где $n_c = N - n_0$ – число периферийных точек.

Формула (5) применима при $k = 2, 4$, а также в случаях, когда выполняется условие $2^{\frac{k-p}{2}} = k$.

По второму критерию требования к равномерности снимаются и количество нулевых точек принимается по таблице 1. С изменением числа нулевых точек получается некоторое улучшение ряда статистических характеристик плана.

Таблица 1. Число точек эксперимента в ротатабельном плане второго порядка.

Число факторов k	Число точек ядра $2k$	Число звездных точек $2k$	Число нулевых точек n_c	Общее число точек N	Примечание
2	4	4	3	11	
3	8	6	2	16	
4	16	8	2	26	
5	32	10	3	45	
5	16	10	1	27	Полуреплика
6	64	12	3	79	
6	32	12	2	46	
7	128	14	1	143	
7	64	14	3	81	>
8	256	16	0	272	

После определения общего числа точек эксперимента строится рабочая матрица планирования эксперимента.

Ортогональные планы. В настоящее время, помимо ротатабельных планов, разработан и ряд других. Ротатабельные планы позволяют хорошо оценить коэффициенты регрессии полинома, но они очень трудоемки из-за большого числа опытов и не всегда ортогональны, а ортогональное планирование позволяет получить независимые оценки коэффициентов регрессии.

Одновременно условиям ортогональности и ротатабельности удовлетворяют планы только при построении линейных моделей факторов.

План эксперимента называется ортогональным, если скалярное произведение всех векторов – столбцов матрицы – равно нулю. Математически это выражается соотношениями

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} = 0, \quad i \neq j \text{ и } i, j = 0, 1, 2, \dots, k;$$

$$\sum_{u=1}^N x_{0u} x_{iu}^2 = 0.$$

В композиционном плане в силу того, что $x_{0u} = 1$, а x_{iu}^2 не могут быть всегда равны нулю, вышеприведенные соотношения будут нарушены и план не будет ортогональным. Однако соответствующим подбором звездного плеча α и специальным преобразованием квадратичных переменных x_i^2 можно композиционный план сделать ортогональным. Преобразование имеет вид:

$$x_i' = x_i^2 - \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2}{N} = x_i^2 - \bar{x}_i^2.$$

Здесь $\bar{x}_i^2$ — среднее значение квадрата 1-го фактора. В таком случае выполняется условие ортогональности:

$$\sum_{u=1}^N x_{0u} x_{iu}' = 0.$$

Величина звездного плеча при ортогональном планировании будет равна: при $k = 2 - \alpha = 1,000$; при $k = 3 - \alpha = 1,215$; при $k = 4 - \alpha = 1,414$; при $k = 5$ (полуреплика с определяющим контрастом $I = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5) - \alpha = 1,547$.

При ортогональном плане на число нулевых точек не накладывается никаких ограничений, поэтому для сокращения экспериментальной работы применяют $k_0 = 1$.

Вопросы для самоконтроля

1. Характеристика плана композиционного планирования.
2. Каким бывает центральный композиционный план?
3. Характеристика ротатабельного плана.
4. Понятие ортогонального плана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 12

НЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ ПЛАНЫ. D-ОПТИМАЛЬНЫЕ ПЛАНЫ. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА.

D-оптимальные планы. В последнее время быстрое развитие теории планирования эксперимента выдвинуло для реализации ряд некомпозиционных планов, обладающих многими положительными свойствами. Среди них наиболее разработанными являются, D-оптимальные планы, основанные на теории совместных эффективных оценок, развитой американским математиком Кифером.

Здесь приведены матрицы D-оптимальных (точнее, близких к D-оптимальным) планов для количества факторов от 4 до 6.

Основным из преимуществ D-оптимальных планов является то, что они минимизируют обобщенную дисперсию, или объем эллипсоида рассеяния оценок параметров. Эффективность D-оптимальных планов в концепции Кифера обуславливается оптимальным расположением точек в пространстве факторов, в то время как в теории эффективных оценок Фишера эффективность оценок задается только оптимальным способом обработки результатов наблюдений. Если ротатабельные планы Бокса основаны на эмпирико-интуитивном подходе, то D-оптимальные планы Кифера основаны на логическом развитии центральных идей математической статистики.

С экспериментальной точки зрения D-оптимальные планы заслуживают весьма пристального внимания, так как предполагают варьирование факторов (для описания поверхности отклика полиномом второго порядка) только на трех уровнях вместо 5 уровней факторов у ротатабельных, ортогональных и других, ранее применявшихся планов. Это создает благоприятные условия при разработке пилотной установки, упрощает и удешевляет ее конструкцию, сокращает время проведения экспериментов и позволяет повысить точность результатов экспериментального исследования.

При планировании второго порядка в условиях неоднородностей типа дискретного дрейфа или без дрейфа Боксом и Бенкиным разработаны ротатабельные (или почти ротатабельные) трехуровневые планы. Отличительной особенностью этих планов является то, что во всех строках плана некоторые факторы находятся на нулевых уровнях.

Для исключения влияния неоднородностей весь план может быть разбит на ортогональные блоки так, чтобы блоковые эффекты не коррелировали с оценками эффектов факторов.

В табл. 2 приведены трехуровневые планы Бокса – Бенкена для 7 факторов, причем матрицы планов записаны условно.

Например, строка $\pm 1, \pm 1, 0$, при реализации опытов состоит из четырех строк: $+1, +1, 0$; $-1, -1, 0$; $+1, -1, 0$; $-1, +1, 0$. Сравнение различных типов планов, удовлетворяющих тому или иному критериям оптимальности, - сложная математическая задача. Здесь же будут сформулированы практические рекомендации для применения в конкретных случаях того или иного типа плана. Как уже упоминалось, преимущества всех типов трехуровневых планов заключаются в большей простоте организации опытов по сравнению с пятиуровневыми планами.

Кроме того, почти D-оптимальные планы Хартли более экономичны, чем ортогональные и ротатабельные. Они содержат число строк матрицы, близкое к числу оцениваемых коэффициентов уравнения (1). Планы Хартли используются в тех случаях, когда имеется априорная информация об отсутствии в (1) части эффектов b_i

или b_{ij} , так как некоторые оценки коэффициентов регрессии в этих планах получаются смешанными.

Таблица 2 – Трехуровневые планы 2-го порядка Бокса – Бенкена.

Число факторов	Матрица плана					Общее число опытов	Число опытов		
3	± 1 ± 1 0 0	± 1 0 ± 1 0	0 ± 1 ± 1 0	}		12 3 $N=15$	Разбивка на блоки не производится		
4	± 1 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	± 1 0 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	0 ± 1 0 0 ± 1 0 0 0 0 0	0 ± 1 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	}		8 1 8 1 8 1 $N=27$	3 блока по 9 опытов	
5	± 1 0 0 ± 1 0 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	± 1 0 0 ± 1 0 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	0 ± 1 0 ± 1 0 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	0 ± 1 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0 0	}		20 3 20 3	2 блока по 23 опыта
6	± 1 0 0 ± 1 0 ± 1 0	± 1 0 0 ± 1 0 0 ± 1 0	0 ± 1 ± 1 0 0 ± 1 0	± 1 0 ± 1 ± 1 0 0 0	0 ± 1 0 ± 1 ± 1 0 0	0 0 ± 1 0 ± 1 ± 1 0	48 6 $N=54$	2 блока по 27 опытов	
7	0 ± 1 0 ± 1 0 ± 1 0	0 ± 1 0 ± 1 0 0 ± 1 0	0 0 0 0 ± 1 ± 1 0	± 1 0 ± 1 ± 1 0 0 0	± 1 0 ± 1 0 0 ± 1 0	± 1 0 ± 1 0 0 ± 1 0	56 6 $N=62$	2 блока по 31 опыту	

Планы Вестлейка также имеют эти недостатки. В ортогональных же планах все коэффициенты регрессии оцениваются независимо друг от друга. Ротатабельные планы обладают тем положительным свойством, что дисперсии значений, предсказанных уравнением регрессии, одинаковы по всем факторам, на равных расстояниях от центра эксперимента. И, если неизвестно заранее, где находится оптимальная область значений факторов, то лучше иметь такой план, при котором количество информации, содержащееся в уравнении регрессии, одинаково для равноудаленных от центра точек. Однако критерии ортогональности и ротатабельности не дают представлений о величине дисперсий оценок коэффициентов регрессии и дисперсии предсказанных значений уравнения регрессии, т. е. они не связаны с точностью математического описания. Этим свойством обладают D-оптимальные планы, которые минимизируют дисперсию оценок коэффициентов регрессии и одновременно дают максимальную точность в предсказании значений функции отклика.

Трехуровневый планы Бокса Бенкина в сравнении с ортогональными и ротатабельными планами более экономичны по числу опытов и обладают их свойствами, а некоторые ротатабельные планы оказываются близкими к D-оптимальным.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие D-оптимального плана.
2. Особенности применения D-оптимального плана.
3. Свойства D-оптимального плана.
4. Методика обработки результатов при планировании второго порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 13

ОПТИМИЗАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ. КАНОНИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.

После получения адекватной математической модели второго порядка, допустим типа:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_{1i} x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{2i} x_i^2, \quad (1)$$

необходимо определить координаты оптимума (если он существует) и изучить свойства поверхности отклика в окрестностях оптимума.

В зависимости от вида математической модели имеется несколько методов поиска оптимума в k-мерном пространстве факторов, которые излагаются в специальной математической литературе.

Чаще всего прибегают к каноническому преобразованию математической модели. Для анализа и систематизации уравнение второго порядка приводится к типовой канонической форме вида

$$Y - Y_S = B_{11} X_1^2 + B_{22} X_2^2 + \dots + B_{kk} X_k^2, \quad (2)$$

где Y – значение критерия оптимизации;

Y_S – значение критерия оптимизации в оптимальной точке;

$X_1, X_2, \dots, X_k$ – новые оси координат, повернутые относительно старых,

$B_{11}, B_{22}, \dots, B_{kk}$ – коэффициенты регрессии в канонической форме.

При каноническом преобразовании уравнения (1) производится перенос начала координат в новую точку S и поворот старых осей на некоторый угол в факторном пространстве, в результате чего исчезают линейные члены и изменяется значение свободного члена. Чтобы осуществить перенос начала координат в особую точку поверхности отклика, надо продифференцировать функцию отклика по каждой переменной и, приравняв к нулю частные производные, решить полученную систему уравнений, т. е. найти значения факторов, оптимизирующие величину критерия оптимизации. Решением системы k-линейных уравнений находятся координаты оптимума (центра фигуры, если поверхность имеет центр). При числе факторов $k \leq 3$ о функции отклика можно получить наглядное геометрическое представление. В случае двух независимых переменных, придавая различные фиксированные значения Y в (2), получим серию кривых равного выхода изолиний на плоскости (рис. 1). При независимых переменных можно получить серию контурных поверхностей равного выхода.

Перечень всех 17 поверхностей второго порядка приводится в специальной литературе (Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике, М., 1964).

Все поверхности второго порядка грубо подразделяются на три класса:

1) поверхности, имеющие экстремум – максимум или минимум (рис. 13, б, в); в этом случае все коэффициенты регрессии канонической формы имеют одинаковые знаки и центр фигуры 5 находится вблизи центра эксперимента;

2) поверхности типа минимакса (рис. 1, г) – коэффициенты регрессии канонической формы имеют разные знаки, центр фигуры 5 находится вблизи центра эксперимента;

3) поверхности типа возвышающего гребня (рис. 1, д) – в этом случае один из коэффициентов регрессии канонической формы близок к нулю и центр фигуры удален

в бесконечность. В случае, если один из коэффициентов регрессии будет равен нулю, то поверхность отклика называется стационарным возвышением (рис. 1, а).

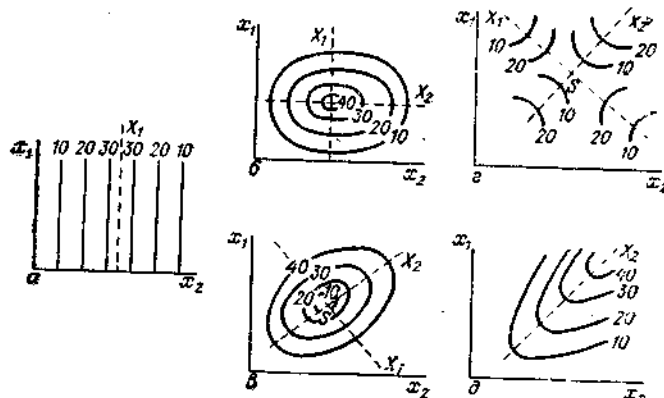


Рис. 1. Проекция поверхностей отклика на плоскость: а — параллельные плоскости; б — холм; в — впадина; г — седловина. д — возвышающийся гребень.

Здесь нет одного центра с максимальным значением критерия оптимизации и центром может быть любая точка на оси, соответствующая нулевому значению коэффициента регрессии канонической формы.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается каноническое преобразование математической модели?
2. Условие приведения функций отклика к канонической форме.
3. В чем заключается метод двумерных сечений?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опрышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция 14

ИЗУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА С ПОМОЩЬЮ ДВУМЕРНЫХ СЕЧЕНИЙ.

После канонического преобразования и определения вида поверхности отклика начинается ее анализ, который удобно проводить с помощью двумерных сечений. Для облегчения расчетов анализ обычно проводится с закодированными величинами факторов.

Построение двумерных сечений функции отклика выполняется в следующей последовательности. В модель (1) подставляются закодированные значения (оптимальные или близкие к оптимальным) всех факторов, кроме изучаемых двух.

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2. \quad (1)$$

Далее в полученном выражении определяется центр поверхности отклика путем взятия частных производных по каждому фактору и приравнивания полученных выражений к нулю. После канонического преобразования определяется тип поверхности отклика в сечении и начинается графо-аналитический анализ полученного выражения. На графике в координатах независимых переменных с натуральным масштабом наносится центр (особая точка) поверхности отклика и из него проводят координатные оси главных направлений канонического уравнения. Затем, придавая различные значения критерию оптимизации в каноническом уравнении, строится серия кривых равного выхода (изолиний), в области допустимых значений варьирования независимых переменных. По кривым сечений судят об изменении величины критерия оптимизации в зависимости от натуральных значений рассматриваемых факторов. Рассмотрение всех возможных двумерных значений дает наглядное представление о значениях критерия оптимизации, которые он будет принимать при варьировании уровней каждой пары факторов.

В случае, если поверхность отклика имеет центр, расположенный вне области эксперимента, или не имеет его, двумерные сечения дают представление о некотором условном оптимуме функции, т. е. о наиболее благоприятном сочетании факторов исследуемого процесса, так как решение системы дифференциальных уравнений по каждому из факторов в этом случае не дает практического результата. В этом случае изучение поверхности отклика с помощью двумерных сечений является решением поставленной задачи.

В качестве примера приводим изучение методом двумерных сечений поверхности отклика, представленной уравнением, например:

$$\begin{aligned} y = & 0,487 + 0,119x_2 - 0,072x_8 + 0,02x_9 - 0,218x_{11} - 0,122x_{14} - 0,092x_2x_8 - \\ & - 0,0014x_2x_9 - 0,094x_2x_{11} - 0,004x_2x_{14} - 0,063x_8x_9 + 0,042x_8x_{11} + \\ & + 0,088x_8x_{14} - 0,051x_9x_{11} + 0,059x_9x_{14} + 0,109x_{11}x_{14} + 0,197x_2^2 + 0,207x_8^2 + \\ & + 0,069x_9^2 + 0,167x_{11}^2 + 0,13x_{14}^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Из десяти возможных двумерных сечений представляется целесообразным в первую очередь исследовать те сечения, которые имеют наибольшее практическое значение.

Двумерное сечение поверхности отклика, характеризующей показатель энергоемкости измельчения в зависимости от окружной скорости молотков (x_2) и зазора между их концами и окружностью камеры дробления (x_{14}). Для получения этого сечения подставляем значения $x_8 = 0$; $x_9 = 0$; $x_{11} = 0$ в уравнение (2). В результате имеем:

$$y = 0,48745 + 0,11919x_2 - 0,12215x_{14} - 0,0041557x_2x_{14} + 0,1971x_2^2 + 0,13031x_{14}^2. \quad (3)$$

Определяем координаты центра поверхности дифференцированием уравнения (3) и решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial x_2} = 0,11919 - 0,0041557x_{14} + 0,3942x_2 = 0; \\ \frac{\partial y}{\partial x_{14}} = -0,12215 - 0,0041557x_2 + 0,26062x_{14} = 0; \end{cases}$$

$$x_{2s} = -0,298; \quad x_{14s} = 0,463.$$

Подставляя значения x_{2s} и x_{3s} в уравнение (3) получим значение показателя энергоёмкости в центре поверхности $Y_s = +0,441$.

Вопросы для самоконтроля

1. Методика анализа поверхности отклика
2. Понятие условного оптимума функции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Лекция №15

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

Помимо общепринятых способов применения теории планирования эксперимента, появилось новое направление в расширении практического использования этих методов путем сочетания их с методами теории подобия и анализа размерностей.

Сущность этого направления заключается в том, что при изучении объекта исследования вначале между независимыми факторами устанавливается связь в критериальной форме с помощью теории подобия и анализа размерностей. Здесь же производится сокращение числа независимых переменных и представление их в форме, удобной для раскрытия физической сущности изучаемого явления или процесса, с последующим пересчетом по рабочим формулам при моделировании.

Далее с помощью теории планирования эксперимента устанавливается связь между критериями подобия в виде регрессионной модели первого или второго порядка и проводится анализ полученной модели, т.е. матрица эксперимента формируется таким образом, чтобы в качестве независимых переменных $x_1, x_2, \dots, x_k$ рассматривались определяющие процесс критерии подобия $n_1, n_2, \dots, n_k$.

Методы теории подобия всегда наиболее активно использовались в экспериментальных исследованиях. Именно с их помощью устанавливалось соответствие между параметрами исследуемой системы и её физической моделью. Для этого требуется совпадение соответствующих критериев подобия.

Но в то же время выражение зависимостей в безразмерной форме позволяет упростить получение и расширить диапазон применимости (адекватности) для эмпирических моделей. Рассмотрим этот факт на примере описания поведения маятника. На перемещение груза (координата y в зависимости от времени τ) оказывает влияние сила $F(\tau)$ и параметры m, G и k . Таким образом, выходная величина зависит от пяти размерных параметров:

$$y = f(m, G, k, F, \tau). \quad (1)$$

Для этой зависимости имеется 3 безразмерных комплекса. Выбрав в качестве параметров, имеющих независимые размерности, m, F и τ , получим комплексы:

$$\begin{cases} \Pi_y = \frac{ym}{\tau^2 F} \\ \Pi_G = \frac{G\tau}{m} \\ \Pi_k = \frac{k\tau^2}{m} \end{cases} \quad (2)$$

В соответствии с положениями теории подобия вместо формулы (1) можно искать зависимость между безразмерными комплексами:

$$\Pi_y = \Phi(\Pi_G, \Pi_k). \quad (3)$$

Очевидно, что безразмерная зависимость проще размерной и её получение менее трудоёмко.

Кроме того, область применения безразмерной зависимости шире. Если при получении формулы (1) проводились эксперименты с изменением τ в диапазоне (m_{min}, m_{max}) , а F изменяли в диапазоне $(F_{min}; F_{max})$, то использовать эту модель за пределами указанных диапазонов нельзя. Аналогично, формула (3) получена для вполне

определённых диапазонов изменения комплексов (2). В то же время при одновременном увеличении m и F в одинаковое количество раз безразмерный комплекс P_y остаётся постоянным. Поэтому, несмотря на то, что в экспериментах использовались вполне определённые значения параметров m и F , при использовании формулы (3) можно значительно расширить диапазон их изменения, лишь бы не выйти за диапазон изменения P_y . Аналогичные выводы можно получить и для других безразмерных комплексов и размерных параметров.

Таким образом, выражение математических моделей в безразмерной форме позволяет не только упростить получаемые зависимости, но и расширить их диапазон адекватности.

Моделирование систем в любом случае является приближением к реальной системе. Поэтому логично было бы предположить, что экспериментальные исследования с реальным объектом более информативны и более точны по сравнению с его моделью. Однако на самом деле чаще всего наблюдается прямо противоположная ситуация.

Вопросы для самоконтроля

1. Практическое использование планирования эксперимента при моделировании.
2. Методика выполнения планирования эксперимента при моделировании.
3. Понятие критерия подобия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. **Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных** [Текст] : учебник / В. Н. Опрышко; В.В.Степанов, Н. В.Юдаев. - Саратов: Издательский центр «Наука», 2010. - 127 с.

Дополнительная

1. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Новиков, А.М.** Методология научного исследования [Текст] / А.М. Новиков, Д.А. Новиков – М.: Либроком, 2009. – 280 с.
2. **Асколонова, Т.А.** Подготовка магистерской диссертации [Текст]: учебное пособие / ред. кол.: Т.А. Асколонова, [и др]. ; отв. ред Е.Ю. Татаркина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый Оскол: ТНТ, 2012. – 248 с.
3. **Фокин С.А.** Обработка результатов измерений физических величин [Электронный ресурс]: учебное пособие для лабораторного практикума по физике/ Фокин С.А., Бармасова А.М., Мамаев М.А.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Российский государственный гидрометеорологический университет, 2009.— 58 с.
4. **Ли Р.И.** Основы научных исследований [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ли Р.И.— Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.— 190 с.
6. **Лабораторный практикум по процессам и аппаратам** [Электронный ресурс]: учебное пособие/ А.Н. Остриков [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2012.— 282 с.
7. **Длин, А.М.** Математическая статистика в технике [Текст] / А. М. Длин – М.: Высшая школа, 1998. – 446 с.
8. **Мельников, С.В.** Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов [Текст] / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.

Содержание

Введение	3
Лекция 1. Математическое моделирование систем.	
Общие положения. Классификация моделей	4
Вопросы для самоконтроля.....	6
Список литературы.....	7
Лекция 2. Адекватность модели оригиналу. Метод теории подобия. Преимущества математического моделирования	8
Вопросы для самоконтроля.....	11
Список литературы.....	11
Лекция 3. Область применения имитационных моделей. Использование оптимизационных алгоритмов	12
Вопросы для самоконтроля.....	13
Список литературы.....	13
Лекция 4. Построение эмпирических моделей с помощью метода наименьших квадратов. Решение задачи с разбивкой на три этапа	14
Вопросы для самоконтроля.....	16
Список литературы.....	16
Лекция 5. Методика планирования экспериментов для построения многофакторных моделей. Составление плана полного факторного эксперимента	17
Вопросы для самоконтроля.....	22
Список литературы.....	22
Лекция 6. Априорное ранжирование факторов. Вычисление коэффициента конкордации	23
Вопросы для самоконтроля.....	24
Список литературы.....	24
Лекция 7. Рандомизация опытов. Расчет ошибок измерения	25
Вопросы для самоконтроля.....	27
Список литературы.....	27
Лекция 8. Выбор критерия оптимизации. Подбор факторов, влияющих на критерий оптимизации	28
Вопросы для самоконтроля.....	29
Список литературы.....	29
Лекция 9. Отсеивающий эксперимент. Метод случайного баланса. Обработка и корректировка результатов	30
Вопросы для самоконтроля.....	30
Список литературы.....	31
Лекция 10. Движение в область оптимума. Метод крутого восхождения	32
Вопросы для самоконтроля.....	33
Список литературы.....	33
Лекция 11. Центральное композиционное планирование. Метод построения планов второго порядка. Ротатабельные и ортогональные планы	34
Вопросы для самоконтроля.....	37
Список литературы.....	37
Лекция 12. Некомпозиционные планы. D-оптимальные планы. Обработка результатов	

второго порядка	38
Вопросы для самоконтроля.....	40
Список литературы.....	40
 Лекция 13. Оптимизация объектов исследования. Каноническое преобразование математических моделей	 41
Вопросы для самоконтроля.....	42
Список литературы.....	42
 Лекция 14. Изучение поверхности отклика с помощью двумерных сечений.....	 43
Вопросы для самоконтроля.....	44
Список литературы.....	44
 Лекция 15. Планирование эксперимента при моделировании с помощью теории подобия и анализа размерностей	 45
Вопросы для самоконтроля.....	46
Список литературы.....	46
 Библиографический список.....	 47
Содержание.....	48