

Министерство сельского хозяйства российской федерации

Федеральное государственное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Саратовский государственный аграрный университет

имени Н.И. Вавилова»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЛЕСНЫХ МАШИН

Краткий курс лекций

для аспирантов 2 курса

Направление подготовки

**35.06.04 Технологии и средства механизации и энергетическое оборудование в
сельском, лесном и рыбном хозяйстве.**

Профиль подготовки

Технология и машины лесозаготовок и лесного хозяйства

Саратов 2014

УДК 712
ББК

Рецензенты:

доктор сельскохозяйственных наук, доцент кафедры «Лесное хозяйство и лесомелиорация»

ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ»

Д.А. Маштаков

кандидат технических наук, доцент кафедры «Землеустройство и кадастры»

ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ»

О.Н. Шпортко

Математическое моделирование при проектировании лесных машин: краткий курс лекций для аспирантов 2 курса направления подготовки 35.06.04 Технологии и средства механизации и энергетическое оборудование в сельском, лесном и рыбном хозяйстве / С.В. Фокин // ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2014. – 51 с.
ISBN ...

Краткий курс лекций по дисциплине «Математическое моделирование при проектировании лесных машин» составлен в соответствии с программой дисциплины и предназначен для аспирантов направления подготовки 35.06.04 Технологии и средства механизации и энергетическое оборудование в сельском, лесном и рыбном хозяйстве. Краткий курс лекций содержит материал по методам математического моделирования, их целевого назначения и возможностям применения при проектировании лесных машин, а так же по определению и классификации математических моделей. Направлен на формирование у аспирантов теоретических основ моделирования лесных машин, основных принципов построения математических моделей при проектировании лесных машин, основных методов исследования математических моделей при проектировании лесных машин. Материал ориентирован на вопросы профессиональной компетенции аспирантов.

УДК 630*161

ББК

© Фокин С.В., 2013

ISBN ... © ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2014

Лекция 1. Производственная структура лесопромышленных процессов

Классификация лесопромышленных производств. Лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная промышленность подразделяется на четыре основные отрасли: лесозаготовка, деревообработка, целлюлозно-бумажная и лесохимическая.

Первая отрасль включает лесозаготовительные предприятия, предприятия по добыче осмола, живицы и барраса.

Ко второй отрасли относятся предприятия по производству пиломатериалов, стандартных домов и комплектов деталей для них, мебели, различных видов тары, древесноволокнистых и древесностружечных плит, спичек и другой продукции.

К третьей отрасли относятся предприятия по производству целлюлозы, древесной массы, бумаги и картона.

К четвертой отрасли относятся предприятия по сухой перегонке древесины, канифольные заводы и предприятия по переработке побочных продуктов лесохимических производств.

Классификация отходов. Образующиеся в процессе обработки и переработки древесного сырья древесные отходы можно классифицировать в зависимости от вида, последовательности получения, назначения и причин, их вызывающих.

По первому признаку отходы подразделяются на три основные группы: твердые, или кусковые, отходы, мягкие отходы и кора. Наибольшее количество твердых и мягких отходов переработанной древесины образуется в деревообрабатывающем производстве.

По второму признаку (последовательности получения) отходы подразделяются на четыре группы: отходы, образующиеся при заготовке леса; отходы при использовании древесины л круглом виде (обрезки, щепы, кора); отходы при первичной обработке и переработке древесины (рейки, горбыль, обрезки, стружка, опилки и пр.); отходы при вторичной обработке и переработке древесного сырья (обрезки, стружка, опилки).

По третьему признаку (целевому назначению) отходы подразделяются на следующие группы: отходы, заменяющие частично или полностью первичное сырье и используемые в качестве технологического сырья для выработки продукции в деревообрабатывающей, целлюлозно-бумажной, лесохимической и других отраслях промышленности; отходы, используемые в строительстве после дополнительной обработки или переработки; отходы, используемые в сельском хозяйстве; отходы, используемые в качестве топлива.

По четвертому признаку отходы подразделяются на две группы: технологически обоснованные, вызываемые свойствами или качеством древесного сырья, а также условиями его использования; необоснованные, которые могут быть исключены полностью или частично при рациональной обработке и переработке древесного сырья.

Технология лесозаготовок. Технологией производства называют научно и практически обоснованную систему знаний, методов воздействия и приемов превращения сырья и материалов в готовую продукцию. Для каждого производства характерна своя технология со свойственными ей специфическими особенностями, например механическая или химическая технология дерева, технология металлов, технология лесозаготовок и др. В лесозаготовке основным является технология лесозаготовок. Дополнительным производством лесозаготовительного предприятия могут быть лесопиление, изготовление товаров народного потребления и изделий производственного назначения.

Технология лесозаготовок — это совокупность приемов и способов производства, обработки или переработки деревьев, хлыстов, сортиментов, щепы, древесной зелени и

другого древесного сырья. Основным видом конечной продукции лесозаготовительного производства являются круглые лесоматериалы. Деревья и хлысты заготавливают на одной из стадий лесозаготовительного производства. Щепу и древесную зелень получают в результате дробления и резания балансов, дров, корней, кроны и отходов лесозаготовок и лесообработывающих производств в рубительных машинах.

К технологии относятся выбор состава и последовательности выполнения основных операций, разработка наиболее эффективных методов выполнения операций и приемов, установление взаимосвязи между отдельными операциями и фазами, рекомендации по соблюдению правил техники безопасности и по увязке лесосечных работ с лесоводственными требованиями, составление технологических документов, технологическая организация лесосек и рабочих мест и т. п.

Технология отвечает на вопрос, как, какими способами должны проводиться лесозаготовительные работы. В этом отношении технология отличается от организации производства. Задача организации производства — создание условий для реализации принятого технологического процесса с минимальными затратами труда и средств. Организация производства решает вопрос, что и как нужно сделать, чтобы успешно выполнить заданную технологию.

Основная задача технологии — изучение условий заготовки, транспортировки, хранения и первичной обработки древесного сырья и разработка способов, которые позволили бы получать лесоматериалы с наименьшими затратами труда и средств.

Основные и подготовительные работы, выполняемые с целью получения лесоматериалов различного назначения в неразрывной связи и последовательности, образуют технологический процесс лесозаготовок. Для производства круглых лесоматериалов необходимо выполнить не менее 10... 12 основных операций при всех вариантах лесозаготовительного производства.

Технологической операцией называют законченную часть технологического процесса, выполняемую непрерывно на одном рабочем месте при изготовлении одной и той же продукции. Так, на лесосеке выполняют операции валки деревьев, трелевки и обрезки сучьев, получая при этом деревья или хлысты.

Операция не является неизменной частью технологического процесса. В большинстве случаев она состоит из ряда технологических приемов изготовления конкретного вида продукции. Так, операция валка деревьев бензиномоторными пилами состоит из следующих основных приемов: подпила дерева, спиливания, сталкивания и перехода к следующему дереву. Каждая операция может быть разделена на части, состав и число которых может изменяться в зависимости от характера и содержания приемов. Например, при валке деревьев валочно-пакетирующими машинами операция включает приемы формирования деревьев в пачки.

Состав лесозаготовительных операций, их последовательность различны. Основным определяющим признаком технологического процесса лесозаготовок является способ вывозки леса. Лесоматериалы из лесосеки можно вывозить в виде сортиментов, хлыстов (полухлыстов), деревьев и технологической щепы. Операциями, определяющими тот или другой вариант технологического процесса, также являются очистка деревьев от сучьев и раскряжевка хлыстов. В зависимости от места выполнения этих операций изменяется способ вывозки лесоматериалов.

По месту выполнения основных операций технологический процесс лесозаготовок может быть разделен на три стадии или фазы: лесосечные работы, транспортировка и лесоскладские работы. Состав и содержание операций каждой фазы лесозаготовок зависит в основном от способа вывозки. Так, при вывозке деревьев на лесосеке выполняют три операции: валку, трелевку и погрузку леса. При вывозке сортиментов на лесосеке выполняют также операции раскряжевки хлыстов, сортировки и штабелевки.

В процесс лесозаготовок входят технологические операции, при выполнении которых предмет труда изменяет свою форму, размер и качество, и транспортно-

переместительные операции, изменяющие только положение предмета труда в пространстве. К первым относят валку деревьев, очистку их от сучьев и раскряжевку хлыстов; ко второй — трелевку, погрузку на подвижной состав лесовозного транспорта и в вагоны общего пользования, вывозку, сортировку и штабелевку лесоматериалов.

Технологический процесс лесозаготовки (ТП) можно записать как сумму операций или обозначений, выполняемых в определенной последовательности. Слагаемые суммы при необходимости можно дополнить информацией или характеристикой заготавливаемого древесного сырья. Возможны шесть основных вариантов технологических процессов лесозаготовок при производстве сортиментов и щепы. Для сокращенной записи технологических процессов и мест их выполнения приняты следующие обозначения: валка — В, трелевка — Тр, очистка деревьев от сучьев — Оч, раскряжевка — Рх, штабелевка — Ш, погрузка — П, транспорт — Т, выгрузка — Вг, сортировка — С, отделение зелени — Оз, измельчение — Из, лесосека — Л; волок, технологический коридор — ТК, верхний лесосклад или лесопогрузочный пункт — ВС, лесовозная дорога — ЛД, нижний лесосклад — НС.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите основные отрасли лесозаготовительного производства.
2. Каким образом классифицируются древесные отходы?
3. Перечислите основную продукцию лесозаготовительного производства.
4. Что включает в себя технология лесозаготовок?
5. Дайте определение технологической операции?

Список литературы

Основная

1. Новые технические и технологические решения лесопромышленных производств: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки дипломированного специалиста 250400 (656300) "Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств" по специальности 250401 (260100) "Лесоинженерное дело" / [Ю. А. Ширнин и др.]. - Йошкар-Ола, 2009. - 235 с.

Дополнительная

1. *Винокуров, В. Н.* Машины и механизмы лесного хозяйства и садово-паркового строительства : учебник для вузов / В. Н. Винокуров, Г. В. Силаев, А. А. Золотаревский ; под ред. В. Н. Винокурова. – М. : Академия, 2004. – 400 с.
2. *Застенский, Л. С.* Машины и механизмы лесного хозяйства : учеб. пособие / Л. С. Застенский ; МГУЛ. – М., 2005. – 240 с.
3. *Зима, И. М.* Механизация лесохозяйственных работ / И. М. Зима, Т. Т. Малюгин. – М. : Лесная промышленность, 1976. – С. 349–350.
4. *Ильин, Г. П.* Механизация работ в зелёном строительстве / Г. П. Ильин. – М. : Стройиздат, 1985. – С. 52–62.

Лекция 2. Представление лесопромышленного производства и его элементов моделируемой системой

Системный подход в моделировании систем при исследовании объектов лесного комплекса. Их изучение часто является построение модели, отображающей лишь какую-то грань реальности и потому многократно более простой, чем эта реальность, и исследование вначале этой модели. Модели используются для решения всевозможных задач. Из этого множества можно выделить основные цели использования моделей:

- 1) понять, как устроен конкретный объект, какова его структура, основные свойства, законы развития и взаимодействия с окружающим миром (**понимание**);
- 2) научиться управлять объектом (или процессом) и определять наилучшие способы управления при заданных целях и критериях (**управление**);
- 3) прогнозировать прямые и косвенные последствия реализации заданных способов и форм воздействия на объект (**прогнозирование**).

Классический (или индуктивный) *подход* к моделированию рассматривает систему, переходя от частного к общему, и синтезирует ее путем слияния компонент, разрабатываемых отдельно. *Системный подход* предполагает последовательный переход от общего к частному, когда в основе рассмотрения лежит цель, при этом объект выделяется из окружающего мира.

При создании нового объекта с полезными свойствами задаются критерии, определяющие степень полезности полученных свойств. Так как любой объект моделирования представляет собой систему взаимосвязанных элементов, введено понятие системы. Система S – есть целенаправленное множество взаимосвязанных элементов любой природы. Внешняя среда E представляет собой множество существующих вне системы элементов любой природы, оказывающих влияние на систему или находящихся под ее воздействием.

При системном моделировании, прежде всего, четко определяется цель моделирования. Создание модели полного аналога оригинала дело трудоемкое и дорогое, поэтому модель создается под определенную цель.

Важным для системного подхода является определение *структуры системы* - совокупности связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие.

Существует ряд подходов к исследованию системы и ее свойств, к которым относятся структурный и функциональный. При структурном, выявляется состав выделенных элементов системы S и связи между ними. Совокупность элементов и связей позволяет судить о свойствах выделенной части системы. При функциональном подходе рассматриваются функции (алгоритмы) поведения системы, причем, каждая функция описывает поведение одного свойства при внешнем воздействии E .

Такой подход не требует знания структуры системы, а ее описание состоит из набора функций ее реакции на внешние воздействия. Классический метод построения модели использует функциональный подход. В качестве элемента модели принимается компонента, описывающая поведение одного свойства и не отображающая реальный состав элементов. Компоненты изолированы друг от друга, что плохо отражает моделируемую систему. Такой метод построения модели применим лишь для простых систем, т.к. требует включения в состав функций, описывающих свойства системы, отношения между свойствами, которые могут быть плохо определены или неизвестны.

С усложнением моделируемых систем, когда невозможно учесть все взаимовлияния свойств, применяется системный метод, основанный на структурном подходе. При этом система S разбивается на ряд подсистем S_i со своими свойствами,

которые, проще описать функциональными зависимостями, и определяются связи между подсистемами. В этом случае система функционирует в соответствии со свойствами отдельных подсистем и связей между ними. Это избавляет от необходимости описывать функционально взаимосвязи между свойствами системы S , что делает модель более гибкой, т.к. изменение свойств одной из подсистем автоматически изменяет свойства системы.

Неопределенности в задачах математического моделирования и оптимизации и методы их преодоления. В современных исследованиях отмечается, что даже для установившихся режимов той или иной системы соотношение между источниками ошибки в типичном случае выглядит следующим образом:

- 1) 82-84 % – из-за неточности исходных данных,
- 2) 14-15 % – из-за неточности математической модели,
- 3) 2-3 % – из-за неточности применяемого метода.

Ввиду такой большой доли погрешности исходных данных неизбежно возникает и погрешность в расчете целевой функции моделируемого процесса, что в реальной ситуации приводит к значительной доле неопределенности при выборе оптимального режима работы системы. Отсюда появляется необходимость разработки методов, учитывающих неопределенность исходных данных при решении задач многоуровневого управления эволюционными процессами.

В работах, посвященных этой проблеме, предлагаются различные методы принятия решений в условиях больших ошибок во входных данных. Эти методы можно разделить на две основные группы:

- подавление влияния неточной информации с дальнейшим использованием обычных детерминированных алгоритмов;
- переход при наличии неточной информации на специальные алгоритмы (стохастические, нечеткие, интервальные).

Для первой группы характерным является применение различных методов фильтрации и сглаживания исходной информации, усреднения и взвешивания данных. Применяются также методы восстановления отсутствующих данных, интерполирования и экстраполирования, робастные алгоритмы.

К настоящему времени в адрес методов, основанных на методах первой группы, высказано немало обоснованных критических замечаний. Предварительная фильтрация данных, отсеечение выбросов и сглаживание оставшихся данных приводят к неадекватности этих данных наблюдаемому процессу по следующим причинам:

- применение процедур сглаживания и отсеечения может быть обоснованным только при непосредственном учете специфики наблюдаемого процесса;
- алгоритмы, используемые для реализации методов первой группы, являются достаточно сложными;
- говоря об адекватности допущений, положенных в основу методов первой группы, можно говорить об их эвристическом характере, т.е. отсутствии достаточно строгой обоснованности.

При использовании стохастических моделей возникает ряд принципиальных трудностей, связанных со сложностью получения плотностей распределения вероятностей для параметров модели. Чаще всего эти трудности порождаются известной проблемой, называемой «проблема малых выборок».

Действительно, в реальных ситуациях чаще всего удается обеспечить лишь несколько десятков наблюдений оцениваемого параметра, в то время, как необходимым является количество порядка тысячи и более.

Судя по растущему количеству публикаций, посвященных обсуждаемой проблеме, все большее число исследователей склоняется к тому, что в реальном математическом моделировании наиболее целесообразным подходом можно считать представление исходных данных в виде нечетких множеств или интервальных значений. Выражая

принципиальное согласие с этим тезисом, авторы настоящей работы отмечают отсутствие достаточно обоснованных математических методов получения и представления исходных данных в виде нечетких множеств.

Можно считать несомненным тот факт, что в процессе моделирования сложной системы исследователь должен принимать во внимание не одну цель, а две или больше целей, которые в некотором смысле «равноправны», т.е. в каждой паре целей нет доминируемой и доминирующей. Описать их одним показателем (критерием) невозможно. Конструктору самолета, например, необходимо обеспечить не только безопасность пассажиров, но и минимальную стоимость перелета. Экономисту нужно построить такой план, чтобы «при минимуме затрат добиться максимума выпуска продукции» и т.п., причем, эти требования, как мы видим, часто противоречат друг другу.

Легко понять, что свести подобные многокритериальные задачи к точно поставленным задачам классического математического программирования нельзя в принципе. Этот вопрос выходит за рамки области деятельности исследователя в процессе построения математической модели и разработки метода нахождения наилучшего решения.

В условиях многокритериальности в выборе и принятии одного решения заложено противоречие, т.к. обязательно найдутся решения, которые по некоторым критериям являются лучше выбранного. Следовательно, указанных противоречий можно избежать лишь в случае, если говорить о нахождении множества «подходящих» решений.

Этот тезис первым достаточно четко сформулировал итальянский экономист Вильфредо Парето еще в 1904 году в форме так называемого принципа Парето. Согласно Парето, возможные решения следует искать среди неуправляемых альтернатив, т.е. альтернатив, улучшение которых по одним критериям приводит к ухудшению по другим критериям. Принцип этот достаточно очевидный и очень важный с чисто прикладной точки зрения: он позволяет, во-первых, сжать множество альтернатив, во-вторых, он демонстрирует те потери, которые имеет оперирующая сторона по тем или иным показателям, стремясь улучшить какой-то определенный показатель.

К настоящему времени в рамках дискретной оптимизации можно говорить о самостоятельном направлении дискретного программирования для многокритериальных задач. Однако, пока не известно ни одного эффективного алгоритма решения какой-либо многокритериальной задачи с нечеткими данными.

Вопросы для самоконтроля

1. Что представляет собой системный подход в моделировании систем при исследовании объектов лесного комплекса?
2. Каким образом классифицируются цели использования моделей?
3. Каким образом решается проблема неточности данных моделирования?
4. Поясните содержание «принципа Парето»?

Список литературы

Основная

1. Михалевич В.С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. Об одной схеме последовательного поиска // Кибернетика – 2009. – №1.
2. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 2010.

Дополнительная

3. Наталуха И.А. Математическое моделирование неравновесных экологических систем. I. Основные теоремы // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Общественные науки (Приложение). – 2000, № 3.

4. Наталуха И.А. Математическое моделирование неравновесных экологических систем. II. Нелинейные колебательные и стохастические режимы // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Общественные науки (Приложение). – 2000, № 4.

Лекция 3. Особенности и разновидности целевых функций и методов поиска их экстремальных значений.

Целевая функция. Это - выражение, значение которого инженер стремится сделать максимальным или минимальным. Целевая функция позволяет количественно сравнить два альтернативных решения. С математической точки зрения целевая функция описывает некоторую $(n+1)$ - мерную поверхность. Примерами целевой функции, часто встречающимися в инженерной практике, являются стоимость, вес, прочность, габариты, КПД. Если имеется только один проектный параметр, то целевую функцию можно представить кривой на плоскости (рис.1).

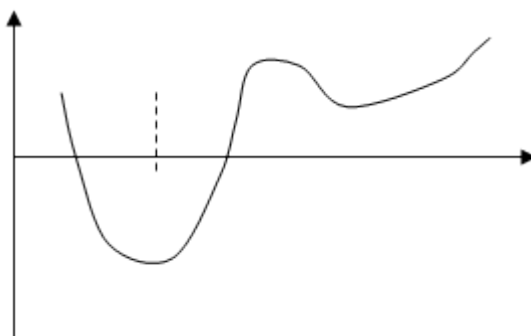


Рис.1. Одномерная целевая функция

Если проектных параметров два, то целевая функция будет изображаться поверхностью в пространстве трех измерений. При трех и более проектных параметрах поверхности, задаваемые целевой функцией, называются гиперповерхностями и не поддаются изображению обычными средствами. Топологические свойства поверхности целевой функции играют большую роль в процессе оптимизации, так как от них зависит выбор наиболее эффективного алгоритма.

Целевая функция в ряде случаев может принимать самые неожиданные формы. Например, ее не всегда удастся выразить в замкнутой математической форме, в других случаях она может представлять собой кусочно-гладкую функцию. Для задания целевой функции иногда может потребоваться таблица технических данных (например, таблица состояния водяного пара) или может понадобиться провести эксперимент. В ряде случаев проектные параметры принимают только целые значения. Примером может служить число зубьев в зубчатой передаче или число болтов во фланце. Иногда проектные параметры имеют только два значения - да или нет.

Качественные параметры, такие как удовлетворение, которое испытывает приобретший изделие покупатель, надежность, эстетичность, трудно учитывать в процессе оптимизации, так как их практически невозможно охарактеризовать количественно. Однако в каком бы виде ни была представлена целевая функция, она должна быть однозначной функцией проектных параметров.

В ряде задач оптимизации требуется введение более одной целевой функции. Иногда одна из них может оказаться несовместимой с другой. Примером служит проектирование самолетов, когда одновременно требуется обеспечить максимальную прочность, минимальный вес и минимальную стоимость. В таких случаях конструктор должен ввести систему приоритетов и поставить в соответствие каждой целевой функции некоторый безразмерный множитель. В результате появляется "функция компромисса",

позволяющая в процессе оптимизации пользоваться одной составной целевой функцией. **Методы поиска их экстремальных значений.** Теорию и методы решения задачи оптимизации изучает математическое программирование. В процессе проектирования ставится обычно задача определения наилучших, в некотором смысле, структуры или значений параметров объектов. Такая задача называется оптимизационной. Если оптимизация связана с расчётом оптимальных значений параметров при заданной структуре объекта, то она называется *параметрической оптимизацией*. Задача выбора оптимальной структуры является *структурной оптимизацией*.

Стандартная математическая задача оптимизации формулируется таким образом. Среди элементов χ , образующих множества X , найти такой элемент χ^* , который доставляет минимальное значение $f(\chi^*)$ заданной функции $f(\chi)$. Для того, чтобы корректно поставить задачу оптимизации, необходимо задать:

1. *Допустимое множество* $X = \{\vec{x} \mid g_i(\vec{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m\} \subset \mathbb{R}^n$; *множество* —
2. *Целевую функцию* — отображение $f : X \rightarrow \mathbb{R}$;
3. *Критерий поиска* (max или min).

Тогда решить задачу $f(x) \rightarrow \min_{\vec{x} \in X}$ означает одно из:

1. Показать, что $X = \emptyset$.
2. Показать, что целевая функция $f(\vec{x})$ не ограничена снизу.
3. Найти $\vec{x}^* \in X : f(\vec{x}^*) = \min_{\vec{x} \in X} f(\vec{x})$.
4. Если $\nexists \vec{x}^*$, то найти $\inf_{\vec{x} \in X} f(\vec{x})$.

Если минимизируемая функция не является выпуклой, то часто ограничиваются поиском локальных минимумов и максимумов: точек x_0 таких, что всюду в некоторой их окрестности $f(x) \geq f(x_0)$ для минимума и $f(x) \leq f(x_0)$ для максимума.

Если допустимое множество $X = \mathbb{R}^n$, то такая задача называется *задачей безусловной оптимизации*, в противном случае — *задачей условной оптимизации*.

Общая запись задач оптимизации задаёт большое разнообразие их классов. От класса задачи зависит подбор метода (эффективность её решения). Классификацию задач определяют: целевая функция и допустимая область (задаётся системой неравенств и равенств или более сложным алгоритмом).^[2]

Методы оптимизации классифицируют в соответствии с задачами оптимизации:

- Локальные методы: сходятся к какому-нибудь локальному экстремуму целевой функции. В случае унимодальной целевой функции, этот экстремум единственен, и будет глобальным максимумом/минимумом.
- Глобальные методы: имеют дело с многоэкстремальными целевыми функциями. При глобальном поиске основной задачей является выявление тенденций глобального поведения целевой функции.

Существующие в настоящее время методы поиска можно разбить на три большие группы:

1. детерминированные;
2. случайные (стохастические);
3. комбинированные.

По критерию размерности допустимого множества, методы оптимизации делят на методы *одномерной оптимизации* и методы *многомерной оптимизации*.

По виду целевой функции и допустимого множества, задачи оптимизации и методы их решения можно разделить на следующие классы:

- Задачи оптимизации, в которых целевая функция $f(\vec{x})$ и ограничения $g_i(\vec{x})$, $i = 1, \dots, m$ являются линейными функциями, разрешаются так называемыми методами *линейного программирования*.

- В противном случае имеют дело с задачей *нелинейного программирования* и применяют соответствующие методы. В свою очередь из них выделяют две частные задачи:

- если $f(\vec{x})$ и $g_i(\vec{x})$, $i = 1, \dots, m$ — выпуклые функции, то такую задачу называют задачей *выпуклого программирования*;
- если $X \subset \mathbb{Z}$, то имеют дело с задачей *целочисленного (дискретного) программирования*.

По требованиям к гладкости и наличию у целевой функции частных производных, их также можно разделить на:

- прямые методы, требующие только вычислений целевой функции в точках приближений;
- методы первого порядка: требуют вычисления первых частных производных функции;
- методы второго порядка: требуют вычисления вторых частных производных, то есть гессиана целевой функции.

Помимо того, оптимизационные методы делятся на следующие группы:

- аналитические методы (например, метод множителей Лагранжа и условия Каруша-Куна-Таккера);
- численные методы;
- графические методы.

В зависимости от природы множества X задачи математического программирования классифицируются как:

- задачи дискретного программирования (или комбинаторной оптимизации) — если X конечно или счётно;
- задачи целочисленного программирования — если X является подмножеством множества целых чисел;
- задачи нелинейного программирования, если ограничения или целевая функция содержат нелинейные функции и X является подмножеством конечномерного векторного пространства.
- Если же все ограничения и целевая функция содержат лишь линейные функции, то это — задача линейного программирования.

Кроме того, разделами математического программирования являются параметрическое программирование, динамическое программирование и стохастическое программирование. Математическое программирование используется при решении оптимизационных задач исследования операций.

Способ нахождения экстремума полностью определяется классом задачи. Но перед тем, как получить математическую модель, нужно выполнить 4 этапа моделирования:

- Определение границ системы оптимизации
- Отбрасываем те связи объекта оптимизации с внешним миром, которые не могут сильно повлиять на результат оптимизации, а, точнее, те, без которых решение упрощается
- Выбор управляемых переменных
- «Замораживаем» значения некоторых переменных (неуправляемые переменные). Другие оставляем принимать любые значения из области допустимых решений (управляемые переменные)
- Определение ограничений на управляемые переменные
- ... (равенства и/или неравенства)
- Выбор числового критерия оптимизации (например, показателя эффективности)

- Создаём целевую функцию

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое целевая функция ?
2. Дайте определение оптимизации.
3. Каким образом подразделяются оптимизационные методы делятся?
4. Для каких целей применяется математическое программирование?

Список литературы

Основная

1. *Михалевич В.С.* Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. Об одной схеме последовательного поиска // Кибернетика – 2009. – №1.
2. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 2010.

Дополнительная

3. *Наталуха И.А.* Математическое моделирование неравновесных экологических систем. I. Основные теоремы // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Общественные науки (Приложение). – 2000, № 3.
4. *Наталуха И.А.* Математическое моделирование неравновесных экологических систем. II. Нелинейные колебательные и стохастические режимы // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Общественные науки (Приложение). – 2000, № 4.

Лекция 4. Определение статистических дисциплин и моделей

Понятие статистической науки. Статистика как наука изучает с количественной стороны (в непосредственной связи с качественным содержанием) массовые социально-экономические явления. Так, при изучении товарооборота, товарных запасов, издержек обращения и других показателей коммерческой деятельности статистика устанавливает количественные характеристики их развития, определяет соотношение между отдельными показателями, дает цифровую оценку проявляющимся при этом закономерностям.

Статистика также изучает влияние природных и технических факторов на изменение количественных характеристик социально-экономических явлений и влияние жизнедеятельности общества на среду обитания..

Явления и процессы в жизни общества изучаются статистикой посредством статистических показателей. Статистический показатель -- это количественная оценка свойства изучаемого явления. В зависимости от целевой функции статистических показателей их можно подразделить на два основных вида: учетно-оценочные показатели; аналитические показатели.

Учетно-оценочные показатели - это статистическая характеристика размера качественно определенных социально-экономических явлений в конкретных условиях места и времени. В зависимости от специфики изучаемого явления учетно-оценочные показатели могут отображать или объемы их распространенности в пространстве, или достигнутые на определенные моменты (даты) уровни развития.

По своей архитектонике данный статистический показатель состоит из двух частей. Первая выражена смысловым понятием: «розничный товароборот государственной и кооперативной торговли». Это установленное на основе положений экономической теории понятие, определяющее качественную специфику отображаемого показателем явления, на основе которого розничный товароборот государственной и кооперативной торговли отличается от других видов реализации товаров (оптовой, колхозно-базарной торговли и др.).

Вторая характеризует его величину 264,1 млрд. руб. Это количественная сторона, цифровая оценка результата функционирования изучаемого явления, объема его распространения в конкретных исторических условиях: в целом по России за период с 1 января по 31 декабря 1990 г. Другой разновидностью учетно-оценочных показателей является количественная характеристика достигнутого уровня развития изучаемых явлений на определенный момент (дату).

Аналитические показатели применяются для анализа статистической информации и характеризуют особенности развития изучаемого явления: типичность признака, соотношение его отдельных частей, меру распространения в пространстве, скорость развития во времени и т.д. В качестве аналитических показателей в статистике применяются относительные и средние величины, показатели вариации и динамики, силы связи и др.

Количество и качество выступают в статистике как две стороны единого. Количество в статистике всегда имеет качественную определенность. Именно в этом и состоит познавательное значение статистического метода изучения социально-экономических явлений.

Одной из важных категорий статистической науки, тесно связанной с показателем, является понятие признака. Под признаком в статистике понимается характерное свойство изучаемого явления, отличающее его от других явлений.

Так, основным признаком розничного товарооборота является продажа товаров населению в обмен на его денежные доходы. С этих позиций включение в розничный товароборот безналичного отпуска товаров (в порядке мелкого опта) нельзя признать правильным; так как это ведет к искусственному завышению объема продажи товаров населению.

Иногда понятие статистического показателя отождествляется с понятием признака изучаемого явления. Надо иметь в виду, что в статистическом показателе выражается единство качественной и количественной сторон. Вернемся к показателю «Розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли составил в 1990 г. 264,1 млрд. руб.».

Изучаемый признак отображает лишь качественную особенность изучаемого явления: «розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли» -- реализация товаров населению в обмен на их денежный доход. Доходы в розничных предприятиях государственной и кооперативной торговли.

При статистическом изучении данный качественный признак получает количественную оценку и становится статистическим показателем.

Изучаемые статистикой признаки могут выражаться как смысловыми понятиями, так и числовыми значениями. Признаки, выраженные смысловыми понятиями, принято называть атрибутивными. Если атрибутивные признаки принимают только одно из двух противоположных значений, их называют альтернативными.

Признаки, выраженные числовыми значениями, принято называть количественными, например возраст (число прожитых лет), стаж работы, получаемая заработная плата и т. д. Признаки, принимающие различные значения у отдельных единиц изучаемого явления, называются варьирующими.

Так, при изучении коммерческой деятельности. Важная особенность статистической науки состоит в том, что, изучая свой предмет, она образует статистические совокупности (коллективы). Статистическая совокупность -- это множество единиц изучаемого явления, объединенных в соответствии с задачей исследования качественной единой основой.

Но по признакам объема продаж товаров, торговой специализации, формам и методам обслуживания покупателей и другим признакам коммерческой деятельности единицы данной статистической совокупности могут быть разнородными.

Из этого следует, что состав статистических совокупностей не является постоянным. Он формируется статистикой в соответствии с долями конкретного исследования. Из специфики предмета статистики следует, что теоретической основой статистической науки являются положения исторического материализма и экономической теории, которые исследуют и формируют законы развития социально-экономических явлений, выясняют их природу и значение в жизни общества.

Статистическое моделирование систем. Для изучения своего предмета статистика разрабатывает и применяет разнообразные методы, совокупность которых образует статистическую методологию.

Применение в статистическом исследовании конкретных методов предопределяется поставленными при этом задачами и зависит от характера исходной информации.

Общей основой разработки и применения статистической методологии являются принципы диалектического подхода к изучению явлений жизни общества. Это, прежде всего требование рассмотрения фактов, характеризующих изучаемые явления, в их целостности, во взаимосвязи и взаимообусловленности, что весьма важно при статистическом изучении причинных отношений.

Важнейшим методом второй стадии статистического исследования является метод статистических группировок, позволяющий выделять в изучаемой совокупности социально-экономические типы. Основное содержание второй стадии статистического исследования заключается в переходе от характеристик единичного к сводным (обобщающим) показателям совокупности в целом или ее частей (групп).

Отграничение качественно однородных в существенном отношении групп социально-экономических явлений - одно из неперенных условий научного применения в статистическом исследовании метода обобщающих статистических показателей.

Нарушение принципа качественной однородности изучаемой совокупности приводит к получению нетипичных характеристик, искажению результата исследования. На третьей, заключительной, стадии статистического исследования проводится анализ статистической информации на основе применения обобщающих статистических показателей: абсолютных, относительных и средних величин, статистических коэффициентов и др.

Анализ статистической информации позволяет раскрывать причинные связи изучаемых явлений, определять влияние и взаимодействие различных факторов, оценивать эффективность принимаемых управленческих решений, возможные экономические и социальные последствия складывающихся ситуаций.

В сравнении обобщающих статистических показателей изучаемых явлений определяются количественные оценки их распространенности в пространстве и развития во времени, устанавливаются характеристики связи и зависимости. Сопоставлением единичного с общим определяются мера развития индивидуального, его отличие от других единиц изучаемой совокупности.

При анализе статистической информации широкое применение имеют табличный и графический методы. В «Общей теории статистики» рассматриваются основные категории и методы статистической науки, природа статистических совокупностей, познавательные свойства современной вычислительной техники.

Статистика в своей сущности призвана определять характер и форму данного явления по отношению к совокупности в соответствии с фиксированным количеством элементов, включаемых в поле исследования, которые оказывают воздействие на исследуемое явление.

В настоящее время в статистике имеется большое количество методов, способов и приёмов анализа статистических данных.

При этом понятия «метод», «способ» и «приём» как инструментальный анализа не имеют чёткого разграничения. Поэтому ниже в основном будем пользоваться одним из этих терминов.

При статистическом изучении массового явления большое значение имеет объективное и всестороннее количественное выражение состояния развития в конкретных условиях пространства и времени, выявление и измерение внутренних и внешних закономерностей, раскрывающих содержание исследуемых явлений.

С учётом этих задач и будем классифицировать, и характеризовать основные приёмы анализа статистических данных.

а) Состояние статистической совокупности и её основных элементов характеризуется с применением абсолютных, относительных и средних величин, статистических коэффициентов и др.

б) Изучение изменения (развития) явления во времени в статистике в основном осуществляются с использованием статистических показателей рядов динамики, методов выявления и количественной оценки сезонных тенденции (тренда) развития, методов выявления и количественной оценки созданных колебаний, метода параллельных рядов и др.

в) Задачи выявления и измерения связей, взаимосвязей, закономерностей массовых явлений могут решаться с использованием рядов распределения, графического метода, метода аналитических группировок, метода параллельного сопоставления рядов, методов математической статистики.

В статистике иногда применяют и другие подходы к разграничению приёмов анализа. Далеко не всегда можно построить аналитическую модель, как функциональную

зависимость выходного параметра системы от входных параметров. В этих случаях пользуются построением статистических моделей.

Под статистическим моделированием понимается воспроизведение с помощью электронно-вычислительных машин (ЭВМ) функционирования вероятностной модели некоторого объекта. Статистические модели получили развитие как метод Монте-Карло. Методами Монте-Карло обычно называют методы решения всевозможных задач, основанные по моделированию случайных величин на ЭВМ.

Задачи статистического моделирования состоят в том, чтобы, используя ЭВМ воспроизводить поведение статистических моделей, устанавливая связь алгоритмов моделирования с алгоритмами решения задач вычислительной математики с помощью метода Монте-Карло и на этой основе строить удобные в вычислительном отношении модели, позволяющие получать необходимые характеристики объекта.

Для этого необходимо научиться: - с помощью специальных методов и средств вырабатывать программы реализации случайных чисел; - с помощью этих чисел получать реализацию случайных величин или случайных процессов с более сложными законами распределения; - с помощью полученных реализаций вычислять значения величин, характеризующих модель, и производить обработку результатов экспериментов. Моделирование случайных процессов строится на основе базовых распределений случайных величин.

Вопросы для самоконтроля

1. Что включает в себя понятие статистической науки?
2. Дайте определение учетно-оценочным показателям.
3. Что включает в себя статистическое моделирование систем?
4. Перечислите основные приёмы анализа статистических данных?

Список литературы

Основная

1. *Воцинин А.П., Сотиров Г.Р.* Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: Наука, 2009.
2. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 2010.

Дополнительная

3. *Дудов А.С., Шадуев М.Г.* О новых показателях в прогнозировании экономических процессов // Приложение к журналу «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Общественные науки». – № 1. – 2001.
4. *Емеличев В.А., Перепелица В.А.* Сложность дискретных многокритериальных задач // Дискретная математика. – 1994. – Т.6. – Вып.1.

Лекция 5. Корреляционный и регрессионный анализ.

Понятие и виды корреляционного анализа. К. Пирсон и Дж. Юл разработали корреляционный анализ, который по их мнению должен ответить на вопрос о том, как выбрать с учетом специфики и природы анализируемых переменных подходящий измеритель статистической связи (коэффициент корреляции, корреляционное отношение, и т.д.), решить задачу как оценить его числовые значения по уже имеющимся выборочным данным.

Корреляционный анализ поможет: найти методы проверки того, что полученное числовое значение анализируемого измерителя связи действительно свидетельствует о наличии статистической связи; определить структуру связей между исследуемыми k признаками $x_1, x_2, \dots, x_k$, сопоставив каждой паре признаков ответ («связь есть» или «связи нет»).

Парный коэффициент корреляции – основной показатель взаимозависимости двух случайных величин, служит мерой линейной статистической зависимости между двумя величинами., он соответствует своему прямому назначению, когда статистическая связь между соответствующими признаками в генеральной совокупности линейна. То же самое относится к *частным и множественным коэффициентам корреляции*.

Парный коэффициент корреляции, характеризует тесноту связи между случайными величинами x и y , определяется по формуле:

$$\rho(x, y) = r = \frac{M[(x - M_x)(y - M_y)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

Если $r = 0$, то между величинами x и y линейная связь отсутствует и они называются *некоррелированными*.

Коэффициент корреляции, определяемый по вышеуказанной формуле, относится к генеральной совокупности.

Частный коэффициент корреляции характеризует степень линейной зависимости между двумя величинами, обладает всеми свойствами парного, т.е. изменяется в пределах от -1 до $+1$. Если частный коэффициент корреляции равен ± 1 , то связь между двумя величинами функциональная, а равенство его нулю свидетельствует о линейной независимости этих величин.

Множественный коэффициент корреляции, характеризует степень линейной зависимости между величиной x_1 и остальными переменными (x_2, x_3), входящими в модель, изменяется в пределах от 0 до 1.

Ординальная (порядковая) переменная помогает упорядочивать статистически исследованные объекты по степени проявления в них анализируемого свойства.

Ранговая корреляция – статистическая связь между порядковыми переменными (измерение статистической связи между двумя или несколькими ранжировками одного и того же конечного множества объектов $O_1, O_2, \dots, O_n$).

Ранжировка – это расположение объектов в порядке убывания степени проявления в них k -го изучаемого свойства. В этом случае $x^{(k)}$ называют рангом i – го объекта по k – му признаку. Ранж характеризует порядковое место, которое занимает объект O_i в ряду n объектов.

К. Спирмен в 1904г предложил показатель, который служил для измерения степени тесноты связи между ранжировками

$$x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)} \text{ и } x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}$$

В последствии данный коэффициент был назван ранговым коэффициентом К. Спирмен:

$$\phi_{\text{fig}}^{(j)} = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum_{i=1}^n (x_i^{(k)} - x_i^{(j)})^2$$

Методы корреляционного и регрессионного анализа. Важное место в статистическом изучении взаимосвязей занимают следующие методы:

- 1) метод приведения параллельных данных;
- 2) графический метод;
- 3) корреляционно регрессионный метод.

Сущность метода приведения параллельных данных заключается в следующем: исходные данные по признаку X располагаются в порядке возрастания или убывания, а по признаку Y записываются соответствующие им показатели, после сопоставления значений X и Y делается вывод о наличии и направлении зависимости.

Графический метод предполагает построение поля корреляции. Для этого значение факторного признака X располагается по оси абсцисс, а значение результативного признака Y — по оси ординат. По совместному расположению точек на графике делают вывод о направлении и наличии зависимости. Если точки на графике расположены беспорядочно, то зависимость между изучаемыми признаками отсутствует. Если точки на графике концентрируются вокруг воображаемой кривой (прямой), то между признаками существует некоторая зависимость. Графический метод используют также для проверки гипотез о форме связи с помощью эмпирической линии регрессии. Эмпирическая линия регрессии — ломаная линия, изображающая изменение групповых средних результативного признака в зависимости от изменения группы ровочного признака фактора.

Сущность корреляционно регрессионного анализа заключается в:

- 1) измерении тесноты связи между варьирующими признаками;
- 2) определении неизвестных причинных связей и оценке факторов, оказывающих наибольшее влияние на результативный признак;
- 3) установлении формы зависимости;
- 4) определении функции регрессии;
- 5) использовании уравнения для оценки неизвестных значений зависимой переменной.

Выделяются следующие этапы корреляционно регрессионного анализа:

- 1) предварительный анализ изучаемой совокупности;
- 2) сбор информации и ее первичная обработка с помощью метода группировки, графического метода;
- 3) оценка параметров распределения;
- 4) построение модели зависимости — уравнения регрессии;
- 5) оценка и анализ надежности модели.

При оценке модели рассчитывают показатели силы и тесноты связи. Для этого используют следующие показатели вариации результативного признака:

- 1) факторная дисперсия, характеризующая вариацию результативного признака, объясняемую только признаком фактором;
- 2) остаточная дисперсия, объясняемая влиянием прочих факторов на результативный признак;
- 3) общая дисперсия, складывающаяся за счет влияния всех факторов;
- 4) коэффициент детерминации — отношение факторной дисперсии к общей, показывающий, какая часть общей вариации результативного признака объясняется признаком фактором.

Вопросы для самоконтроля

1. Что включает в себя понятие корреляция?
2. Какие виды корреляционного анализа Вы знаете?
3. Какие методы корреляционного и регрессионного анализа Вы знаете?
4. Что такое корреляционно регрессионный метод исследования?

Список литературы

Основная

1. *Воциннин А.П., Сотиров Г.Р.* Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: Наука, 2009.
2. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 2010.

Дополнительная

3. *Дудов А.С., Шадуев М.Г.* О новых показателях в прогнозировании экономических процессов // Приложение к журналу «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Общественные науки». – № 1. – 2001.
4. *Емеличев В.А., Перепелица В.А.* Сложность дискретных многокритериальных задач // Дискретная математика. – 1994. – Т.6. – Вып.1.

Лекция 6. Моделирование случайных величин и событий при проектировании лесных машин.

Основные термины. Вероятность случайного события - основная категория в теории вероятностей - положительное число, заключенное между нулем и единицей: $0 < P(A) < 1$, где P - обозначение вероятности, A - случайное событие.

Дискретные и непрерывные случайные величины - основные числовые показатели в теории вероятностей. Дискретная случайная величина может принимать конечное или бесконечное счетное множество значений. Возможные значения непрерывной случайной величины занимают некоторый интервал числовой оси (конечный или бесконечный).

Дисперсия - числовая характеристика степени разброса значений случайной величины. Дисперсия постоянной величины равна нулю. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат: $D(CX) = C^2 D(X)$, где D - знак дисперсии; C — постоянная величина.

Дисперсия суммы двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин: $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$.

Дисперсия суммы нескольких взаимно независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин. Сумма постоянной и случайной величин равна дисперсии случайной величины. Дисперсия разности двух независимых величин равна сумме их дисперсий.

Достоверное событие - событие, в котором каждый элементарный исход испытания благоприятствует событию. Вероятность достоверного события равна 1.

Закон распределения случайной величины - соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Простейшей формой задания закона распределения дискретной случайной величины является таблица, в которой перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности (ряд распределения). Для непрерывной случайной величины нельзя построить ряд распределения, так как она содержит бесконечное множество возможных значений, которые сплошь заполняют некоторый промежуток. Эти значения нельзя перечислить в какой-либо таблице. Каждое отдельное значение непрерывной случайной величины не обладает никакой отличной от нуля вероятностью.

Моделирование случайных величин и событий. Как известно из теории вероятностей, вероятность наступления какого-либо события A находится в пределах $0 \leq P(A) \leq 1$. Для моделирования простого события достаточно реализовать в ЭВМ случайное равномерно распределенное число r и считать, что при $r \leq P$ данное событие произошло, а при $r > P$ событие не имеет места.

На принципе попадания случайного числа r на то или иное место участка 0-1 можно моделировать более сложные случаи. Для полной группы событий, имеющих вероятности $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$, необходимо интервал 0-1 разделить на n частей, длины каждой из которых равны соответственно значениям $P_1, P_2, \dots, P_n$. При попадании случайного числа на отдельный участок, например участок K , считается, что наступило событие A_k .

Например, наступило событие A_3 . При этом $P_2 < r \leq P_3$. В ходе моделирования генерируемая случайная величина последовательно сравнивается с элементами массива, возрастающих чисел $P(i)$,

$$P(i) = \sum_{j=1}^i P(j)$$

где $P(n) = 1$.

Вариант алгоритма моделирования полной группы событий показан на рис. 2. 3. Значение A будет соответствовать разыгранному событию и используется для

дальнейшего решения. Следует заметить, что проверка условия $i > n$ в этом алгоритме является излишней, так как всегда $r < 1$, а последнее значение элемента массива $P(n) = 1$. При моделировании комбинаций независимых событий можно применить алгоритм для полной группы событий.

Например, для двух событий A и B возможны следующие варианты AB , $A\bar{B}$, $\bar{A}B$, $\bar{A}\bar{B}$.

При этом всегда $P(AB) + P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}) = 1$, где $P(AB) = P_a * P_b$, $P(A\bar{B}) = P(A) * (1 - P_b)$ и т.д. На ЭВМ моделируются отдельные события A и B . При $r_1 < A$ и $r_2 < B$ принимается, что наступило сложное событие AB ;
 при $r_1 < A$, $r_2 > B$ принимается событие $A\bar{B}$;
 при $r_1 > A$, $r_2 < B$ принимается событие $\bar{A}B$;
 при $r_1 > A$, $r_2 > B$ принимается событие $\bar{A}\bar{B}$.

При моделировании сложных зависимых событий A и B , наряду с вероятностями P_a , P_b , необходимо учитывать условную вероятность наступления события B при условии, что событие A имело место ($P_{b/a}$). Эта вероятность задается в качестве исходной величины.

В ходе моделирования могут быть разыграны следующие ситуации:
 При $r_1 < P_a$, $r_2 < P_{a/b}$ принимается событие AB ; $r_1 < A$, $r_2 > P_{a/b}$ принимается событие $A\bar{B}$;
 $r_1 > A$, $r_2 < P_{b/\bar{a}}$ принимается событие $\bar{A}B$; $r_1 > A$, $r_2 > P_{b/\bar{a}}$ принимается событие $\bar{A}\bar{B}$.

Значение $P_{b/a}$ находится по формуле Байеса:

$$P_{b/\bar{a}} = \frac{P_b - P_a \cdot P_{b/a}}{1 - P_a}.$$

Целесообразность моделирования простых и сложных событий на ЭВМ, несмотря на сравнительную простоту их аналитического решения, обуславливается тем, что обычно на ЭВМ моделируется более сложная модель, куда процесс получения отдельных групп событий входит составной частью.

Рассмотренный способ моделирования полной группы событий может быть использован также для моделирования дискретной случайной величины X с заданным законом распределения $P(X_i) = P_i$, $i = 1 \div n$, причем

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1.$$

При попадании генерируемого случайного числа r на участок K принимается, что случайная величина X приняла значение X_k .

Вопросы для самоконтроля

1. Что включает в себя термин дискретные и непрерывные случайные величины?
2. Что включает в себя термин дисперсия?
3. Что включает в себя закон распределения случайной величины?
4. Каков алгоритм моделирования случайных величин и событий?

Список литературы

Основная

1. *Воицинин А.П., Сотиров Г.Р.* Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: Наука, 2009.
2. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 2010.

Дополнительная

3. *Дудов А.С., Шадуев М.Г.* О новых показателях в прогнозировании экономических процессов // Приложение к журналу «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Общественные науки». – № 1. – 2001.
4. *Емеличев В.А., Перепелица В.А.* Сложность дискретных многокритериальных задач // Дискретная математика. – 1994. – Т.6. – Вып.1.

Лекция 7. Линейные и нелинейные алгебраические модели лесотехнических объектов и процессов.

Дифференциальные уравнения. Дифференциальное уравнение — уравнение, связывающее значение производной функции с самой функцией, значениями независимой переменной, числами (параметрами). Порядок входящих в уравнение производных может быть различен (формально он ничем не ограничен). Производные, функции, независимые переменные и параметры могут входить в уравнение в различных комбинациях или все, кроме хотя бы одной производной, отсутствовать вовсе.

Дифференциальное уравнение порядка выше первого можно преобразовать в систему уравнений первого порядка, в которой число уравнений равно порядку исходного уравнения.

Современные быстродействующие ЭВМ эффективно дают численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений, не требуя получения его решения в аналитическом виде. Это позволило некоторым исследователям утверждать, что решение задачи получено, если её удалось свести к решению обыкновенного дифференциального уравнения.

Порядок, или степень дифференциального уравнения — наивысший порядок производных, входящих в него. *Решением (интегралом) дифференциального уравнения* порядка n называется функция $y(x)$, имеющая на некотором интервале (a, b) производные $y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)$ до порядка n включительно и удовлетворяющая этому уравнению.

Процесс решения дифференциального уравнения называется *интегрированием*. Задача об интегрировании дифференциального уравнения считается решённой, если нахождение неизвестной функции удастся привести к квадратуре, независимо от того, выражается ли полученный интеграл в конечном виде через известные функции или нет.

Все дифференциальные уравнения можно разделить на *обыкновенные* (ОДУ), в которые входят только функции (и их производные) от одного аргумента, и *уравнения с частными производными* (УРЧП), в которых входящие функции зависят от многих переменных. Существуют также стохастические дифференциальные уравнения (СДУ), включающие случайные процессы.

Важнейшим вопросом для дифференциальных уравнений является существование и единственность их решения. Разрешение этого вопроса дают теоремы существования и единственности, указывающие необходимые и достаточные для этого условия. Для обыкновенных дифференциальных уравнений такие условия были сформулированы Липшицем (1864). Для уравнений в частных производных соответствующая теорема была доказана С. В. Ковалевской (1874).

Решения дифференциальных уравнений подразделяются на общие и частные решения. Общие решения включают в себя неопределённые постоянные, а для уравнений в частных производных — произвольные функции от независимых переменных, которые могут быть уточнены из дополнительных условий интегрирования (начальных условий для обыкновенных дифференциальных уравнений, начальных и граничных условий для уравнений в частных производных). После определения вида указанных постоянных и неопределённых функций решения становятся частными.

Поиск решений обыкновенных дифференциальных уравнений привёл к установлению класса специальных функций — часто встречающихся в приложениях функций, не выражающихся через известные элементарные функции. Их свойства были подробно изучены, составлены таблицы значений, определены взаимные связи и т. д.

Развитие теории дифференциальных уравнений позволило в ряде случаев отказаться от требования непрерывности исследуемых функций и ввести обобщённые решения дифференциальных уравнений.

Линейные и нелинейные уравнения. В зависимости от комбинаций производных, функций, независимых переменных дифференциальные уравнения подразделяются на линейные и нелинейные, с постоянными или переменными коэффициентами, однородные или неоднородные. В связи с важностью приложений в отдельный класс выделены квазилинейные (линейные относительно старших производных) дифференциальные уравнения в частных производных.

Как обыкновенные дифференциальные уравнения, так и уравнения в частных производных можно разделить на линейные и нелинейные. Дифференциальное уравнение является линейным, если неизвестная функция и её производные входят в уравнение только в первой степени (и не перемножаются друг с другом). Для таких уравнений решения образуют аффинное подпространство пространства функций. Теория линейных ДУ развита значительно глубже, чем теория нелинейных уравнений. Общий вид линейного дифференциального уравнения n -го порядка:

$$p_n(x)y^{(n)}(x) + p_{n-1}(x)y^{(n-1)}(x) + \dots + p_0(x)y(x) = r(x),$$

где $p_i(x)$ — известные функции независимой переменной, называемые коэффициентами уравнения.

Функция $r(x)$ в правой части называется *свободным членом* (единственное слагаемое, не зависящее от неизвестной функции). Важным частным классом линейных уравнений являются линейные дифференциальные уравнения с *постоянными коэффициентами*.

Подклассом линейных уравнений являются однородные дифференциальные уравнения — уравнения, которые не содержат свободного члена: $r(x) = 0$. Для однородных дифференциальных уравнений выполняется принцип суперпозиции: линейная комбинация частных решений такого уравнения также будет его решением.

Все остальные линейные дифференциальные уравнения называются неоднородными дифференциальными уравнениями.

Нелинейные дифференциальные уравнения в общем случае не имеют разработанных методов решения, кроме некоторых частных классов. В некоторых случаях (с применением тех или иных приближений) они могут быть сведены к линейным.

Например, линейное уравнение гармонического осциллятора $\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = 0$ может рассматриваться как приближение нелинейного уравнения математического маятника $\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 \sin y = 0$

для случая малых амплитуд, когда $y \approx \sin y$.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение термину дифференциальное уравнение.
2. Что такое степень дифференциального уравнения?
3. Чем отличаются линейные и нелинейные уравнения?
4. Дайте определение термину дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Список литературы

Основная

1. *Воцинин А.П., Сотиров Г.Р.* Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: Наука, 2009.
2. *Моисеев Н.Н.* Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 2010.

Дополнительная

3. *Дудов А.С., Шадуев М.Г.* О новых показателях в прогнозировании экономических процессов // Приложение к журналу «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Общественные науки». – № 1. – 2001.
4. *Емеличев В.А., Перепелица В.А.* Сложность дискретных многокритериальных задач // Дискретная математика. – 1994. – Т.6. – Вып.1.

Лекция 8. Понятие о методах проектирования машин.

Основные понятия и процедуры проектирования машин. До сих пор нет общепринятого определения рода деятельности, который называется столь привычным и часто встречающимся термином "проектирование". Приведем некоторые определения и формулировки процесса проектирования, появившиеся за последнее время и принадлежащие разным авторам:

- нахождение существенных компонентов какой-либо физической структуры;
- целенаправленная деятельность по решению задач; принятие решений в условиях неопределенности с тяжелыми последствиями в случае ошибки;
- моделирование предполагаемых действий до их осуществления, повторяемое до тех пор, пока не появится полная уверенность в конечном результате;
- техническое конструирование - это использование научных принципов, технической информации и воображения для определения механической структуры машины или систему, предназначенной для выполнения заранее заданных функций с наибольшей экономичностью и эффективностью;
- приведение изделия в соответствие с обстановкой при максимальном учете всех требований;
- осуществление очень сложного акта интуиции; оптимальное удовлетворение суммы истинных потребностей при определенном комплексе условий;
- вдохновенный прыжок от фактов настоящего к возможностям будущего;
- творческая деятельность, которая вызывает к жизни нечто новое и полезное, чего ранее не существовало.

В этих определениях прежде всего удивляет то, что они столь различны: едва ли десятая часть всех значащих слов встречается здесь больше одного раза. Создается впечатление, что имеется столько же различных процессов проектирования, сколько существует авторов, которые описывают эти процессы.

Удивительно и то, что ни разу не упоминается изготовление чертежей, хотя эта операция неизбежно выполняется проектировщиками всех специальностей. Из этих формулировок ясно, что в зависимости от обстоятельств характер процесса проектирования может меняться в очень широких пределах, и методы, разработанные теоретиками проектирования, отличаются друг от друга не меньше, чем предложенные ими определения процесса проектирования.

Явный разнобой, наблюдающийся в литературе о проектировании, может послужить ключом к пониманию ситуации. Возможно, что, сознательно уклонившись от ссылки на чертежи и от привычных взглядов на процесс проектирования, теоретики все вместе нащупали то существенное, что позволит преодолеть недостатки традиционных методов проектирования и состоит в разнообразии, причем в разнообразии столь широком, что оно выходит за пределы опыта и знаний любого отдельно взятого разработчика, любой конкретной проектной специальности и, по сути дела, любого отдельно взятого теоретика проектирования.

Методы проектирования машин. Решение многих конструкторских задач базируется на использовании общих принципов научно-технической деятельности.

Часто используются методы прогнозирования, с помощью которых составляется инженерный прогноз развития рассматриваемого вида техники, а также условий ее производства и применения на обозримый период.

Важнейшее место занимают специальные логические, эвристические и алгоритмические методы конструирования, без которых не обходится практически ни одна стадия конструкторской разработки.

Для составления прогноза, то есть подготовки научно обоснованного суждения о возможных состояниях прогнозируемого объекта в будущем, используются разнообразные методы.

В настоящее время насчитывается более 130 различных приемов и методов прогнозирования. В общем случае классификация методов прогнозирования осуществляется по четырем уровням их размещения, определяемым следующими признаками:

- 1) информационная основа метода (фактографические или экспертные методы);
- 2) принцип получения и обработки информации (статистические методы, методы аналогий, опережающие методы, индивидуальные и коллективные экспертные оценки);
- 3) аппарат метода (прогнозная экстраполяция, регрессионный анализ, факторное моделирование, методы математических и исторических аналогий и др.);
- 4) детали аппарата метода (простые методы, представляющие собой по существу однопроцедурные методические приемы).

Проектируемый объект неразрывно связан с такими факторами окружения, как научно-техническая ситуация, окружающая среда, экономическая и социальная ситуация. Рассматривая каждый фактор как объект прогнозирования, следует подобрать к нему наиболее соответствующий метод прогнозирования. Для этого воспользуемся следующей классификацией по шести признакам.

1. По природе объекта прогнозирования:

- а) *научно-технические* (развитие фундаментальных и прикладных исследований, развитие техники, новые виды техники, технические характеристики, изобретения и открытия в области науки и техники, новые материалы, технологии);
- б) *техничко-экономические* (экономика народного хозяйства по отраслям, развитие и размещение производства, промышленные предприятия, технико-экономические показатели производства продукции, организационно-экономические системы управления, освоение новых видов продукции, финансирование производства);
- в) *социально-экономические* (демография, трудовые ресурсы, размещение производительных сил, образование, национальный доход, спрос, потребление);
- г) *военно-политические* (международные отношения, опасные зоны, военный потенциал, стратегический курс, военные конфликты);
- д) *естественно-природные* (погода, окружающая среда, природные ресурсы).

2. По масштабности объекта прогнозирования, определяемой числом переменных, входящих в полное описание объекта:

- а) *сублокальные* - с числом значащих переменных 1...3 (производственная функция, траектория движения в трехмерном пространстве, рабочее место);
- б) *локальные* - с числом значащих переменных 4...14 (производственный участок, материал, несложное техническое устройство);
- в) *субглобальные* - с числом переменных 15...35 (цех, спрос на продукцию предприятия с соответствующей номенклатурой);
- г) *глобальные* - с числом переменных 36... 100 (предприятия, техническая система типа "станок - агрегат", транспортная сеть региона);
- д) *суперглобальные* - с числом переменных свыше 100 (отрасль, крупное предприятие, большая техническая система).

3. По степени взаимозаменяемости значащих переменных в их описании: *

- а) *сверхпростые* (объекты с отсутствием существенных взаимосвязей между переменными);
- б) *простые* (объекты, в описании которых содержатся парные связи);
- в) *сложные* (объекты, в описании которых содержатся парные и множественные связи);
- г) *сверхсложные* (объекты, в описании которых нужно учитывать взаимосвязи всех значащих переменных).

4. По степени детерминированности:
 - а) *детерминированные* (объекты, в характеристиках которых случайная составляющая несущественна);
 - б) *стохастические* (объекты, в описании которых необходим учет случайной составляющей переменных);
 - в) *случайные* (имеющие как детерминированные, так и стохастические характеристики).
 5. По характеру развития во времени:
 - а) *дискретные* (характеристики изменяются скачками);
 - б) *апериодические* (характеристики изменяются в виде апериодической непрерывной функции);
 - в) *циклические* (характеристики изменяются в виде периодической непрерывной функции).
 6. По степени информационной обеспеченности:
 - а) объекты с *достаточной* количественной ретроспективной информацией;
 - б) объекты с *недостаточной* для обеспечения заданной точности прогнозирования количественной ретроспективной информацией;
 - в) объекты, имеющие лишь *качественную* ретроспективную информацию;
 - г) объекты с *полным отсутствием* ретроспективной информации.
- В настоящее время не разработаны да и вряд ли будут разработаны в дальнейшем какие-либо рекомендации для однозначного выбора метода прогнозирования. Можно лишь ограничить ориентировочно область применения того или иного метода.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение термину проектирование.
2. С какой целью составляется инженерный прогноз развития рассматриваемого вида техники?
3. С какими факторами окружения связан проектируемый объект?
4. По какому принципу классифицируются прогнозные модели?

Список литературы

Основная

1. *Воцнин А.П., Сотиров Г.Р.* Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: Наука, 2009.
2. *Давнис В.В., Ионов Ю.Г.* Прогнозные оценки рискогенности экономических процессов /Материалы Всерос.научн.-практ.конф. «Экономическое прогнозирование: модели и методы – 2004», 18-19 марта 2004 г. В 2 ч. – Воронеж: ВГУ, 2004. – Ч.2.

Дополнительная

3. *Дудов А.С., Шадуев М.Г.* О новых показателях в прогнозировании экономических процессов // Приложение к журналу «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Общественные науки». – № 1. – 2001.
4. *Емеличев В.А., Перепелица В.А.* Сложность дискретных многокритериальных задач //Дискретная математика. – 1994. – Т.6. – Вып.1.

Лекция 9. Изобретательство и рационализация.

Краткая характеристика объектов, относимых к интеллектуальной собственности. Интеллектуальная собственность означает творения человеческого разума: изобретения, литературные и художественные произведения, символику, названия, изображения и образцы, используемые в торговле.

Интеллектуальная собственность — это право разрешать использовать изобретение, полезную модель, товарный знак, рисунок, песню, музыкальное или художественное произведение, программу, базу данных и любое другое творение автора. Объекты интеллектуальной собственности — это промышленная собственность и авторское право. (см. рис. 1).

Смежные права включают права артистов-исполнителей на их исполнения, права производителей фонограмм на их записи и права вещательных организаций на их радио- и телевизионные программы.

Промышленная собственность Изобретения (патенты)

Патент представляет собой исключительное право, предоставленное на изобретение, которое может быть продуктом или способом, позволяющим сделать что-либо по-новому или предлагающим новое техническое решение задачи.

Патенты стимулируют отдельных лиц, предоставляя им признание их творческого вклада и материальное вознаграждение за коммерческое использование их изобретений. При этом качество жизни людей постоянно повышается. Первым шагом на пути к получению патента является подача патентной заявки.

Патентная заявка содержит название изобретения, а также указание технической области, к которой оно относится; оно должно включать предпосылки и описание изобретения, изложенные ясным языком и достаточно подробно, чтобы лицо, имеющее средние знания в данной области, могло использовать или воспроизвести изобретение.

Описания сопровождаются такими визуальными материалами, как чертежи, схемы или диаграммы, помогающими лучше раскрыть сущность изобретения. Заявка также содержит различные "притязания", то есть информацию, которая определяет объем охраны, предоставляемый патентом.

Товарные знаки

Под товарным знаком понимается отличительное обозначение, идентифицирующее определенные товары или услуги, производимые или предоставляемые конкретным лицом или предприятием.

Происхождение товарного знака восходит к далекому прошлому, когда ремесленники воспроизводили свои подписи или «знаки» на созданных ими художественных либо утилитарных изделиях. С течением времени эти знаки постепенно оформились в современную систему охраны и регистрации товарных знаков.

Система помогает потребителям идентифицировать и приобретать изделия или услуги, происхождение и качество которых, удостоверенные отличительным товарным знаком, наилучшим образом отвечают их потребностям.

Порядок регистрации товарных знаков следующий:

Вначале в соответствующее национальное или региональное ведомство подается заявка на регистрацию товарного знака. Заявка должна содержать четкое изображение знака, регистрация которого испрашивается, включая четкое воспроизведение цвета, формы или трехмерных элементов. В заявке также необходимо указать перечень товаров или услуг, для которых испрашивается охрана знака. Для получения охраны в качестве товарного или иного знака сам знак должен удовлетворять определенным условиям.

Он должен обладать различительной функцией, с тем, чтобы потребители могли узнавать его как присущий определенной продукции и одновременно не спутать его с другими товарными знаками, идентифицирующими другие продукты. Товарный знак не

должен нести ложной или вводящей в заблуждение информации, он также не должен противоречить общественному порядку или морали.

Кроме того, испрашиваемые права не могут полностью или частично совпадать с правами, уже предоставленными владельцу другого товарного знака. Это устанавливается путем поиска и экспертизы, проводимых национальным ведомством, либо путем рассмотрения возражения третьих лиц, претендующих на такие же или аналогичные права.

Промышленный образец

Под промышленным образцом понимается оформительский или эстетический аспект изделия. Образец может состоять из трехмерных компонентов, таких как форма или поверхность какого-либо изделия или двухмерных компонентов, таких как рисунок, линии и цвет.

Промышленные образцы применяются в широком ассортименте промышленных изделий и произведений ремесленного творчества - от технического и медицинского оборудования до часов, ювелирных изделий и других предметов роскоши; от кухонной утвари и бытовых электроприборов до транспортных средств и архитектурных объектов, от рисунков на ткани до предметов досуга.

Географическое указание

Географическое указание - это обозначение, используемое на товарах, которые имеют конкретное географическое происхождение и обладают качествами или репутацией, определяемыми этим местом происхождения.

Чаще всего географическое указание состоит из названия места происхождения товаров. Сельскохозяйственные продукты обычно имеют свойства, которые проистекают из места их производства и находятся под влиянием конкретных местных факторов, таких как климат или почва.

Вопрос о том, действует ли какой-либо знак в качестве географического указания, относится к компетенции национального законодательства и восприятия потребителя. Географические указания могут использоваться для широкого круга сельскохозяйственных продуктов; например, «Тоскана» для оливкового масла, изготовленного в конкретной области Италии (охраняется, например, в Италии законом № 169 от 5 февраля 1992 г.), или «Рокфор» для сыра, изготовленного во Франции (охраняется, например, в Европейском союзе в соответствии с постановлением (ЕС) № 2081/92 и в Соединенных Штатах в соответствии с регистрационной маркой США № 571.798).

Использование географических указаний не ограничено сельскохозяйственными продуктами. Они могут также подчеркивать особые свойства продукта, которые являются результатом человеческих факторов, присущих месту происхождения этих продуктов, в частности таких, как особые навыки и традиции изготовления.

Таким местом происхождения может быть поселок или город, регион или страна. Примером последней может служить указание "Switzerland" ("Швейцария") или "Swiss" ("швейцарский"), которое во многих странах воспринимается как географическое указание товаров, изготовленных в Швейцарии, и в частности, в отношении часов.

Наименование места происхождения товаров - это особый вид географического указания, используемого для обозначения товара, особые свойства которого исключительно или главным образом определяются характерными для данного географического объекта природными условиями, в которых производятся такие товары.

Концепция географического указания является более широкой, чем наименование места происхождения. Примерами наименований места происхождения, которые охраняются в государствах-участниках Лиссабонского соглашения об охране наименований мест происхождения и их международной регистрации, являются "Bordeaux" ("Бордо") в отношении вина, произведенного в местности Бордо, Франция (регистрация № 80) "Havana" ("Гавана") в отношении табака, выращиваемого в районе

Гаваны, Куба (регистрация № 472) или "Tequila" ("Текила") в отношении спиртных напитков, изготовленных в определенных областях Мексики (регистрация № 669).

Географическое указание указывает на особое место или регион производства, которые определяют особые свойства товара, происходящего из этого места или региона. Очень важно, чтобы особые свойства и репутация данного товара определялись этим местом. Поскольку особые свойства зависят от географического места, где производится товар, существует особая "связь" между товарами и местом, где они были первоначально произведены.

Какова разница между географическим указанием и товарным знаком?

Товарный знак - это обозначение, используемое предприятиями для того, чтобы отличить их товары и услуги от товаров и услуг других предприятий. Товарный знак предоставляет владельцу право запрещать его использование другими лицами. Географическое указание информирует потребителей, что товар произведен в определенном месте и имеет особые свойства, которые определяются местом его изготовления. Оно может использоваться всеми производителями, которые в обозначенном географическом указании месте производят товары, обладающие характерными свойствами.

Объект авторского права. В РФ произведения в области литературы, науки и искусства охраняются законом «Об авторском праве и смежных правах». В соответствии с данным законом компьютерная программа является литературным произведением, а база данных — сборником произведений.

Авторское право распространяется на:

- произведения науки, литературы и искусства, являющиеся результатом творческой деятельности, независимо от назначения и достоинства произведения, а также от способа его выражения.
- как обнародованные произведения, так и на необнародованные произведения, существующие в какой-либо объективной форме:
 - письменной (рукопись, машинопись, нотная запись и так далее);
 - устной (публичное произнесение, публичное исполнение и так далее);
 - звуко- или видеозаписи (механической, магнитной, цифровой, оптической);
 - изображения (рисунок, эскиз, картина, план, чертеж, кино-, теле-, видео- или фотокадр и так далее);
 - объемно-пространственной (скульптура, модель, макет, сооружение и так далее);
- в других формах.

Авторское право не распространяется на идеи, методы, процессы, системы, способы, концепции, принципы, открытия, факты.

Передача права собственности на материальный объект или права владения материальным объектом сама по себе не влечет передачи каких-либо авторских прав на произведение, выраженное в этом объекте, за исключением случаев, предусмотренных статьей 17 Законом об авторских правах.

Объектами авторского права являются:

- литературные произведения (включая программы для ЭВМ);
- драматические и музыкально-драматические произведения, сценарные произведения;
- хореографические произведения и пантомимы;
- музыкальные произведения с текстом или без текста;
- аудиовизуальные произведения (кино-, теле- и видеофильмы, слайдфильмы, диафильмы и другие кино- и телепроизведения);
- произведения живописи, скульптуры, графики, дизайна, графические рассказы, комиксы и другие произведения изобразительного искусства;
- произведения декоративно-прикладного и сценографического искусства;
- произведения архитектуры, градостроительства и садово-паркового искусства;

- фотографические произведения и произведения, полученные способами, аналогичными фотографии;
- географические, геологические и другие карты, планы, эскизы и пластические произведения, относящиеся к географии, топографии и к другим наукам;
- другие произведения.

Охрана программ для ЭВМ распространяется на все виды программ для ЭВМ (в том числе на операционные системы), которые могут быть выражены на любом языке и в любой форме, включая исходный текст и объектный код.

К объектам авторского права также относятся:

- производные произведения (переводы, обработки, аннотации, рефераты, резюме, обзоры, инсценировки, аранжировки и другие переработки произведений науки, литературы и искусства);
- сборники (энциклопедии, антологии, базы данных) и другие составные произведения, представляющие собой по подбору или расположению материалов результат творческого труда.

Производные произведения и составные произведения охраняются авторским правом независимо от того, являются ли объектами авторского права произведения, на которых они основаны или которые они включают. Авторское право действует в течение всей жизни автора и 70 лет после его смерти, кроме случаев, предусмотренных настоящей статьей. (в ред. Федерального закона от 20.07.2004 № 72-ФЗ).

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите объекты, относящиеся к интеллектуальной собственности.
2. Дайте определение термину авторское право.
3. Что относится к объектам авторского права?
4. Какими законодательными актами защищено авторское право в РФ?

Список литературы

Основная

1. Правила составления, подачи и рассмотрения заявки на выдачу патента на полезную модель. – М.: ФИПС. 2012.
2. Правила составления, подачи и рассмотрения заявки на выдачу патента на промышленный образец. – М.: ФИПС. 2011.

Дополнительная

3. Федоров О.Е., Акпасов В.А. Защита интеллектуальной собственности / ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2006.

Лекция 10. Математические модели нелинейных объектов и процессов.

Определение математической модели. Математическая модель — математическое представление реальности^[1], один из вариантов модели, как системы, исследование которой позволяет получать информацию о некоторой другой системе. Процесс построения и изучения математических моделей называется **математическим моделированием**.

Все естественные и общественные науки, использующие математический аппарат, по сути занимаются математическим моделированием: заменяют объект исследования его математической моделью и затем изучают последнюю. Связь математической модели с реальностью осуществляется с помощью цепочки гипотез, идеализаций и упрощений. С помощью математических методов описывается, как правило, идеальный объект, построенный на этапе содержательного моделирования.

Формальная классификация моделей основывается на классификации используемых математических средств. Часто строится в форме дихотомий. Например, один из популярных наборов дихотомий:

- Линейные или нелинейные модели;
- Сосредоточенные или распределённые системы;
- Детерминированные или стохастические;
- Статические или динамические;
- Дискретные или непрерывные.

Каждая построенная модель является линейной или нелинейной, детерминированной или стохастической. возможны и смешанные типы: в одном отношении сосредоточенные (по части параметров), в другом — распределённые модели.

Наряду с формальной классификацией, модели различаются по способу представления объекта:

- Структурные или функциональные модели

Структурные модели представляют объект как систему со своим устройством и механизмом функционирования. *Функциональные модели* не используют таких представлений и отражают только внешне воспринимаемое поведение (функционирование) объекта. В их предельном выражении они называются также моделями «чёрного ящика». Возможны также комбинированные типы моделей, которые иногда называют моделями «серого ящика».

Практически все авторы, описывающие процесс математического моделирования, указывают, что сначала строится особая идеальная конструкция, *содержательная модель*. Устоявшейся терминологии здесь нет, и другие авторы называют этот идеальный объект *концептуальная модель*, *умозрительная модель* или *предмодель*.

При этом финальная математическая конструкция называется *формальной моделью* или просто математической моделью, полученной в результате формализации данной содержательной модели (предмодели). Построение содержательной модели может производиться с помощью набора готовых идеализаций, как в механике, где идеальные пружины, твёрдые тела, идеальные маятники, упругие среды и т. п. дают готовые структурные элементы для содержательного моделирования.

В работе Пайерлса дана классификация математических моделей, используемых в физике и, шире, в естественных науках. В книге А. Н. Горбаня и Р. Г. Хлебопроста эта классификация проанализирована и расширена. Эта классификация сфокусирована, в первую очередь, на этапе построения содержательной модели:

- **гипотеза**. Модели первого типа — гипотезы («такое могло бы быть»), «представляют собой пробное описание явления, причем автор либо верит в его возможность, либо считает даже его истинным». По Пайерлсу это, например, модель Солнечной

системы по Птолемею и модель Коперника (усовершенствованная Кеплером), модель атома Резерфорда и модель Большого Взрыва.

Модели-гипотезы в науке не могут быть доказаны раз и навсегда, можно лишь говорить об их опровержении или неопровержении в результате эксперимента.

Если модель первого типа построена, то это означает, что она временно признаётся за истину и можно сконцентрироваться на других проблемах. Однако это не может быть точкой в исследованиях, но только временной паузой: статус модели первого типа может быть только временным.

- **феноменологическая модель.** Второй тип — феноменологическая модель (*«ведем себя так, как если бы...»*), содержит механизм для описания явления, хотя этот механизм недостаточно убедителен, не может быть достаточно подтверждён имеющимися данными или плохо согласуется с имеющимися теориями и накопленным знанием об объекте. Поэтому феноменологические модели имеют статус временных решений. Считается, что ответ всё ещё неизвестен, и необходимо продолжить поиск «истинных механизмов». Ко второму типу Пайерлс относит, например, модели теплорода и кварковую модель элементарных частиц. Идея упрощения очень популярна при построении моделей. Но упрощение бывает разным. Пайерлс выделяет три типа упрощений в моделировании.

- **приближение.** Третий тип моделей — приближения (*«что-то считаем очень большим или очень малым»*). Если можно построить уравнения, описывающие исследуемую систему, то это не значит, что их можно решить даже с помощью компьютера. Общепринятый прием в этом случае — использование приближений (моделей типа 3). Среди них *модели линейного отклика*. Уравнения заменяются линейными.

- **упрощение.** Четвёртый тип — упрощение (*«опустим для ясности некоторые детали»*), в такой отбрасываются детали, которые могут заметно и не всегда контролируемо повлиять на результат. Одни и те же уравнения могут служить моделью типа 3 (приближение) или 4 (опустим для ясности некоторые детали) — это зависит от явления, для изучения которого используется модель. Так, если модели линейного отклика применяются при отсутствии более сложных моделей (то есть не производится линеаризация нелинейных уравнений, а просто ищутся линейные уравнения, описывающие объект), то это уже *феноменологические линейные модели*, и относятся они к следующему типу 4 (все нелинейные детали «для ясности» опускаем).

- **эвристическая модель.** Пятый тип — эвристическая модель (*«количественного подтверждения нет, но модель способствует более глубокому проникновению в суть дела»*), такая модель сохраняет лишь качественное подобие реальности и даёт предсказания только «по порядку величины». Типичный пример — приближение средней длины свободного пробега в кинетической теории. Оно даёт простые формулы для коэффициентов вязкости, диффузии, теплопроводности, согласующиеся с реальностью по порядку величины.

- **аналогия.** Тип шестой — модель-аналогия (*«учтём только некоторые особенности»*). Пайерлс приводит историю использования аналогий в первой статье Гейзенберга о природе ядерных сил.

- **мысленный эксперимент.** Седьмой тип моделей — мысленный эксперимент (*«главное состоит в опровержении возможности»*). Такой тип моделирования часто использовался Эйнштейном, в частности, один из таких экспериментов привёл к построению специальной теории относительности. Предположим, что в классической физике мы движемся за световой волной со скоростью света. Мы будем наблюдать периодически меняющееся в пространстве и постоянное во времени электромагнитное поле. Согласно уравнениям Максвелла, этого быть не может. Отсюда Эйнштейн заключил: либо законы природы меняются при смене системы отсчёта, либо скорость света не зависит от системы отсчёта, и выбрал второй вариант.

- **демонстрация возможности.** Восьмой тип — демонстрация возможности (*«главное — показать внутреннюю непротиворечивость возможности»*), такого рода модели тоже

мысленные эксперименты с воображаемыми сущностями, демонстрирующие, что предполагаемое явление согласуется с базовыми принципами и внутренне непротиворечиво. В этом основное отличие от моделей типа 7, которые вскрывают скрытые противоречия.

В основе содержательной классификации — этапы, предшествующие математическому анализу и вычислениям. Восемь типов моделей по Пайерлсу суть восемь типов исследовательских позиций при моделировании.

Прямая и обратная задачи математического моделирования. Существует множество задач, связанных с математическим моделированием. Во-первых, надо придумать основную схему моделируемого объекта, воспроизвести его в рамках идеализаций данной науки. Так, вагон поезда превращается в систему пластин и более сложных тел из разных материалов, каждый материал задается как его стандартная механическая идеализация (плотность, модули упругости, стандартные прочностные характеристики), после чего составляются уравнения, по дороге какие-то детали отбрасываются как несущественные, производятся расчёты, сравниваются с измерениями, модель уточняется, и так далее. Однако для разработки технологий математического моделирования полезно разобрать этот процесс на основные составные элементы.

Традиционно выделяют два основных класса задач, связанных с математическими моделями: прямые и обратные.

1. Прямая задача: структура модели и все её параметры считаются известными, главная задача — провести исследование модели для извлечения полезного знания об объекте. Какую статическую нагрузку выдержит мост? Как он будет реагировать на динамическую нагрузку (например, на марш роты солдат, или на прохождение поезда на различной скорости), как самолёт преодолеет звуковой барьер, не развалится ли он от флаттера, — вот типичные примеры прямой задачи.

Постановка правильной прямой задачи (задание правильного вопроса) требует специального мастерства. Если не заданы правильные вопросы, то мост может обрушиться, даже если была построена хорошая модель для его поведения. Так, в 1879 г. в Великобритании обрушился металлический железнодорожный мост через реку Тей, конструкторы которого построили модель моста, рассчитали его на 20-кратный запас прочности на действие полезной нагрузки, но забыли о постоянно дующих в тех местах ветрах. И через полтора года он рухнул.

2. Обратная задача: известно множество возможных моделей, надо выбрать конкретную модель на основании дополнительных данных об объекте. Чаще всего структура модели известна, и необходимо определить некоторые неизвестные параметры. Дополнительная информация может состоять в дополнительных эмпирических данных, или в требованиях к объекту (*задача проектирования*). Дополнительные данные могут поступать независимо от процесса решения обратной задачи (*пассивное наблюдение*) или быть результатом специально планируемого в ходе решения эксперимента (*активное наблюдение*).

Одним из первых примеров виртуозного решения обратной задачи с максимально полным использованием доступных данных был построенный Ньютоном метод восстановления сил трения по наблюдаемым затухающим колебаниям.

В качестве другого примера можно привести математическую статистику. Задача этой науки — разработка методов регистрации, описания и анализа данных наблюдений и экспериментов с целью построения вероятностных моделей массовых случайных явлений. То есть множество возможных моделей ограничено вероятностными моделями. В конкретных задачах множество моделей ограничено сильнее.

Для поддержки математического моделирования разработаны системы компьютерной математики, например, Maple, Mathematica, Mathcad, MATLAB, VisSim и др. Они позволяют создавать формальные и блочные модели как простых, так и сложных

процессов и устройств и легко менять параметры моделей в ходе моделирования. *Блочные модели* представлены блоками (чаще всего графическими), набор и соединение которых задаются диаграммой модели.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение математической модели.
2. На чем основывается формальная классификация моделей?
3. Перечислите готовые структурные элементы для содержательного моделирования.
4. Назовите два основных класса задач в математическом моделировании.

Список литературы

Основная

- 1.Безручко Б. П., Смирнов Д. А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. — Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. — ISBN 5-94409-045-6.
- 2.Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Н. Г. Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов. С примерами из механики: Учебное пособие. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: УРСС, 2006. — 376 с. — ISBN 5-484-00163-3
- 3.Введение в математическое моделирование. Учебное пособие. Под ред. П. В. Трусова. — М.: Логос, 2004. — ISBN 5-94010-272-7.
4. Краснощёков П. С., Петров А. А. Принципы построения моделей. — издание второе, пересмотренное и дополненное. — М.: ФАЗИС; ВЦ РАН, 2000. — xii + 412 с. — (Математическое моделирование; Вып.1). — ISBN 5-7036-0061-8.

Дополнительная

- 5.Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей. — 3-е изд., испр. — М.: КомКнига, 2007. — 192 с. — ISBN 978-5-484-00953-4
- 6.Петров А. А., Поспелов И. Г., Шананин А. А. Опыт математического моделирования экономики. — М.: Энергоатомиздат, 1996. — 544 с. — 1500 экз. — ISBN 5-7036-0061-8.
- 7.Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2001. — ISBN 5-9221-0120-X.

Лекция 11. Методы исследования математических моделей.

Методы исследования математических моделей. Всю совокупность системных методов исследования можно разбить на три большие группы.

Первая группа — методы, основанные на выявлении и обобщении мнений опытных специалистов-экспертов, использовании их опыта и нетрадиционных подходов к анализу деятельности организации. Они включают: метод «мозговой атаки», метод типа «сценариев», метод экспертных оценок, метод типа «Дельфи», методы типа «дерева целей», «деловой игры», морфологические методы и ряд других методов.

Вторая группа — методы формализованного представления систем управления, основанные на использовании математических, экономико-математических методов и моделей исследования систем управления. Среди них можно выделить следующие классы:

- *аналитические* (включают методы классической математики — интегральное исчисление, дифференциальное исчисление, методы поиска экстремумов функций, вариационное исчисление и другие, методы математического программирования, теории игр);

- *статистические* (включают теоретические разделы математики — математическую статистику, теорию вероятностей — и направления прикладной математики, использующие стохастические представления — теорию массового обслуживания, методы статистических испытаний и другие методы статистического имитационного моделирования);

- *теоретико-множественные, логические, лингвистические, семиотические представления* (разделы дискретной математики, составляющие теоретическую основу разработки разного рода языков моделирования, автоматизации проектирования, информационно-поисковых языков);

- *графические* (включают теорию графов и разного рода графические представления информации типа диаграмм, графиков, гистограмм и т.п.).

К третьей группе относятся комплексные методы: комбинаторика, ситуационное моделирование, топология, графосемиотика и др. Они сформировались путем интеграции экспертных и формализованных методов. К третьей группе также относят методы исследования информационных потоков.

Точность математической модели. Она определяется, по существу, точностью определения приростов потерь ас. Рассмотрим семейство таких асимптотических моделей. Возникает вопрос о *точности математических моделей Эйлера, Навье-Стокса, Барнетта*. Причины неточного описания реальных течений с помощью указанных выше методов могут быть разбиты на три категории.

Существующие методы оценки *точности математических моделей* предполагают накопление данных о проявлении математических моделей в тестовых ситуациях, и построение прогноза точности той или иной модели.

Однако при этом уменьшается *точность математической модели*. Завершая общие рассуждения о *точности применяемых импортных математических моделей*, отметим, что существует довольно распространенное мнение, что сами по себе математические модели выполнены высококвалифицированными математиками и являются точными или достаточно точными, но требуют таких исходных данных, в таком большом объеме и с такой высокой точностью, что практически невозможно обеспечить.

Это упрощение часто достигается лишь ценой снижения *точности математической модели* путем замены некоторых аналитических выражений более простыми и, возможно, менее точными или за счет сокращения полноты математического описания при исключении из модели части параметров моделируемого объекта.

Точность детерминированных систем ограничена, поскольку она существенно зависит от изменения условий обработки и *точности математической модели системы СПИД*.

Качество исходных данных (статистика) о показателях надежности электрооборудования (вместе с показателями ущерба от нарушений электроснабжения и сведениями о режимах работы и ППР) оценивается точностью - шириной доверительного интервала, накрывающего показатель, и достоверностью - вероятностью не совершить ошибку, выбирая этот интервал. *Точность математических моделей надежности* оценивается их адекватностью реальному объекту, а точность метода расчета надежности - адекватностью полученного решения идеальному.

Отметим, что любая математическая модель описывает лишь некоторое подмножество свойств задачи, поэтому ее точность определяется как степень совпадения значений переменных реального объекта и значений тех же переменных, полученных на основе исследуемой математической модели. При определении *точности математических моделей* важно определять их погрешности.

В ряде случаев моделирующий алгоритм бывает настолько сложным для реализации с помощью имеющихся в наличии вычислительных средств, что требуется изменение формулировки исходной задачи моделирования и упрощение математического описания. Это упрощение часто достигается ценой снижения *точности математической модели* и сокращения полноты описания моделируемого объекта.

Эксперимент предназначен для проверки и обеспечения адекватности математического описания процесса реальному объекту, причем экспериментальные данные рассматриваются в данном случае как эталонные для проведения коррекции математической модели по данным эксперимента. Очевидно, что при такой постановке вопроса *точность математической модели* определяется в основном погрешностями эксперимента. Экспериментальное исследование процесса выполнено на установке получения элементной серы.

В ряде случаев моделирующий алгоритм бывает настолько сложным для реализации с помощью имеющихся в наличии вычислительных средств, что требуется изменить формулировку исходной задачи моделирования для упрощения математического описания. Это упрощение часто достигается лишь ценой снижения *точности математической модели* путем замены некоторых аналитических выражений более простыми и, возможно, менее точными или за счет сокращения полноты математического описания при исключении из модели части параметров моделируемого объекта.

Задача Коши (начальная задача): Необходимо найти такое *частное решение* дифференциального уравнения, которое удовлетворяет определенным начальными условиями, заданным в одной точке:

$$(x_0, y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y'_0, \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_0^{(n-1)})$$

то есть, задано определенное значение независимой переменной (x_0), и значение функции и всех ее производных вплоть до порядка $(n-1)$ в этой точке. Эта точка (x_0) называется *начальной*. Например, если решается ДУ 1-го порядка, то начальные условия выражаются в виде пары чисел (x_0, y_0) :

$$x_0, y_0 = y(x_0)$$

Такого рода задача встречается при решении ОДУ, которые описывают, например, кинетику химических реакций. В этом случае известны концентрации веществ в начальный момент времени ($t = 0$), и необходимо найти концентрации веществ через некоторый промежуток времени (t). В качестве примера можно так же привести задачу о теплопереносе или массопереносе (диффузии), уравнение движения материальной точки под действием сил и т.д.

Краевая задача — дифференциальное уравнение (система дифференциальных уравнений) с заданными линейными соотношениями между значениями искомых функций на начале и конце интервала интегрирования.

Решение краевой задачи ищется в виде линейной комбинации решений однородных задач Коши, соответствующих заданному уравнению при линейно независимых векторах начальных условий, и решения неоднородной задачи Коши с произвольными начальными условиями.

Пример краевой задачи:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + a(t), 0 \leq t \leq T$$

(система неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, заданная на участке $[0; T]$)

Граничные условия (общий вид для всех краевых задач): $Cx(0) + Dx(T) = B$

Где A, C, D — матрицы, x — вектор неизвестных, a — n -вектор (делающий систему неоднородной), B — n -вектор

$$x(t) = x_0(t) + \sum_{i=1}^n a_i x_i(t)$$

Общий вид решения:

Удовлетворение граничных условий достигается за счёт подбора коэффициентов a_i . Эти коэффициенты находятся путём решения системы линейных уравнений.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие методы исследования математических моделей Вы знаете?.
2. Дайте определение точности математической модели.
3. Что такое начальная задача?
4. Что такое краевая задача?

Список литературы

Основная

1. Безручко Б. П., Смирнов Д. А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. — Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. — ISBN 5-94409-045-6.
2. Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Н. Г. Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов. С примерами из механики: Учебное пособие. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: УРСС, 2006. — 376 с. — ISBN 5-484-00163-3
3. Введение в математическое моделирование. Учебное пособие. Под ред. П. В. Трусова. — М.: Логос, 2004. — ISBN 5-94010-272-7.
4. Краснощёков П. С., Петров А. А. Принципы построения моделей. — издание второе, пересмотренное и дополненное. — М.: ФАЗИС; ВЦ РАН, 2000. — xii + 412 с. — (Математическое моделирование; Вып.1). — ISBN 5-7036-0061-8.

Дополнительная

5. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей. — 3-е изд., испр. — М.: КомКнига, 2007. — 192 с. — ISBN 978-5-484-00953-4
6. Петров А. А., Поспелов И. Г., Шананин А. А. Опыт математического моделирования экономики. — М.: Энергоатомиздат, 1996. — 544 с. — 1500 экз. — ISBN 5-7036-0061-8.

7. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2001. — ISBN 5-9221-0120-X.

Лекция 12. Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохранения в механике.

Принципами механики называются исходные положения, отражающие столь общие закономерности механических явлений, что из них как следствия можно получить все уравнения, определяющие движение механической системы (или условия её равновесия). В ходе развития механики был установлен ряд таких принципов, каждый из которых может быть положен в основу механики, что объясняется многообразием свойств и закономерностей механических явлений. Эти принципы подразделяют на *невариационные* и *вариационные*.

Невариационные принципы механики непосредственно устанавливают закономерности движения, совершаемого системой под действием приложенных к ней сил. К этим принципам относятся, например, 2-й закон Ньютона, согласно которому при движении любой точки системы произведение её массы на ускорение равно сумме всех приложенных к точке сил, а также принцип Д'Аламбера.

Невариационные принципы справедливы для любой механической системы и имеют сравнительно простое математическое выражение. Однако их применение ограничено только рамками механики, поскольку в выражения принципов непосредственно входит такое чисто механическое понятие, как сила. Существенно также следующее.

В большинстве задач механики рассматривается движение несвободных систем, то есть систем, перемещения которых ограничены связями. Примерами таких систем являются всевозможные машины и механизмы, где связями являются подшипники, шарниры, тросы и т. п., а для наземного транспорта — ещё и полотно дороги или рельсы. Чтобы изучить движение несвободной системы, исходя из невариационных принципов, надо эффект действия связей заменить некоторыми силами, называемыми *реакциями связей*.

Но величины этих реакций заранее неизвестны, поскольку они зависят от того, чему равны и где приложены действующие на систему заданные (*активные*) силы, такие, например, как силы тяжести, упругости пружин, тяги и т. п., а также от того, как при этом движется сама система. Поэтому в составленные уравнения движения войдут дополнительные неизвестные величины в виде реакций связей, что обычно существенно усложняет весь процесс решения.

Преимущество вариационных принципов состоит в том, что из них сразу получаются уравнения движения соответствующей механической системы, не содержащие неизвестных реакций связей. Достигается это тем, что эффект действия связей учитывается не заменой их неизвестными силами (реакциями), а рассмотрением тех перемещений или движений (или же приращений скоростей и ускорений), которые точки этой системы могут иметь при наличии данных связей. Например, если точка M движется по данной гладкой (идеальной) поверхности, являющейся для неё связью, то действие этой связи можно учесть заменив связь заранее неизвестной по величине реакцией N , направленной в любой момент времени по нормали $\mathbf{n}$ к поверхности (поскольку по этому направлению связь не даёт перемещаться точке).

Установив, что для точки в данном случае при любом её положении возможны лишь такие элементарные перемещения, которые перпендикулярны к нормали $\mathbf{n}$. Такие перемещения называются *возможными (виртуальными) перемещениями*.

Заметив, что при этом движение точки из некоторого положения A в положение B возможно только по любой кривой AB , лежащей на поверхности, которая является связью. Такие движения называются *кинематически возможными*.

Содержание *вариационных принципов* состоит в том, что они устанавливают свойства (признаки), позволяющие отличить истинное, то есть фактически происходящее под действием заданных сил, движение механической системы от тех или иных

кинематически возможных её движений (или же состояние равновесия системы от других возможных её состояний).

Обычно эти свойства (признаки) состоят в том, что для истинного движения некоторая физическая величина, зависящая от характеристик системы, имеет наименьшее значение по сравнению с её значениями во всех рассматриваемых кинематически возможных движениях.

При этом вариационные принципы могут отличаться друг от друга видом указанной физической величины и особенностями рассматриваемых кинематически возможных движений, а также особенностями самих механических систем, для которых эти принципы справедливы. Использование вариационных принципов требует применения методов вариационного исчисления.

По форме вариационные принципы разделяют на так называемые дифференциальные, в которых устанавливается, чем истинное движение системы отличается от движений кинематически возможных в каждый данный момент времени, и интегральные, в которых это различие устанавливается для перемещений, совершаемых системой за какой-нибудь конечный промежуток времени.

Дифференциальные вариационные принципы в рамках механики являются более общими и практически справедливы для любых механических систем. Интегральные вариационные принципы в их наиболее употребительном виде справедливы только для так называемых консервативных систем, то есть систем, в которых имеет место закон сохранения механической энергии. Однако в них, в отличие от дифференциальных вариационных принципов и невариационных принципов, вместо сил входит такая физическая величина, как энергия, что позволяет распространить эти принципы на немеханические явления, делая их важными для всей теоретической физики.

Дифференциальные принципы. К основным дифференциальным вариационным принципам относятся:

1. *принцип возможных перемещений*, устанавливающий условие равновесия механической системы с идеальными связями; согласно этому принципу, положения равновесия механической системы отличаются от всех других возможных для неё положений тем, что только для положений равновесия сумма элементарных работ всех приложенных к системе (активных и реактивных) сил на любом возможном перемещении системы равна нулю.
2. *принцип Д'Аламбера — Лагранжа*, согласно которому истинное движение механической системы с идеальными связями отличается от всех кинематически возможных движений тем, что только для истинного движения в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных к системе активных, реактивных и инерционных сил на любом возможном перемещении системы равна нулю. В этих вариационных принципах рассматриваемой физической величиной является работа сил.
3. К дифференциальным вариационным принципам относится также *принцип Гаусса* (принцип наименьшего принуждения), в котором рассматриваемой физической величиной является так называемое «принуждение», выражаемое через заданные силы и ускорения точек системы, а также тесно к нему примыкающий *принцип Герца* (принцип наименьшей кривизны).

Интегральные принципы. К интегральным вариационным принципам относятся *принципы наименьшего (стационарного) действия*, согласно которым истинным среди рассматриваемых кинематически возможных движений системы между двумя её положениями является то, для которого физическая величина, называемая действием, имеет минимальное значение. Разные формы этих принципов отличаются друг от друга выбором величины действия и особенностями сравниваемых между собой кинематически возможных движений системы.

Как невариационные, так и вариационные принципы были установлены в процессе изучения свойств механических систем и закономерностей их движения. Поскольку

механические явления, как и другие физические, подчинены многим закономерностям, то для соответствующих механических систем оказывается справедливым целый ряд принципов, в том числе и вариационный. Если любой из них принять за исходный, то из него как следствия получаются не только уравнения движения данной системы, но и все другие, справедливые для этой системы, принципы.

Применяются вариационные принципы как для составления в наиболее простой форме уравнений движения механических систем, так и для изучения общих свойств этих движений. При соответствующем обобщении понятий они используются также в механике сплошных сред, термодинамике, электродинамике, квантовой механике, теории относительности и др.

С точки зрения реализации вариационных принципов, в частности принципа Лагранжа, различают разные методы. В общем случае требование стационарности лагранжиана дает систему дифференциальных уравнений в частных производных и соответствующий спектр начально-краевых задач (уравнения Эйлера).

Если общая постановка является трехмерной, метод Власова дает возможность снизить размерность задачи, сводя ее к двумерной (пример - теория оболочек), к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (пример - теория стержней) или к конечной/бесконечной алгебраической системе уравнений (метод Рэлея-Ритца, метод конечных элементов).

Вопросы для самоконтроля

1. Какие основные принципы механики Вы знаете?
2. Дайте определение вариационных принципов механики?
3. Что относится к основным дифференциальным вариационным принципам моделирования?
4. Что относится к основным интегральным вариационным принципам моделирования?

Список литературы

Основная

1. Румянцев В. В. Леонард Эйлер и вариационные принципы механики // *Леонард Эйлер 1707-1783. Сборник статей и материалов к 150-летию со дня смерти.* — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1935. — С. 180-207..
2. Эйлер Л. Диссертация о принципе наименьшего действия, с разбором возражений славнейшего проф. Кёнига, выдвинутых против этого принципа // *Вариационные принципы механики.* М.: Физматгиз, 1959. -С. 96 — 108.

Дополнительная

3. Ферма П. Синтез для рефракции // *Вариационные принципы механики.* М.: Физматгиз, 1959. С. 96 — 108.
4. Гюйгенс Х. Трактат о свете. М.—Л.: Гостехиздат, 1935.- 172 с.

Лекция 13. Математические модели объектов различных областей науки.

Моделирование как метод научного познания. Растущий интерес философии и методологии познания к теме моделирования был вызван тем значением, которое метод моделирования получил в современной науке, и в особенности в физике, химии, биологии, кибернетике, не говоря уже о многих технических науках.

Однако моделирование как специфическое средство и форма научного познания не является изобретением XIX или XX века. Достаточно указать на представления Демокрита и Эпикура об атомах, их форме, и способах соединения, об атомных вихрях и ливнях, объяснения физических свойств различных веществ с помощью представления о круглых и гладких или крючковатых частицах, сцепленных между собой. Эти представления являются прообразами современных моделей, отражающих ядерно-электронное строение атома вещества.

В настоящее время нельзя назвать область человеческой деятельности, в которой в той или иной степени не использовались бы методы моделирования. Остановимся на философских аспектах моделирования, а точнее общей теории моделирования.

Методологическая основа моделирования заключается в следующем. Все то, на что направлена человеческая деятельность, называется объектом (лат. *objectum* – предмет). Выработка методологии направлена на упорядочение получения и обработки информации об объектах, которые существуют вне нашего сознания и взаимодействуют между собой и внешней средой.

В научных исследованиях большую роль играют гипотезы, то есть определенные предсказания, основывающиеся на небольшом количестве опытных данных, наблюдений, догадок. Быстрая и полная проверка гипотез может быть проведена в ходе специально поставленного эксперимента. При формулировании и проверки правильности гипотез большое значение в качестве метода суждений имеет аналогия.

Аналогией называют суждение о каком либо частном сходстве двух объектов, причем такое сходство может быть существенным и несущественным. Необходимо отметить, что понятия существенности и несущественности сходства или различия объектов условны и относительны. Существенность сходства (различия) зависит от уровня абстрагирования и в общем случае определяется конечной целью проводимого исследования. Современная научная гипотеза создается, как правило, по аналогии с проверенными на практике научными положениями. Таким образом, аналогия связывает гипотезу с экспериментом.

Гипотезы и аналогии, отражающие реальный, объективно существующий мир, должны обладать наглядностью или сводится к удобным для исследования логическим схемам. Такие логические схемы, упрощающие рассуждения и логические построения или позволяющие проводить эксперименты, уточняющие природу явлений, называются моделями. Другими словами модель (лат. *modulus* - мера) – это объект заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.

Моделированием называется замещение одного объекта другим с целью получения информации о важнейших свойствах объекта-оригинала с помощью объекта-модели. Таким образом, моделирование может быть определено как представление объекта моделью для получения информации об этом объекте путем проведения экспериментов с его моделью.

И.Т. Фролов отмечал, что «моделирование означает материальное или мысленное имитирование реально существующей системы путем специального конструирования аналогов (моделей), в которых воспроизводятся принципы организации и функционирования этой системы». Здесь в основе мысль, что модель средство познания, главный ее признак - отображение. Теория замещения одних объектов (оригиналов) другими объектами (моделями) и исследование свойств объектов на их моделях называется теорией моделирования.

Если результаты моделирования подтверждаются и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах, то говорят, что модель адекватна объекту. При этом адекватность модели зависит от цели моделирования и принятых критериев.

Обобщенно моделирование можно определить как метод опосредованного познания, при котором изучаемый объект-оригинал находится в некоем соответствии с другим объектом-моделью, причем модель способна в том или ином отношении замещать оригинал на некоторых стадиях познавательного процесса. Стадии познания, на которых происходит такая замена, а также формы соответствия модели и оригинала могут быть различными:

Моделирование как познавательный процесс, содержащий переработку информации, поступающей из внешней среды, о происходящих в ней явлениях, в результате чего в сознании появляются образы, соответствующие объектам.

Моделирование, заключающееся в построении некоторой системы-модели (второй системы), связанной определенными отношениями подобия с системой-оригиналом (первой системой), причем в этом случае отображение одной системы в другую является средством выявления зависимостей между двумя системами, отраженными в соотношениях подобия, а не результатом непосредственного изучения поступающей информации.

Процесс моделирования предполагает наличие:

- объекта исследования;
- исследователя, перед которым поставлена конкретная задача;
- модели, создаваемой для получения информации об объекте и необходимой для решения поставленной задачи.

По отношению модели исследователь является, по сути дела, экспериментатором, только в данном случае эксперимент проводится не с реальным объектом, а с его моделью. Надо иметь в виду, что любой эксперимент может иметь существенное значение в конкретной области науки только при специальной его обработке и обобщении. Единичный эксперимент никогда не может быть решающим для подтверждения гипотезы, проверки теории. Следует помнить о том, что критерием истины являются опыт, практика, экспериментальное исследование.

Вычислительное моделирование. Академик А. А. Самарский, один из основоположников вычислительной математики и математического моделирования в нашей стране, создатель ведущей школы в области математического моделирования, понимал под вычислительным экспериментом такую организацию исследований, при которой на основе математических моделей изучаются свойства объектов и явлений, проигрывается их поведение в различных условиях и на основе этого выбирается оптимальный режим.

Другими словами, вычислительный эксперимент предполагает переход от изучения реального объекта к изучению его математической модели. Такой моделью, как правило, является одно или несколько уравнений. Более строгие математические модели будут определены ниже.

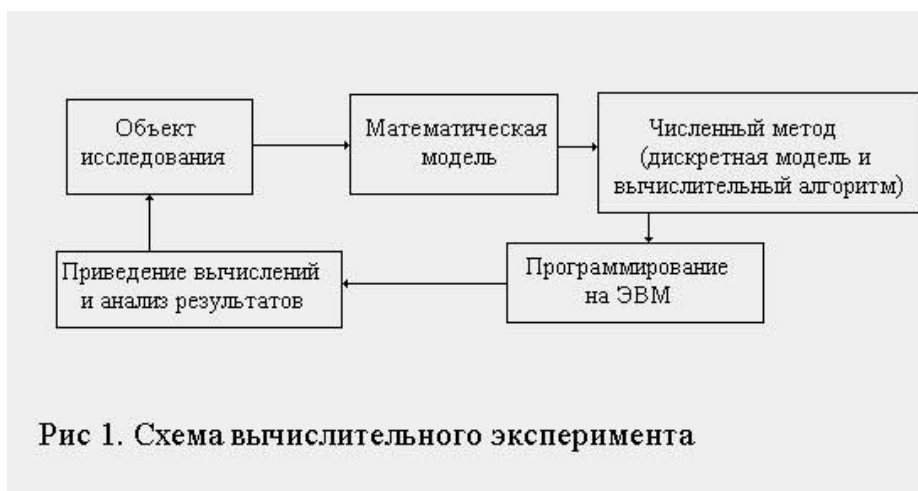
Впервые вычислительный эксперимент начал использоваться для изучения таких процессов, экспериментальное исследование которых невозможно или затруднено. Например, в 40-50 годы XX столетия академик М.В. Келдыш разрабатывает математическое описание космических полетов.

К основным преимуществам вычислительного эксперимента можно отнести следующие:

- возможность исследования объекта без модификации установки или аппарата;
- возможность исследования каждого фактора в отдельности, в то время как в реальности они действуют одновременно;
- возможность исследования нереализуемых на практике процессов.

Вычислительный эксперимент включает в себя следующие этапы (см. рисунок 1):
Физическое описание процесса, то есть уяснение закономерности протекаемых явлений:

- Разработка математической модели.
- Алгоритм или метод решения уравнений.
- Разработка программ.
- Проведение расчетов, анализ результатов и оптимизация.



Тем самым основу вычислительного эксперимента составляет триада: модель – алгоритм – программа. Опыт решения крупных задач показывает, что метод математического моделирования и вычислительный эксперимент соединяют в себе преимущества традиционных теоретических и экспериментальных методов исследования.

Стоит заметить, что на практике результаты первых расчетов, как правило, весьма далеки от реальных. Поэтому происходит постоянное усовершенствование алгоритма, уточнение математической модели до совпадения с какими-то тестовыми или контрольными данными.

Этот этап, называемый идентификацией математической модели, всегда присутствует в вычислительном эксперименте. Поэтому нельзя говорить об одной модели любого явления. Всегда существует иерархия математических моделей, начиная от простых и кончая более сложными. Следует выбирать некоторый уровень сложности модели, соответствующей данной конкретной задаче.

Понятие математического моделирования как методологии научных исследований. Под математическим моделированием, в узком смысле слова, понимают описание в виде уравнений и неравенств реальных физических, химических, технологических, биологических, экономических и других процессов. Для того чтобы использовать математические методы для анализа и синтеза различных процессов, необходимо уметь описать эти процессы на языке математики, то есть описать в виде системы уравнений и неравенств.

Как методология научных исследований математическое моделирование сочетает в себе опыт различных отраслей науки о природе и обществе, прикладной математики, информатики и системного программирования для решения фундаментальных проблем. Математическое моделирование объектов сложной природы – единый сквозной цикл разработок от фундаментального исследования проблемы до конкретных численных расчетов показателей эффективности объекта.

Результатом разработок бывает система математических моделей, которые описывают качественно разнородные закономерности функционирования объекта и его эволюцию в целом как сложной системы в различных условиях. Вычислительные

эксперименты с математическими моделями дают исходные данные для оценки показателей эффективности объекта. Поэтому математическое моделирование как методология организации научной экспертизы крупных проблем незаменимо при проработке народнохозяйственных решений. (В первую очередь это относится к моделированию экономических систем).

По своей сути математическое моделирование есть метод решения новых сложных проблем, поэтому исследования по математическому моделированию должны быть опережающими. Следует заранее разрабатывать новые методы, готовить кадры, умеющие со знанием дела применять эти методы для решения новых практических задач.

Математическая модель может возникнуть тремя путями:

В результате прямого изучения реального процесса. Такие модели называются *феноменологическими*.

В результате процесса дедукции. Новая модель является частным случаем некоторой общей модели. Такие модели называются асимптотическими.

В результате процесса индукции. Новая модель является обобщением элементарных моделей. Такие модели называют моделями ансамблей.

Процесс моделирования начинается с моделирования упрощенного процесса, который с одной стороны отражает основные качественные явления, с другой стороны допускает достаточно простое математическое описание. По мере углубления исследования строятся новые модели, более детально описывающие явление. Факторы, которые считаются второстепенными на данном этапе, отбрасываются.

Однако, на следующих этапах исследования, по мере усложнения модели, они могут быть включены в рассмотрение. В зависимости от цели исследования один и тот же фактор может считаться основным или второстепенным.

Математическая модель и реальный процесс не тождественны между собой. Как правило, математическая модель строится с некоторым упрощением и при некоторой идеализации. Она лишь приближенно отражает реальный объект исследования, и результаты исследования реального объекта математическими методами носят приближенный характер.

Точность исследования зависит от степени адекватности модели и объекта и от точности применяемых методов вычислительной математики.

- Схема построения математических моделей следующая:
- Выделение параметра или функции, подлежащей исследованию.
- Выбор закона, которому подчиняется эта величина.
- Выбор области, в которой требуется изучить данное явление.
- Классификация математических моделей

Существуют всевозможные классификации математических моделей. Выделяют линейные и нелинейные модели, стационарные и динамические, модели, описываемые алгебраическими, интегральными и дифференциальными уравнениями, уравнениями в частных производных. Можно выделять классы детерминированных моделей, вся информация в которых является полностью определяемой, и стохастических моделей, то есть зависящих от случайных величин и функций. Так же математические модели различают по применению к различным отраслям науки.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит методологическая основа моделирования ?
2. Наличие каких элементов предполагает процесс моделирования ?
3. Дайте объяснение понятию математического моделирования?
4. От чего зависит точность исследования?

Список литературы

Основная

1. Акчурин И.А., Веденов М.Ф., Сачков Ю.В. Методологические проблемы математического моделирования в естествознании. // Вопросы философии, 2006, №4.
2. Акчурин И.А., Веденов М.Ф., Сачков Ю.В. Познавательная роль математического моделирования. М.: 2010.
3. Амосов Н.М. Моделирование мышления и психики - М.: Наука, 2005.

Дополнительная

4. Андриященко М.Н., Советов Б.Я., Яковлев А.С. и др. Философские основы моделирования сложных систем управления // Системный подход в технологических науках (Методологические основы): Сборник научных трудов – Л.: Изд. АН СССР, 1989.
5. Батороев К.Б. Кибернетика и метод аналогий - М.: Высшая школа, 1974.
6. Бир С. Кибернетика и управление производством - М.: Наука, 1965
7. Бублик Н.Д., Секерин А.Б., Попенов С.В. Новейшие компьютерные технологии прогнозирования финансовых показателей и рисков. – Уфа: 1998.

Лекция 14. Методы качественного анализа.

Методы анализа. Особенности конкретной аналитической деятельности предопределяют специфику методов ее осуществления. Под методом анализа понимается диалектический способ подхода к изучению хозяйственных процессов в их становлении и развитии.

Характерными особенностями метода анализа являются: использование системы показателей, всесторонне характеризующих хозяйственную деятельность, изучение причин изменения этих показателей, выявление и измерение взаимосвязи между ними в целях повышения социально-экономической эффективности. Под методикой в широком смысле обычно понимается совокупность способов и правил целесообразного выполнения какой-либо работы.

В анализе хозяйственной деятельности методика представляет собой совокупность аналитических способов и правил исследования деятельности муниципального образования, определенным образом подчиненных достижению цели анализа. Различают общую и частные методики. Общую методику понимают как систему исследования, которая одинаково используется при изучении различных объектов анализа во всех отраслях экономики.

Частные методики конкретизируют общую в зависимости от отрасли экономики, типа производства или объекта исследования. Любая методика анализа содержит такие моменты, как:

- цели и задачи анализа;
- объекты анализа;
- системы показателей, с помощью которых будет исследоваться каждый объект анализа;
- описание способов исследования изучаемых объектов;
- источники данных для анализа;
- указания по организации анализа;
- указания по оформлению результатов анализа;
- потребители результатов анализа. В качестве важнейшего элемента методики АХД выступают технические приемы и методы анализа.

Среди них можно выделить традиционные и нетрадиционные. К традиционным методам и приемам можно отнести:

- горизонтальный (трендовый) метод;
- вертикальный (структурный) метод;
- метод сравнения; - метод группировки; - балансовый метод;
- графический метод; - методы и приемы факторного анализа.

К нетрадиционным методам и приемам можно отнести:

- методы и приемы функционально-стоимостного анализа;
- методы и приемы маржинального анализа;
- эвристические методы и приемы;
- методы линейного программирования. Остановимся более подробно на характеристике некоторых из них.

Метод сравнения предусматривает сопоставление:

- фактических значений показателей с плановыми для определения степени их выполнения;
- отчетных показателей с такими же показателями за предшествующий период для определения размера, характера и темпов изменения анализируемых объектов;
- достигнутых результатов со средне территориальными показателями для определения места, занимаемого МО в группе территорий др.

Метод группировки (аналитическая группировка показателей) по определенным признакам применяется, когда изучаемая совокупность включает множество объектов.

Балансовый метод используется для определения суммарного влияния факторов на обобщающий показатель.

Понятие об устойчивости. Устойчивость является первичным качеством любой системы. При отсутствии этого качества системане может существовать. Устойчивость объединяет различные свойства: стойкость к воздействию внешних факторов, стабильность, надежность и т.д.

Существует понятие информационной устойчивости. Как свойство устойчивость проявляется в ответах системы на возмущения различного вида. Особенно большое значение это свойство имеет для динамических систем, т.е. систем, параметры которых изменяются со временем.

Примером неустойчивой динамической системы является любой технологический объект, который запущен в работу и работает без обслуживающего персонала. Неизбежным конечным его состоянием после запуска в работу является самопроизвольная остановка.

Поэтому динамическое состояние этого объекта может рассматриваться как неустойчивое. Если в неустойчивую систему ввести регулятор, поддерживающий одно из состояний, то такая система станет устойчивой. Примером устойчивой системы является группа чулочно-носочных автоматов, обслуживаемых работницей.

Устойчивость – это термин, не имеющий четкого содержания. Применяется и по отношению к системам, и к процессам. В принципе, устойчивость системы можно рассматривать, как способность её восстанавливать исходное или близкое к нему состояние равновесия после прекращения действия какого-либо возмущения, проявляющего в отклонении параметров системы от номинальных значений.

В более строгом рассмотрении «устойчивость» имеет несколько трактовок:

- *Устойчивость* - это свойство системы мало отклоняется от некоторого состояния при малых возмущениях.

- *Устойчивость* рассматривается, как свойство системы в процессе движения оставаться в ограниченной области фазового пространства. Под фазовым пространством понимается система координат, на осях которой откладываются значения величин, характеризующих динамическую систему.

- *Устойчивость* - это свойство системы в процессе движения сколь угодно поздно возвращаться как угодно близко к своему начальному состоянию в фазовом пространстве.

Реальные системы описываются многими параметрами. Любому набору значений таких параметров соответствует определенное состояние. Одним из наиболее удобных способов отображения этих состояний является геометрический способ, который состоит в использовании фазовых пространств. При этом в качестве фазовых переменных могут использоваться не только параметры системы, но и скорости их изменения.

Каждая точка фазового пространства называется фазовой, координаты её - соответствующие значения физических переменных. Таким образом, геометрический образ или аналог состояния системы – это точка в фазовом пространстве. В процессе функционирования системы значения ее параметров изменяется, изображающая состояние этой системы точка будет в фазовом пространстве перемещаться.

Траектория ее перемещения называется фазовой траекторией. Если будем рассматривать движение системы из различных начальных точек в фазовом пространстве, то получим набор фазовых траекторий, которые называются фазовым портретом. Фазовый портрет позволяет выявить особенности поведения системы, важные с позиции устойчивости.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите методы анализа ?

2. Какими характерными особенностями обладает метод анализа?
3. Какие свойства объединяет понятие устойчивость?
4. Что определяет понятие информационной устойчивости?

Список литературы

Основная

1. Акчурина И.А., Веденов М.Ф., Сачков Ю.В. Методологические проблемы математического моделирования в естествознании. // Вопросы философии, 2006, №4.
2. Акчурина И.А., Веденов М.Ф., Сачков Ю.В. Познавательная роль математического моделирования. М.: 2010.
3. Амосов Н.М. Моделирование мышления и психики - М.: Наука, 2005.

Дополнительная

4. Андриященко М.Н., Советов Б.Я., Яковлев А.С. и др. Философские основы моделирования сложных систем управления // Системный подход в технологических науках (Методологические основы): Сборник научных трудов – Л.: Изд. АН СССР, 1989.
5. Батороев К.Б. Кибернетика и метод аналогий - М.: Высшая школа, 1974.
6. Бир С. Кибернетика и управление производством - М.: Наука, 1965
7. Бублик Н.Д., Секерин А.Б., Попенов С.В. Новейшие компьютерные технологии прогнозирования финансовых показателей и рисков. – Уфа: 1998.